

44 Transposées.

Définition 1

Soit $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$.

On appelle *transposée de A* et on note tA la matrice de $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ définie par ${}^tA := (b_{ji})$ où $b_{ji} = a_{ij}$.

Proposition 1

- (i) La transposition est une application linéaire de $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$:
 ${}^t(A + B) = {}^tA + {}^tB$ et ${}^t(\lambda A) = \lambda {}^tA$.
- (ii) La transposition est involutive : ${}^t({}^tA) = A$.
- (iii) ${}^t(A \times B) = {}^tB \times {}^tA$.

Exercice 1.

Calculez tAA et $A{}^tA$ lorsque $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.