Droites.

I La définition moderne d'une droite.

1 Définition.

2 Tracer une droite connaissant un point et un vecteur directeur.

Exercice 1.

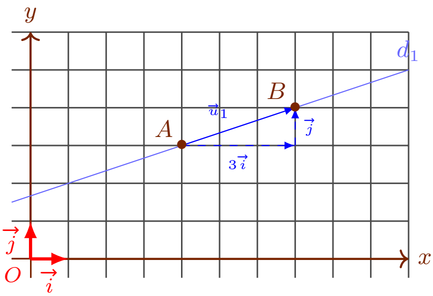
Après avoir choisi un repère du plan dessinez la droite passant par $A(2{,}1)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

Exercice 2.

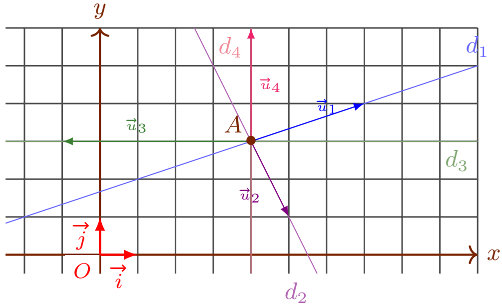
On considère un point $A(4;3)$.
Tracez quatre droites d_1 à d_4 passant par A et admettant respectivement pour vecteurs directeurs $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 2

L'idée principale est la suivante pour tracer une droite nous devons en connaître deux points. Nous connaissons déjà A il faut en trouver un autre. Le plus simple est de prendre le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$. Une autre façon de dire les choses nous cherchons l'image, B, de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.



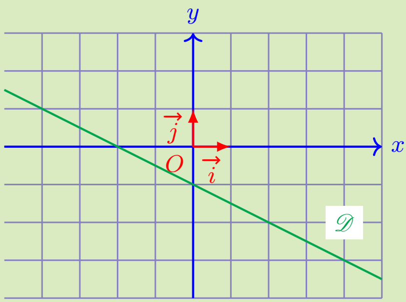
En procédant de même pour les autres vecteurs :



3 Décrire une droite par un point et un vecteur directeur.

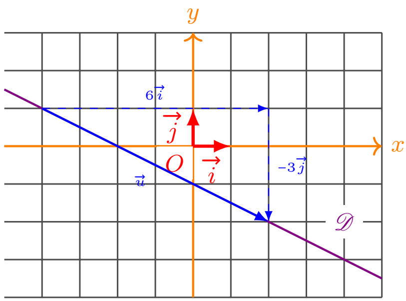
Exercice 3.

Sans justification donnez les coordonnées de 3 vecteurs directeurs de la droite $\mathscr{D}$ représentée ci-dessous dans un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.



Correction de l'exercice 3

Il suffit de trouver les coordonnées d'un vecteur « porté » par la droite. Pour avoir davantage de vecteurs directeurs on peut lire d'autres coordonnées ou prendre les coordonnées du précédent vecteur multiplié par n'importe quel nombre.



Les vecteurs de coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 4.

Dans chacun des cas suivants, indiquez si le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

1. $A(-14;2)$, $B(5;-3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. $A(-7;3)$, $B(5;1)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$.
3. $A(5;2)$, $B(0;-3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.
4. $A(4;-2)$, $B(3;-4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 4

1. Déterminons si $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

$$\begin{aligned} \det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u}\right) &= \begin{vmatrix} 5-(-7) & -6 \\ 1-3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 12 \times 1 - (-6) \times (-2) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires donc :

$\vec{u}$ est un vecteur directeur de (AB).

2. Déterminons si $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

$$\begin{aligned} \det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u}\right) &= \begin{vmatrix} 0-5 & 2 \\ -3-2 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (-5) \times (-2) - (-5) \times 2 \\ &= 20 \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires donc :

$\vec{u}$ n'est pas un vecteur directeur de (AB).

3. Déterminons si $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

$$\begin{aligned}\det\left(\overrightarrow{AB};\vec{u}\right) &= \begin{vmatrix} 3-4 & 4{,}5 \\ -4-(-2) & 9 \end{vmatrix} \\ &= (-1)\times 9-(-2)\times 4{,}5 \\ &= 0\end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires donc :

$\vec{u}$ est un vecteur directeur de (AB).

Exercice 5.

Dans chacun des cas suivants, calculez les coordonnées de trois vecteurs directeurs de (AB).

1. $A(2;3)$ et $B(-1;2)$.
2. $A(-5;4)$ et $B(3;1)$.
3. $A(3;0)$ et $B(0;3)$.
4. $A(7;8)$ et $B(7;9)$.

4 Parallélisme et vecteurs directeurs.

Exercice 6.

On considère une droite d passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

Soient $B(7;-5)$, $C(-4;6)$ et $D(3;-4)$.

1. Tracez la droite d puis placez B, C et D.
2. Le point B est-il sur d ?
3. Les droites d et (CD) sont-elles parallèles ?

5 Perpendicularité et vecteurs directeurs.

II Les équations cartésiennes de droites.

1 Équation cartésienne.

Exercice 7.

Soient $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère cartésien, $A(3;-1)$ un point et $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\-102\end{pmatrix}$.

1. Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant pas A et de vecteur directeur $\vec{u}$.
2. Démontrer que $B\left(0;-\frac{155}{2}\right)\in\mathscr{D}$.

Correction de l'exercice 7

1. La méthode de la détermination d'une équation cartésienne à partir d'un point et d'un vecteur directeur est à connaître.

   Notons $\mathscr{D}$ la droite passant pas A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

   Déterminons une équation cartésienne de $\mathscr{D}$.

   Soit $M(x;y)\in\mathscr{D}$.

   $M\in\mathscr{D}$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires, ce qui équivaut encore successivement à

$$\begin{aligned}\det\left(\overrightarrow{AM};\vec{u}\right)&=0\\ \begin{vmatrix}x_{AM} & x_u\\ y_{AM} & y_u\end{vmatrix}&=0\\ \begin{vmatrix}x-3 & -4\\ y-(-1) & -102\end{vmatrix}&=0\\ (x-3)\times(-102)-(y+1)\times(-4)&=0\\ -102x+4y+310&=0\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{D}:\ -102x+4y+310=0.}$$

2. La méthode pour vérifier qu'un point appartient à une droite dont on connaît une équation est à savoir.

   Vérifions que $B\in\mathscr{D}$.

   $B\in\mathscr{D}$ si et seulement si ses coordonnées vérifient une équation cartésienne de $\mathscr{D}$. Or

$$\begin{aligned}-102x_B+4y_B+310&=-102\times0+4\times\left(-\frac{155}{2}\right)+310\\&=0\end{aligned}$$

donc

$$\boxed{B \in \mathscr{D}.}$$

Exercice 8.

Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant A et de vecteurs directeur $\vec{u}$.

1. $A(3;4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.
2. $A(-2;5)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$.
3. $A(5;-10)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.
4. $A(0;4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 8

1. $\mathscr{D}: \ 2x + y - 10 = 0$.
2. $\mathscr{D}: \ -3x - 6 = 0$.
3. $\mathscr{D}: \ x + 3y + 25 = 0$.
4. $\mathscr{D}: \ x - 5y + 20 = 0$.

Exercice 9.

Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et B.

1. $A(2;1)$ et $B(5;-6)$.
2. $A(-3;0)$ et $B(1;1)$.
3. $A(-1;7)$ et $B(0;3)$.
4. $A(6;8)$ et $B(3;2)$.

Correction de l'exercice 9

1. $-7x - 3x + 17 = 0$.
2. $x - 4y + 3 = 0$.
3. $-4x - y + 3 = 0$.
4. $6x - 3y - 12 = 0$

Exercice 10.

Soient $A(-3;4)$ et $B(2;1)$ et $C(-1;-3)$.

1. Calculez les coordonnées du point M milieu de $[AC]$.
2. Déduisez-en une équation cartésienne de la médiane issue de B dans ABC.

Correction de l'exercice 10

1. $M\left(-2;\frac{1}{2}\right)$.

2. $\frac{1}{2}x - 4y + 3 = 0$.

Exercice 11.

Déterminez une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ parallèle à (AB) et passant par C.

1. $A(5;4)$, $B(-1;2)$ et $C(4;-3)$.
2. $A(-5;-1)$, $B(6;4)$ et $C(1;2)$.

Correction de l'exercice 11

(AB) et $\mathscr{D}$ sont parallèles si et seulement si tout vecteur directeur de l'une est vecteur directeur de l'autre droite.

1. $-2x + 6y + 26 = 0$.
2. $5x - 11y + 17 = 0$.

Exercice 12.

Déterminez une équation cartésienne de la droite (AB) puis vérifiez si A, B et C sont alignés.

1. $A(-2;4)$, $B(7;2)$ et $C(11;1)$.
2. $A(-4;-1)$, $B(4;3)$ et $C(44;23)$.
3. $A(-26;20)$, $B(51;6)$ et $C(30;10)$.
4. $A(20;18)$, $B(72;40)$ et $C(124;62)$.

Correction de l'exercice 12

1. $-2x - 9y + 32 = 0$ Non.
2. $-4x + 8y - 8 = 0$. Oui.
3. $14x + 77y - 1176 = 0$. Non.
4.

2 Trouver un vecteur directeur grâce à une équation cartésienne.

Exercice 13.

Déterminez un vecteur directeur de la droite d.

1. $d: \ 4x - 3y + 1 = 0$.
2. $d: \ x - 5y + 2 = 0$.
3. $d: \ -x + 2y - 5 = 0$.

Correction de l'exercice 13

1. $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$.

   Or ici $a = 4$, $b = -3$ et $c = 1$ donc $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d.

2. Voici une autre façon de déterminer un vecteur directeur d'une droite mais un peu plus lourde. Trouvons deux points distincts A et B de d et alors $\overrightarrow{AB}$ sera un vecteur directeur de d. Pour trouver un point choisissons une valeur de x au hasard et cherchons une valeur de y correspondante e sorte que ce soit un point de la droite.
   Cherchons (si possible) $A \in d$ de sorte que $x_A = 0$ alors on devrait avoir $x_A - 5y_A + 2 = 0$ et donc $y_A = \frac{2}{5}$. $A\left(0; \frac{2}{5}\right)$ est un point de la droite.
   De même si $x_B = 1$ alors $y_B = \frac{3}{5}$ et $B \in d$.
   Donc $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de d.
3. $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$.
   Or ici $a = -1$, $b = 2$ et $c = -5$ donc $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d.

Exercice 14.

Dites si les droites d et d' sont strictement parallèles, confondues ou sécantes.

1. $d: \ 2x - 6y + 5 = 0$ et $d': \ x - 3y + 2 = 0$.
2. $d: \ 4x - 3y + 1 = 0$ et $d': \ 5x - 4y + 2 = 0$.
3. $d: \ 3x + 9y + 2 = 0$ et $d': \ 12x + 36y + 8 = 0$.

Correction de l'exercice 14

1. Déterminons la position relative de a et d'.

   La position relative de deux droites (position de l'une par rapport à l'autre) dans la plan (coplanaires) n'admet que deux possibilités qui s'excluent mutuellement :
   — les droites sont *sécantes*,
   — les droites sont *parallèles* (et en particulier éventuellement confondues).

   À ce stade de la leçon pour démontrer le parallélisme nous allons utiliser les vecteurs directeurs.

   $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$
   donc : $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d'.

   Déterminons si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

$$\begin{aligned} \det\left(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{u}\right) &= \begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 6 \times 1 - 2 \times 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Les vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires donc d et d' sont parallèles.
Deux droites parallèles sont confondues si et seulement si elles ont au moins un point en commun. Or $P\left(0;\frac{5}{6}\right) \in d$ mais $P \notin d'$ donc

d et d' sont strictement parallèles.

2. $\vec{u} = \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$. $\det\left(\vec{u};\vec{v}\right) = -1$. $d \nparallel d'$.
3. $\vec{u} = \begin{pmatrix}-9\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix}-36\\12\end{pmatrix}$. $\det\left(\vec{u};\vec{v}\right) = 0$. $d \parallel d'$. $P\left(-\frac{2}{3};0\right) \in d$ et $P \in d'$ donc $d = d'$ (droites confondues).

3 Équations réduites.

Exercice 15.

1. Déterminez la pente de la droite d d'équation $-8x + 3y + 5 = 0$.
2. Déterminez la pente de la droite (AB) avec $A(-1,-9)$ et $B(2;6)$.
3. Déterminez les pentes de chacune des droites dessinée.
4. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y = 3{,}3x + 6{,}5$.
5. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y = 2$.
6. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y = -7 - x$.
7. Déterminez la pente de la droite d d'équation $y = \frac{4x+9}{5}$.
8. Déterminez la pente de la droite d d'équation $x = -0{,}8$.
9. Déterminez la pente de la droite d d'équation $4x + 2y + 5 = 0$.

Correction de l'exercice 15

1. (a) En isolant y : $y = \frac{8}{3}x - \frac{5}{3}$.

   O avec le vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\-8\end{pmatrix}$. Donc $m = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$.

   (b) $\frac{6-(-9)}{2-(-1)} = 5$.
2. $m_1 = -\frac{3}{5}$, $m_2 = 2$ et $m_3 = \frac{3}{4}$.
3. 69 page 195.
   (a) $m = 3{,}3$.
   (b) $m = 0$.
4. (a) $m = -1$.
   (b) $\frac{4}{5}$.
5. (a) Pas de pente.
   (b) $m = -2$.

III Tangente.

Exercice 16.

Nous avons remarqué que $f : x \mapsto x^2$ est dérivable en 2 et son nombre dérivé est $f'(2) = 4$.
Déduisez-en l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f au point d'abscisse $a = 2$ a pour équation

Correction de l'exercice 16

Déterminons l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

puisque $a = 2$, cette équation équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} &y = f'(2)(x-2) + f(2) \\ &y = 4 \times (x-2) + 4 \\ &y = 4x - 4 \end{aligned}$$

L'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2 est : $y = 4x - 4$.

Exercice 17.

Déterminez la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a dans les cas suivants.

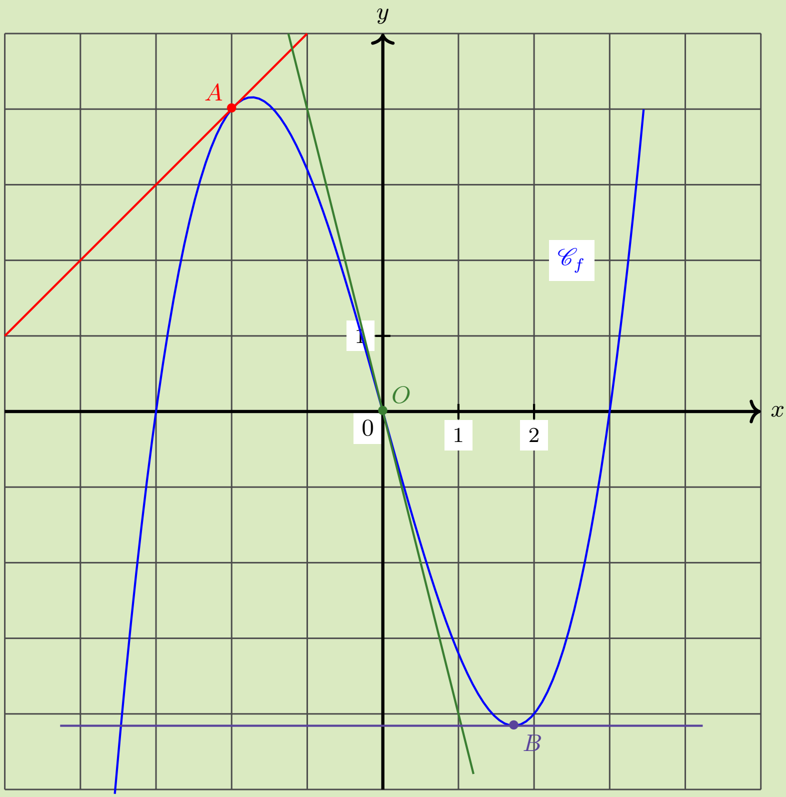
1. $f : x \mapsto x^2 + x + 1$ et $a = 1$.
2. $f : x \mapsto -3x + 2$ et $a = 7$.
3. $f : x \mapsto (x+2)^2$ et $a = -1$.
4. $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ et $a = 2$.
5. $f : x \mapsto \sqrt{x}$ et $a = 2$.

Correction de l'exercice 17

1. $y = 3(x-1) + 4$ ou $y = 3x + 1$.
2. $y = -3x + 2$.
3. $y = 1(x+1) + 1$ ou $y = x + 2$.
4. $y = -\frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{2}$ ou $y = -\frac{1}{4}x + 1$.
5. $y = \frac{1}{2\sqrt{2}}(x-2) + \sqrt{2}$ ou $y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 18. ♥

On a dessiné ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f ainsi que les tangentes à cette courbe aux points $A(-2;4)$, $O(0{,}0)$ et $B(\sqrt{3};0{,}4\sqrt{3}^3-3{,}6\sqrt{3})$.



1. Déterminez les nombres dérivés de f en -2, en 0 et en $\sqrt{3}$.
2. Déduisez-en, les équations réduites des tangentes à $\mathscr{C}_f$ en A, O et B.

Exercice 19.

IV Exercices.

Exercice 20.

Exercice 21.

Soit f a fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 1$.

1. Calculez le nombre dérivé de f en $a = \frac{1}{3}$.
2. Déterminez l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 21

1. Calculons $f'\left(\frac{1}{3}\right)$.

   le taux d'accroissement de f entre a et $a + h$ est :

$$\tau_f(a,a+h) = \frac{f(a+h) - f'a)}{h}.$$

   Or :

   * $a = \frac{1}{3}$.
   * $f(a) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \times \frac{1}{3} - 1 = -\frac{17}{9}$.
   *

$$\begin{aligned}
f(a+h) &= f\left(\frac{1}{3} + h\right) \\
&= \left(\frac{1}{3} + h\right)^2 - 3\left(\frac{1}{3} + h\right) - 1 \\
&= \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{3} \times h + h^2 - 3 \times \frac{1}{3} - 3 \times h - 1 \\
&= \frac{1}{9} + \frac{2}{3}h + h^2 - 1 - 3h - 1 \\
&= h^2 + \left(\frac{2}{3} - 3\right)h - 2 + \frac{1}{9} \\
&= h^2 - \frac{7}{3}h - \frac{17}{9}
\end{aligned}$$

   donc :

$$\begin{aligned}
\tau_h(a,a+h) &= \frac{h^2 - \frac{7}{3}h - \frac{17}{9} - \left(-\frac{17}{9}\right)}{h} \\
&= \frac{h^2 - \frac{7}{3}h}{h} \\
&= \frac{h\left(h - \frac{7}{3}\right)}{h} \\
&= h - \frac{7}{3}
\end{aligned}$$

Nous en déduisons :

$$\begin{aligned}\lim_{h\to 0} \tau_f(a,a+h) &= \lim_{h\to 0} h - \frac{7}{3}\\ &= -\frac{7}{3}\end{aligned}$$

Par conséquent

$$\boxed{f \text{ est dérivable en } \tfrac{1}{3} \text{ et } f'\left(\tfrac{1}{3}\right) = -\tfrac{7}{3}.}$$

2. Déterminons l'équation réduite de la tangente.

   L'équation réduite au point d'abscisse a est

   $$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

   Or :

   * $a = \frac{1}{3}$,
   * $f(a) = -\frac{17}{9}$,
   * $f'(a) = -\frac{7}{3}$,

   donc une équation de la tangente est

   $$y = -\frac{7}{3}\left(x - \frac{1}{3}\right) - \frac{17}{9}.$$

   $$\boxed{\text{L'équation réduite de la tangente est : } y = -\tfrac{7}{3}x - \tfrac{10}{9}.}$$

Exercice 22.

Soit f a fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 2x + 3$.

1. Calculez le nombre dérivé de f en $a = \sqrt{2}$.
2. Déterminez l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\sqrt{2}$.

Correction de l'exercice 22

1. Calculons $f'\left(\sqrt{2}\right)$.

   le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$ est :

   $$\tau_f(a,a+h) = \frac{f(a+h) - f'a)}{h}.$$

   Or :

* $a=\sqrt{2}$.
* $f(a)=f\left(\sqrt{2}\right)=-2\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}+3=-1+2\sqrt{2}$.
*

$$\begin{aligned}
f(a+h) &= f\left(\sqrt{2}+h\right)\\
&= -2\left(\sqrt{2}+h\right)^2+2\left(\sqrt{2}+h\right)+3\\
&= -2\left[\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}\times h+h^2\right]+2\times\sqrt{2}+2\times h+3\\
&= -2\left[2+2\sqrt{2}h+h^2\right]+2\sqrt{2}+2h+3\\
&= -4-4\sqrt{2}h-2h^2+2\sqrt{2}+2h+3\\
&= -2h^2+\left(-4\sqrt{2}+2\right)h+3+2\sqrt{2}-4\\
&= -2h^2+(2-4\sqrt{2})h-1+2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

donc :

$$\begin{aligned}
\tau_h(a,a+h) &= \frac{-2h^2+(2-4\sqrt{2})h-1+2\sqrt{2}-(-1+2\sqrt{2})}{h}\\
&= \frac{-2h^2+(2-4\sqrt{2})h-1+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}}{h}\\
&= \frac{-2h^2+(2-4\sqrt{2})h}{h}\\
&= \frac{h\left(-2h+2-4\sqrt{2}\right)}{h}\\
&= -2h+2-4\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Nous en déduisons :

$$\begin{aligned}
\lim_{h\to 0}\tau_f(a,a+h) &= \lim_{h\to 0}-2h+2-4\sqrt{2}\\
&= 2-4\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Par conséquent

$$\boxed{f \text{ est dérivable en } \sqrt{2} \text{ et } f'\left(\sqrt{2}\right)=2-4\sqrt{2}.}$$

2. Déterminons l'équation réduite de la tangente.

   L'équation réduite au point d'abscisse a est

$$y=f'(a)(x-a)+f(a).$$

   Or :

* $a = \sqrt{2}$,
* $f(a) = -1 + 2\sqrt{2}$,
* $f'(a) = 2 - 4\sqrt{2}$,

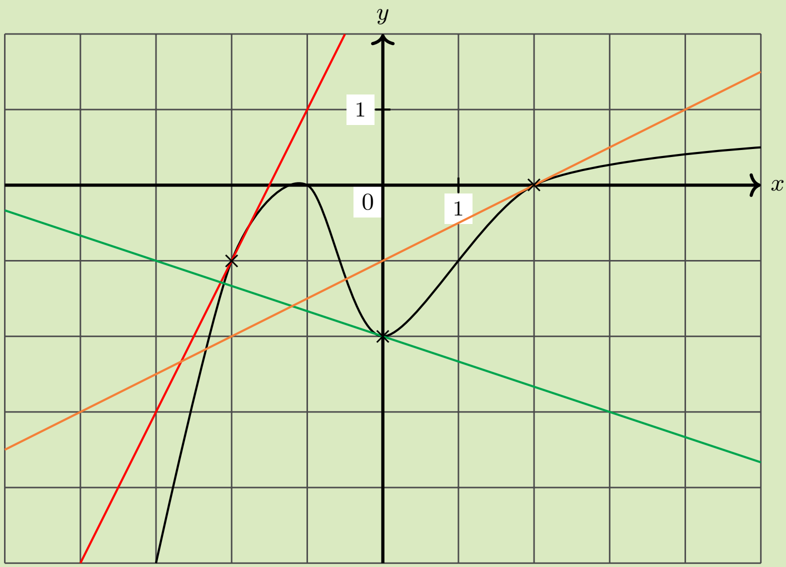
donc une équation de la tangente est

$$y = (2 - 4\sqrt{2})\left(x - \sqrt{2}\right) - 1 + 2\sqrt{2}.$$

L'équation réduite de la tangente est : $y = (2 - 4\sqrt{2})x + 7$.

Exercice 23.

Dans le repère ci-dessous est dessiné la courbe représentative d'une fonction f ainsi que trois de ses tangentes.



Déterminez les équations réduites des tangentes à la courbe représentative de f au points d'abscisses -2 et 0 et 2.

Correction de l'exercice 23

1. $\mathscr{T}_{-2}$: $y = 2x + 3$.
2. $\mathscr{T}_0$: $y = -\frac{1}{3}x - 2$.
3. $\mathscr{T}_2$: $y = \frac{1}{2}x - 1$.

Exercice 24.

Considérons une fonction f définie sur $[-5;5]$.

1. Dans un repère orthonormé dessinez les points $A(-3,-3)$, $B(0{,}4)$ et $C(4{,}4)$.
2. Tracez les tangentes à $\mathscr{C}_f$ respectivement en A, B et C d'équations réduites respectives d_A : $y=2x+3$, d_B : $y=-\frac{1}{2}x+4$ et d_C : $y=-x+8$.
3. Tracez à main levée une courbe représentative possible pour f.

Correction de l'exercice 24