

07 Espace \mathbb{R}^n .

I Des opérations sur les vecteurs.

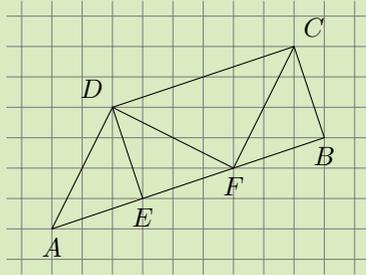
II Propriétés des opérations.

III Exercices.

Exercice 1. A

Par lecture graphique indiquez

1. un vecteur égale à \overrightarrow{AE} ; à \overrightarrow{CF} .
2. un vecteur de même direction que \overrightarrow{CB} mais de sens opposé; idem pour \overrightarrow{AF} .
3. un vecteur égale à \overrightarrow{DC} d'extrémité F ; égale à \overrightarrow{FB} d'origine A .
4. deux vecteurs de même de direction, de même sens qui ne sont pas égaux.
5. deux vecteurs de même norme qui ne sont pas égaux.

Correction de l'exercice 1

1. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FB}$. $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DA}$.
2. \overrightarrow{ED} et \overrightarrow{FE} .
3. $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AE}$.
4. \overrightarrow{AE} et \overrightarrow{DC} .
5. \overrightarrow{DF} et \overrightarrow{FC} .

Exercice 2. A

Représentez graphiquement les vecteurs de \mathbb{R}^2 suivants.

a) $\vec{x} = (1; 4)$.

b) $\vec{y} = (-4; 6)$.

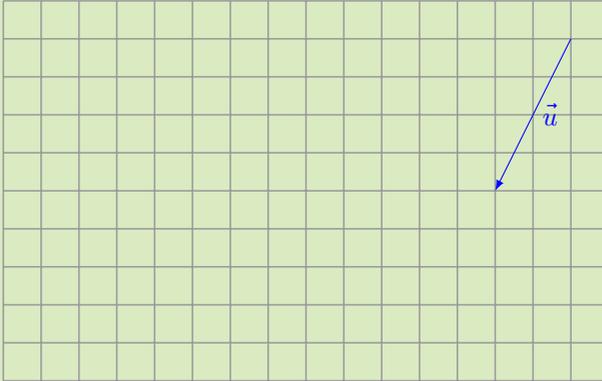
c) $\vec{z} = (8; 2)$.

d) $\vec{s} = (3; -5)$.

e) $\vec{t} = (3; 0)$.

f) $\vec{v} = (-5; 0)$.

On a dessiné le vecteur $\vec{u} = (-2; 4)$; -2 en abscisses et -4 en ordonnées.



Exercice 3. A

Représentez graphiquement les vecteurs sommes de \mathbb{R}^2 suivants.

a) $\vec{x} + \vec{y}$.

b) $\vec{v} + \vec{s}$.

c) $\vec{v} + \vec{y}$.

d) $\vec{u} + \vec{t}$.

e) $\vec{v} + \vec{x}$.

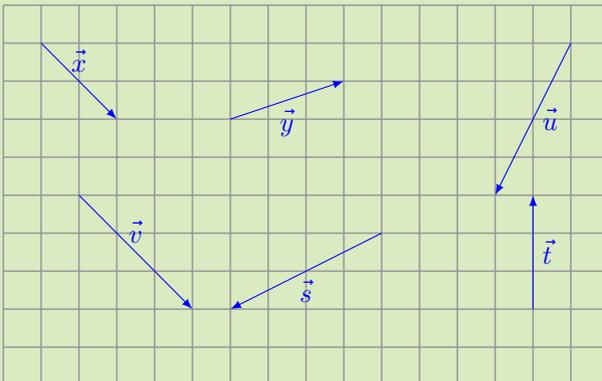
f) $\vec{u} - \vec{s}$.

g) $-\vec{x} + \vec{v}$.

h) $\vec{y} + \vec{t}$.

i) $\vec{x} + \vec{t}$.

On a dessiné le vecteur \vec{u} obtenu comme somme $\vec{u} = \vec{x} + \vec{s}$.



Exercice 4. A

Représentez graphiquement les vecteurs de \mathbb{R}^2 suivants.

a) $2 \cdot \vec{x}$.

b) $-3 \cdot \vec{v}$.

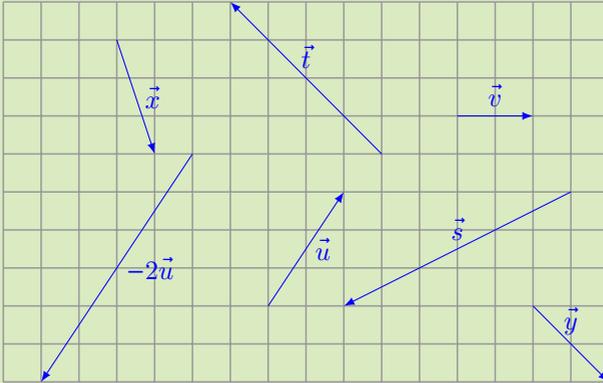
c) $4 \cdot \vec{y}$.

d) $\frac{1}{2} \cdot \vec{t}$.

e) $\frac{1}{3} \cdot \vec{s}$.

f) $-\frac{2}{3} \cdot \vec{s}$.

On a dessiné le vecteur $-2 \cdot \vec{u}$.



Exercice 5. B

Calculez le vecteur \vec{x} dans les cas suivants (donnez-en les coordonnées).

1. a) $\vec{x} = (2; 3) + (-2; 1)$.

b) $\vec{x} = (4; 5; -7) + (-3; -5; 12)$.

c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

d) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 11 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \\ -27 \end{pmatrix}$.

e) $\vec{x} = 7 \cdot (6; 7)$.

f) $\vec{x} = -7 \cdot (5; 8; 9)$.

g) $\vec{x} = 8 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix}$.

h) $\vec{x} = -8 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 1/8 \end{pmatrix}$.

i) $\vec{x} = 8 \cdot (5; -4) + 2 \cdot (1; 0)$.

j) $\vec{x} = 9 \cdot (2; 5; 7) - 5 \cdot (0; 7; -9)$.

k) $\vec{x} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ -37 \end{pmatrix}$.

l) $\vec{x} = -6 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ -9 \end{pmatrix}$.

m) $\vec{x} = 8 \cdot ((5; -4) + 2 \cdot (1; 0))$.

n) $\vec{x} = 2 \cdot ((3; -5; 2) - 4 \cdot (9; 6; 7))$.

o) $\vec{x} = -1 \cdot \left(2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right)$.

p) $\vec{x} = 3 \cdot \left(2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$.

2. On note $\vec{u} = (2; 3)$, $\vec{v} = (-1; 1)$ et $\vec{w} = (0; -3)$.

a) $\vec{x} = \vec{u} + \vec{v}$.

b) $\vec{x} = \vec{v} + \vec{w}$.

c) $\vec{x} = \vec{u} + \vec{w}$.

d) $\vec{x} = 4 \cdot \vec{u} + \vec{v}$.

e) $\vec{x} = -3 \cdot (\vec{u} + \vec{v})$.

f) $\vec{x} = (3 - 14) \cdot \vec{u} - \vec{v}$.

g) $\vec{x} = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v} + 6\vec{w}$.

h) $\vec{x} = -5 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v} - \vec{w}$.

i) $\vec{x} = \frac{1}{3} \cdot \vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{3} \cdot \vec{w}$.

j) $\vec{x} = \frac{1}{2} \cdot \vec{u} + \frac{1}{3} \cdot \vec{v} + \frac{1}{5} \cdot \vec{w}$.

Exercice 6. B

Exprimez, si possible, \vec{x} en fonction de \vec{u} . Ainsi, si $\vec{x} = (2; -6)$ et $\vec{u} = (-1; 3)$ alors $\vec{x} = -2 \cdot \vec{u}$.

a) $\vec{x} = (12; -21)$ et $\vec{u} = (4; -7)$.

b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 36 \\ 8 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} = \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \end{pmatrix}$.

c) $\vec{x} = (36; 27; 18)$ et $\vec{u} = (12; 9; 6)$.

d) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 49 \\ -21 \\ -56 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$.

e) $\vec{x} = (2; 1)$ et $\vec{u} = (6; 3)$.

f) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Exercice 7. C

Soit $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$;

Démontrez les égalités proposées.

a) $2 \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x_1 \\ -3x_2 \end{pmatrix}$.

b) $7 \cdot \begin{pmatrix} -3x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x_1 \\ -7x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ 9x_2 \end{pmatrix}$.

c) $-8 \left(\begin{pmatrix} 2x_1 \\ -3x_2 \end{pmatrix} \right) + 4 \cdot \begin{pmatrix} -x_1 \\ 3x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20x_1 \\ 36x_2 \end{pmatrix}$.

d) $x_3 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3x_1 - 3 \\ x_3x_2 + 4 \end{pmatrix}$.

e) $2 \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 2x_3 \\ -x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(x_1 + 3x_3) \\ -x_2 \end{pmatrix}$.

