

14 Compléments sur les fonctions.

I Fonctions périodiques.

II Fonctions paires et impaires.

III Fonctions majorées, minorées, bornées.

IV Monotonie et stricte monotonie.

V Exercices.

Exercice 1. B

Exercice 2. C

- a) Montrez que l'application $f : x \mapsto e^{1/x^2}$ définie sur \mathbb{R}^* , est paire et pas impaire.
- b) Montrez que l'application $f : x \mapsto \cos(x) + \sin(x)$, définie sur \mathbb{R} est périodique.
- c) Montrez que l'application $f : x \mapsto \sqrt{|\sin(x)|}$ définie sur \mathbb{R} est périodique et paire.
- d) Montrez que l'application $f : x \mapsto \ln(x^8)$, définie sur \mathbb{R}^* est paire.

Correction de l'exercice 2

- a) \mathbb{R}^* est symétrique par rapport à 0 et, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f(-x) = \exp\left(\frac{1}{(-x)^2}\right) = \exp\left(\frac{1}{x^2}\right) = f(x)$. f est paire.
 $f(-1) = e = f(1)$ donc $f(-1) \neq -f(1)$ et f n'est pas impaire.
- b) Par 2π -périodicité de \cos et \sin , pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x + 2\pi) = \cos(x + 2\pi) + \sin(x + 2\pi) = \cos(x) + \sin(x) = f(x)$.
- c) $f(x + 2\pi) = \sqrt{|\sin(x + 2\pi)|} = \sqrt{|\sin(x)|} = f(x)$ donc f est 2π -périodique.
 $f(-x) = \sqrt{|\sin(-x)|} = \sqrt{|-\sin(x)|} = \sqrt{|\sin(x)|} = f(x)$ donc f est paire.
- d) $f(-x) = \ln((-x)^8) = \ln(x^8) = f(x)$ donc f est paire.