Signe et variation de fonctions.

I Signe des fonctions.

1 Tableau de signe.

2 Fonctions de référence.

3 Fonctions affines.

Proposition 1

Soient :

. a et b deux nombres réels,

. $f : x \mapsto ax + b$ la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$.

Si $a > 0$, alors :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f		$-$	0	$+$	

Remarques.

Remarques.

1. De même si $a < 0$ alors le tableau de signe est

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f		$+$	0	$-$	

2. Si $a = 0$ alors f est la fonction constante égale à b donc elle est toujours du même signe, celui de b.

4 Fonctions polynomiales de degré deux.

5 À l'arrache en utilisant factorisation et quotient.

II Étude de variations.

1 Fonctions de références.

2 Des presque fonctions de références.

3 Utilisation de la dérivée

Théorème 1

Soient :

. $a < b$ deux réels,

. $f :]a,b[\to \mathbb{R}$ une fonction dérivable sur $]a,b[$.

Nous avons les résultats suivants.

(i) $f' \geqslant 0$ si et seulement si f est croissante.

(ii) $f' \leqslant 0$ si et seulement si f est décroissante.

(iii) $f' = 0$ si et seulement si f est constante.

(iv) Si $f' > 0$, sauf éventuellement en un nombre fini de points pour lesquels $f'(x) = 0$, alors f est strictement croissante.

(v) Si $f' < 0$, sauf éventuellement en un nombre fini de points pour lesquels $f'(x) = 0$, alors f est strictement décroissante.

Remarques.

1. Par convention les tableaux de variations indiquent la stricte monotonie. Pour les construire nous utiliserons donc les implications (iv) et (v) correspondantes.
2. Le (ii) offre une caractérisation des fonctions constantes. Autrement dit c'est un moyen des démontrer qu'une fonction est constante. Nous utiliserons ce résultat dans des démonstrations de la leçon sur la fonction exponentielle.
3. Ce résultat n'est valable que sur un intervalle. En effet, il n'est qu'à considérer la fonction inverse pour voir que le théorème ne fonctionne pas si on est pas sur un intervalle.