36 Séries de Riemann.

I Définition.

Proposition 1

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$.

$\sum \frac{1}{n^\alpha}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.

II Le critère de Riemann.

Théorème 1 - Critère de Riemann.

Soient :

. $\sum u_n$ une série à termes strictement positifs.

S'il existe $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\ell \in \mathbb{R}_+^*$ tels que $n^\alpha u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \ell$ alors $\sum u_n$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.

Exercice 1.

Étudiez la nature de la série $\sum_{n\geqslant 1} \frac{(\ln(n))^2}{n^3}$.

III Séries de Bertrand.

Proposition 2

La série de Bertrand $\sum_{n\geqslant 2} \frac{1}{n^\alpha (\ln(n))^\beta}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$ ou ($\alpha = 1$ et $\beta > 1$).

IV Exercices.

36 Séries de Riemann.

36 Séries de Riemann.