

19 Formule des probabilités composées.

I La formule.

Théorème 1 - Formule des probabilités composées.

Soient $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé fini, $n \in \mathbb{N}^*$ et $(A_1, \dots, A_n) \in \mathcal{E}^n$.

Si

$$\mathbb{P}(A_1 \cap \dots \cap A_n) > 0$$

alors

$$\mathbb{P}(A_1 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1) \dots \mathbb{P}(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

II Exercices.

Exercice 1. D

Une épreuve consiste à lancer indéfiniment une pièce équilibrée. Pour tout entier naturel n non nul, on note A_n l'événement « on obtient au moins un pile pendant les n premiers lancers ».

Pour tout entier naturel k non nul, on note E_k l'événement « le premier Pile apparaît lors du k -ième lancer ».

Déterminez la probabilité E_k puis déduisez-en celle de A_n .

Exercice 2. D

Une urne contient a boules blanches et b boules noires indiscernables. On tire successivement une boule jusqu'à obtenir une boule noire. Le jeu s'arrête alors.

1. On effectue les tirages avec remise. Quel est la probabilité que le jeu s'arrête à l'étape n avec $n \in \mathbb{N}^*$?
2. On effectue le tirage sans remise. Quelle est la probabilité que le jeu s'arrête à l'étape n avec $n \in \mathbb{N}^*$?

