Droites.

I La définition moderne d'une droite.

1 Définition.

2 Tracer une droite connaissant un point et un vecteur directeur.

Exercice 1.

Après avoir choisi un repère du plan dessinez la droite passant par $A(2,1)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

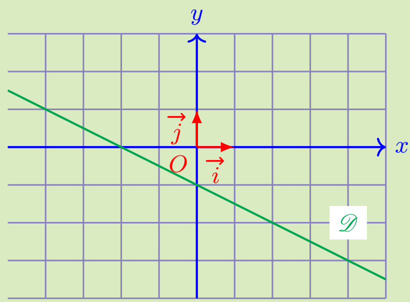
Exercice 2.

On considère un point $A(4;3)$.
Tracez quatre droites d_1 à d_4 passant par A et admettant respectivement pour vecteurs directeurs $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$.

3 Décrire une droite par un point et un vecteur directeur.

Exercice 3.

Sans justification donnez les coordonnées de 3 vecteurs directeurs de la droite $\mathscr{D}$ représentée ci-dessous dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.



Exercice 4.

Dans chacun des cas suivants, indiquez si le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

1. $A(-14;2)$, $B(5;-3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$.
2. $A(-7;3)$, $B(5;1)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}$.
3. $A(5;2)$, $B(0;-3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$.
4. $A(4;-2)$, $B(3;-4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}4{,}5\\9\end{pmatrix}$.

Exercice 5.

Dans chacun des cas suivants, calculez les coordonnées de trois vecteurs directeurs de (AB).

1. $A(2;3)$ et $B(-1;2)$.
2. $A(-5;4)$ et $B(3;1)$.
3. $A(3;0)$ et $B(0;3)$.
4. $A(7;8)$ et $B(7;9)$.

4 Parallélisme et vecteurs directeurs.

Exercice 6.

On considère une droite d passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

Soient $B(7;-5)$, $C(-4;6)$ et $D(3;-4)$.

1. Tracez la droite d puis placez B, C et D.
2. Le point B est-il sur d ?
3. Les droites d et (CD) sont-elles parallèles ?

5 Perpendicularité et vecteurs directeurs.

II Les équations cartésiennes de droites.

1 Équation cartésienne.

Exercice 7.

Soient $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ un repère cartésien, $A(3;-1)$ un point et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-4\\-102\end{pmatrix}$.

1. Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant pas A et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$.
2. Démontrer que $B\left(0;-\frac{155}{2}\right)\in\mathscr{D}$.

Exercice 8.

Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant A et de vecteurs directeur $\vec{u}$.

1. $A(3;4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.
2. $A(-2;5)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$.
3. $A(5;-10)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.
4. $A(0;4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$.

Exercice 9.

Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et B.

1. $A(2;1)$ et $B(5;-6)$.
2. $A(-3;0)$ et $B(1;1)$.
3. $A(-1;7)$ et $B(0;3)$.
4. $A(6;8)$ et $B(3;2)$.

Exercice 10.

Soient $A(-3;4)$ et $B(2;1)$ et $C(-1;-3)$.

1. Calculez les coordonnées du point M milieu de $[AC]$.
2. Déduisez-en une équation cartésienne de la médiane issue de B dans ABC.

Exercice 11.

Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ parallèle à (AB) et passant par C.

1. $A(5;4)$, $B(-1;2)$ et $C(4;-3)$.
2. $A(-5;-1)$, $B(6;4)$ et $C(1;2)$.

Exercice 12.

Déterminez une équation cartésienne de la droite (AB) puis vérifiez si A, B et C sont alignés.

1. $A(-2;4)$, $B(7;2)$ et $C(11;1)$.
2. $A(-4;-1)$, $B(4;3)$ et $C(44;23)$.
3. $A(-26;20)$, $B(51;6)$ et $C(30;10)$.
4. $A(20;18)$, $B(72;40)$ et $C(124;62)$.

2 Trouver un vecteur directeur grâce à une équation cartésienne.

Exercice 13.

Déterminez un vecteur directeur de la droite d.

1. $d:\ 4x-3y+1=0$.
2. $d:\ x-5y+2=0$.
3. $d:\ -x+2y-5=0$.

Exercice 14.

Dites si les droites d et d' sont strictement parallèles, confondues ou sécantes.

1. $d:\ 2x-6y+5=0$ et $d':\ x-3y+2=0$.
2. $d:\ 4x-3y+1=0$ et $d':\ 5x-4y+2=0$.
3. $d:\ 3x+9y+2=0$ et $d':\ 12x+36y+8=0$.

3 Équations réduites.

Exercice 15.

1. Déterminez la pente de la droite d d'équation $-8x+3y+5=0$.
2. Déterminez la pente de la droite (AB) avec $A(-1,-9)$ et $B(2;6)$.
3. Déterminez les pentes de chacune des droites dessinée.
4. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y=3{,}3x+6{,}5$.
5. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y=2$.
6. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y=-7-x$.
7. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y=\frac{4x+9}{5}$.
8. Déterminez la pente de la droite d d'équation $x=-0{,}8$.
9. Déterminez la pente de la droite d d'équation $4x+2y+5=0$.

III Tangente.

Exercice 16.

Nous avons remarqué que $f:x\mapsto x^2$ est dérivable en 2 et son nombre dérivé est $f'(2)=4$.
Déduisez-en l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f au point d'abscisse $a=2$ a pour équation

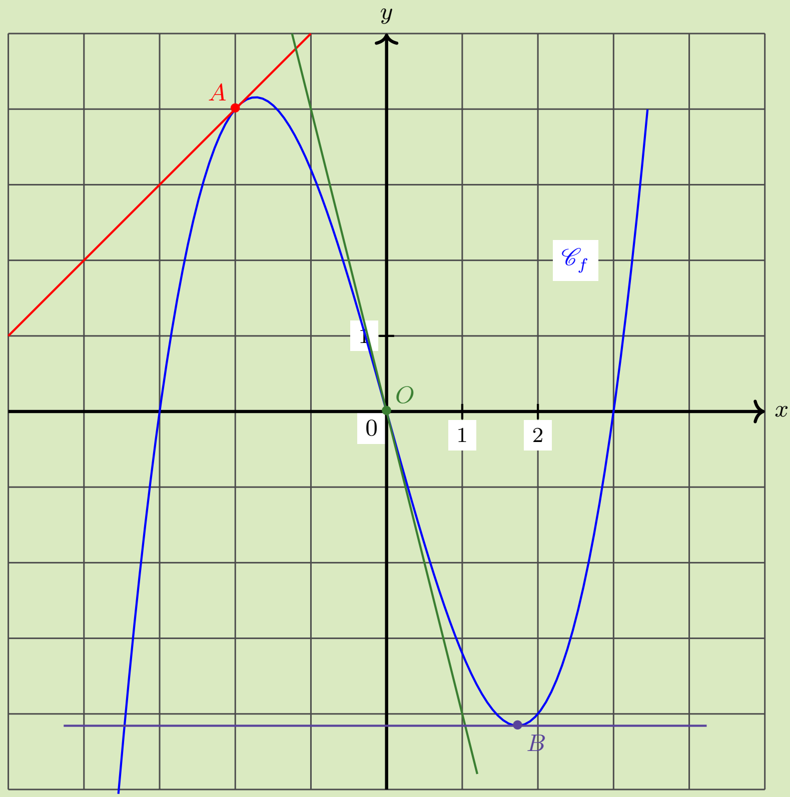
Exercice 17.

Déterminez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a dans les cas suivants.

1. $f:x\mapsto x^2+x+1$ et $a=1$.
2. $f:x\mapsto -3x+2$ et $a=7$.
3. $f:x\mapsto (x+2)^2$ et $a=-1$.
4. $f:x\mapsto \frac{1}{x}$ et $a=2$.
5. $f:x\mapsto \sqrt{x}$ et $a=2$.

Exercice 18. ♥

On a dessiné ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f ainsi que les tangentes à cette courbe aux points $A(-2;4)$, $O(0{,}0)$ et $B(\sqrt{3};0{,}4\sqrt{3}^3-3{,}6\sqrt{3})$.



1. Déterminez les nombres dérivés de f en -2, en 0 et en $\sqrt{3}$.
2. Déduisez-en, les équations réduites des tangentes à $\mathscr{C}_f$ en A, O et B.

Exercice 19.

IV Exercices.

Exercice 20.

Exercice 21.

Soit f a fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 1$.

1. Calculez le nombre dérivé de f en $a = \frac{1}{3}$.
2. Déterminez l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{3}$.

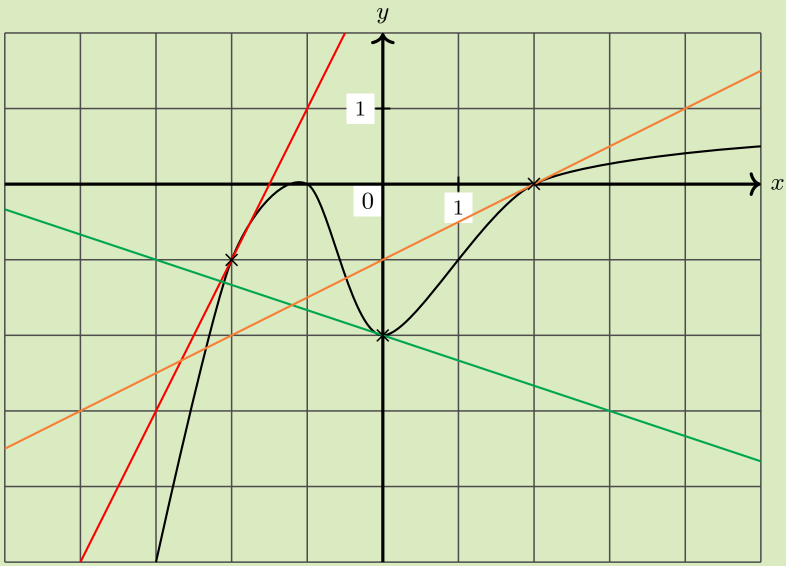
Exercice 22.

Soit f a fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 2x + 3$.

1. Calculez le nombre dérivé de f en $a = \sqrt{2}$.
2. Déterminez l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\sqrt{2}$.

Exercice 23.

Dans le repère ci-dessous est dessiné la courbe représentative d'une fonction f ainsi que trois de ses tangentes.



Déterminez les équations réduites des tangentes à la courbe représentative de f au points d'abscisses -2 et 0 et 2.

Exercice 24.

Considérons une fonction f définie sur $[-5;5]$.

1. Dans un repère orthonormé dessinez les points $A(-3,-3)$, $B(0{,}4)$ et $C(4{,}4)$.
2. Tracez les tangentes à $\mathscr{C}_f$ respectivement en A, B et C d'équations réduites respectives $d_A:\ y = 2x + 3$, $d_B:\ y = -\frac{1}{2}x + 4$ et $d_C:\ y = -x + 8$.
3. Tracez à main levée une courbe représentative possible pour f.