Dérivation.

I Une approche intuitive : un coefficient directeur.

II Des fonctions de référence.

On présente ci-dessous des fonctions f en donnant leur expression algébrique, celle de la fonction dérivée f' et le domaine de dérivabilité $\mathscr{D}_{f'}$ (*i.e.* l'ensemble des valeurs de x pour lesquels il est effectivement possible de calculer $f'(x)$).

n désigne un entier naturel.

1 Les fonctions puissances.

$f(x) =$	3	x	x^2	x^3	x^4	x^n
$f'(x) =$	0	1	$2x$	$3x^2$	$4x^3$	nx^{n-1}
$x \in$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

2 Les fonctions polynomiales.

La fonction polynomiale (à coefficients réels)

$$P : x \mapsto a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est

$$P' : x \mapsto na_nx^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + \cdots + 2a_2 + xa_1.$$

Plus que la formule c'est sa mise en pratique qui est connaître.

3 Autres fonctions de référence à exposant.

$f(x) =$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^n}$	x^{-n}	$\sqrt{x}$
$f'(x) =$	$-\frac{1}{x^2}$	$-\frac{2}{x^3}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$-nx^{-n-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \in$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}_+^*$

Toutes les formules données ci-dessus relèvent d'une seule et même formule.
Si $\alpha \in \mathbb{R}^*$ et si la fonction f est définie par

$$f(x) = x^\alpha,$$

alors

$$f'(x) = \alpha x^{\alpha-1},$$

pour x pris dans le domaine de dérivabilité (qui diffère suivant les valeurs de α).

4 D'autres classiques.

$f(x) =$	e^x	$\ln(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$	$\tan(x)$
$f'(x) =$	e^x	$\frac{1}{x}$	$-\sin(x)$	$\cos(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$1+\tan^2(x)$
$x \in$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$	$\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

III Sommes, produits, quotients, composées...

1 Linéarité.

Exercice 1.

Déterminez la fonction dérivée de $f : \left\{ \begin{array}{rcl}]0;+\infty[& \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{x} + \sqrt{x} \end{array} \right.$.

Correction de l'exercice 1

Déterminons f'.

* Identification de fonctions de références.
  $f = u + v$ avec $u : x \mapsto \frac{1}{x}$ et $v : x \mapsto \sqrt{x}$.
* Détermination de l'ensemble de dérivabilité (pour ceux qui veulent poursuivre les maths).
  Or u est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et v est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ donc $f = u + v$ est dérivable sur $\mathbb{R}^* \cap \mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+^*$.
* Formule de f' avec des fonctions :

$$f' = u' + v'$$

* Rappel des formules de u' et v'.
  Or, pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$

$$u'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad \text{et} \quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

* Détermination de l'expression algébrique de f'.
  donc

$$\boxed{f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

En plus d'être encombrée d'explications méthodologiques la rédaction ci-dessus est très lourde pour la dérivation d'une simple somme. Voici un rédaction très allégée possible :

Déterminons f'.

f est la somme de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$ donc elle est dérivable et pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$:

$$\boxed{f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

Exercice 2.

Déterminez la fonction dérivée de $f :]0; +\infty[\to \mathbb{R}$ sur son ensemble de définition dans les cas suivants :

1. $f(x) = 3x^2$ quel que soit x pris dans $\mathbb{R}_+^*$,
2. $f(x) = -x^3$ quel que soit x pris dans $\mathbb{R}_+^*$,
3. $f(x) = \frac{-2}{x}$ quel que soit x pris dans $\mathbb{R}_+^*$,

Correction de l'exercice 2

1. Déterminons f'.

   * Identification de fonctions de références.
     $f = \alpha u$ avec $\alpha = 3$ et $u : x \mapsto x^2$.
   * Détermination de l'ensemble de dérivabilité (pour ceux qui veulent poursuivre les maths).
     Or u est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc $f = \alpha u$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   * Formule de f' avec des fonctions :
     $$f' = \alpha u'$$
   * Rappel de formule de u'.
     Or, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $u'(x) = 2x$.
   * Détermination de l'expression algébrique de f'.
     donc
     $$f'(x) = 3 \times 2x.$$

   $$\boxed{f'(x) = 6x, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}.}$$

2. Déterminons f'.

   Remarquons que $-x^3 = -1 \times x^3$.
   $f = \alpha u$ avec $\alpha = -1$ et $u : x \mapsto x^3/$
   Donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :
   $$f' = \alpha u'$$
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$:
   $$f'(x) = -1 \times 3x^2.$$
   Finalement
   $$\boxed{f'(x) = -3x^2 \text{ quel que soit } x \in \mathbb{R}.}$$

3. Déterminons f'.

   Remarquons que $\frac{-2}{x} = -2 \times \frac{1}{x}$.
   $f = \alpha u$ avec $\alpha = -2$ et $u : x \mapsto \frac{1}{x^2}$.
   Donc f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et :
   $$f' = \alpha u'$$
   Donc :
   $$f'(x) = -2 \times \frac{-1}{x^2}$$

Finalement

$$\boxed{f'(x) = \frac{2}{x^2} \text{ quel que soit } x \in \mathbb{R}^*.}$$

Exercice 3.

Déterminez la dérivée de la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dans les cas suivants.

1. $f(x) = -2x + 7$, quel que soit $x \in \mathbb{R}$,
2. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$, quel que soit $x \in \mathbb{R}$,
3. $f(x) = -6x^7 - x^5$, quel que soit $x \in \mathbb{R}$.

Correction de l'exercice 3

1. Déterminons f'.

   f est une fonction polynomiale (et même affine) donc elle dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est donnée quel que soit $x \in \mathbb{R}$ par

   $$f'(x) = -2 \times 1 + 0.$$

   $$\boxed{f'(x) = -2}$$

2. Déterminons f'.

   f est une fonction polynomiale donc elle dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée,quel que soit $x \in \mathbb{R}$, est

   $$f'(x) = 3x^2 - 6 \times 2x + 0$$

   $$\boxed{f'(x) = 3x^2 - 12x}$$

3. Déterminons f'.

   f est une fonction polynomiale donc elle dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée,quel que soit $x \in \mathbb{R}$, s'obtient par

   $$f'(x) = -6 \times 7x^6 - 1 \times 5x^4$$

   $$\boxed{f'(x) = -42x^6 - 5x^4}$$

2 Produit.

Si u et v sont des fonctions dérivables sur un ensemble E alors leur produit $u \times v$ est dérivable sur E et

$$(u \times v)' = u'v + uv'.$$

Exercice 4.

Déterminez la dérivée de la fonction f en précisant l'ensemble de dérivabilité dans les cas suivants.

a) $f(x) = x^2\sqrt{x}$,

b) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$,

c) $f(x) = (2x^2 + 3x - 1)(5x^3 - 7x)$,

d) $f(x) = 4(x + \sqrt{x})x^3$,

e) $f(x) = \sin(x)\cos(x)$,

f) $f(x) = \ln(x)\mathrm{e}^x$,

g) $f(x) = x^2\ln(x)$,

h) $f(x) = (2x^2 + 1)\mathrm{e}^x$.

Correction de l'exercice 4

a) Déterminons f'.

* Identification de fonctions de références.
  $f = u \times v$ avec $u : x \mapsto x^2$ et $v : x \mapsto \sqrt{x}$.
* Détermination de l'ensemble de dérivabilité.
  Or u est dérivable sur $\mathbb{R}$ et v est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ donc $f = uv$ est dérivable sur $\mathbb{R} \cap \mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+^*$.
* Formule de f' avec des fonctions :

$$f' = u'v + uv'$$

* Rappel des formules de u' et v'.
  Or, pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$

$$u'(x) = 2x \quad \text{et} \quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

* Détermination de l'expression algébrique de f'.
  donc pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) = 2x \times \sqrt{x} + x^3 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$$\boxed{f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}, \text{ quel que soit } x \in \mathbb{R}_+^*.}$$

b) Déterminons f'.

Nous remarquons que $\frac{\sqrt{x}}{x} = \sqrt{x} \times \frac{1}{x}$.

$f = uv$ avec $u : x \mapsto \sqrt{x}$ et $v : x \mapsto \frac{1}{x}$.
Or u est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et v est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ donc $f = uv$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^* \cap \mathbb{R}^* = \mathbb{R}_+^*$ et

$$f' = u'v + uv'.$$

De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$

$$u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{et} \quad v'(x) = \frac{-1}{x^2},$$

donc pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times \frac{1}{x} + \sqrt{x} \times \frac{-1}{x^2}$$

Enfin

$$\boxed{f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x^2}, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}_+^*.}$$

c) Déterminons f'.

$f = uv$ avec $u : x \mapsto 2x^2 + 3x - 1$ et $v : x \mapsto 5x^3 - 7x$.
Or u et v sont dérivables sur $\mathbb{R}$ donc $f = uv$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$$f' = u'v + uv'.$$

De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$u'(x) = 4x + 3 \quad \text{et} \quad v'(x) = 15x^2 - 7,$$

donc

$$f'(x) = (4x + 3) \times (5x^3 - 7x) + (2x^2 + 3x - 1) \times (15x^2 - 7).$$

Enfin en développant, réduisant puis ordonnant

$$\boxed{f'(x) = 50x^4 + 60x^3 - 57x^2 - 42x + 7 \text{ pour tout réel } x.}$$

d) Déterminons f'.

$f = \alpha uv$ avec $\alpha = 4$, $u : x \mapsto x + \sqrt{x}$ et $v : x \mapsto x^3$.
Or u est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et v est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc $f = \alpha uv$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et

$$f' = \alpha(u'v + uv').$$

De plus pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$

$$u'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{et} \quad v'(x) = 3x^2,$$

donc

$$\boxed{f'(x) = 4\left(1 + \tfrac{1}{2\sqrt{x}}\right) \times x^3 + 4(x + \sqrt{x}) \times 3x^2, \text{ quel que soit } x \in \mathbb{R}_+^*.}$$

e) $f' = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.

f) $f'(x) = \frac{e^x}{x} + \ln(x)e^x$.

g) $f'(x) = 2x\ln(x) + x$.

h) $f'(x) = (2x^2 + 4x + 1)e^x$.

Exercice 5.

Déterminez les fonctions dérivées de la fonction f en précisant son ensemble de dérivabilité lorsque f est définie par :

a) $f(x) = x^3\sqrt{x}$.

b) $f(x) = 3x^2\ln(x)\sqrt{x}$.

c) $f(x) = (x^2 + 5x - 1)^2$.

d) $f(x) = (3x - 4)^2$.

Correction de l'exercice 5

a) $f = uv$ avec $u : x \mapsto x^3$ et $v : x \mapsto \sqrt{x}$.
Or u est dérivable sur $\mathbb{R}$ et v sur $]0;+\infty[$ donc $f = uv$ est dérivable sur $\mathbb{R}\cap]0;+\infty[=]0;+\infty[$.
Pour tout $x \in]0;+\infty[$
$u'(x) = 3x^2$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ donc

$$f'(x) = 3x^2\sqrt{x} + x^3\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

b) $f'(x) = (6xln(x) + 3x)\sqrt{x} + 3x^2\ln(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

c) $f'(x) = 2(2x+5)(x^2+5x-1)$.

d) $f'(x) = 6(3x-4)$.

3 Quotient.

Si u et v sont des fonctions dérivables sur un ensemble E alors leur quotient $u \times v$ est dérivable sur E, hormis les valeurs qui annulent v, et

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

Exercice 6.
Déterminez les fonctions dérivées des fonctions de la variable x suivantes.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$,

b) $f(x) = \dfrac{2x^3 - 2x + 1}{x-1}$,

c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}+1}{x^3}$,

d) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

Correction de l'exercice 6

1. Déterminons f'.

$f = \frac{u}{v}$ avec $u : x \mapsto 1$ et $v : x \mapsto x^2$.
u est dérivable sur $\mathbb{R}$, v est dérivable sur $\mathbb{R}$ et v s'annule (uniquement) en 0 donc f est dérivable sur $\mathbb{R} \cap \mathbb{R} \setminus \{0\} = \mathbb{R}^*$ et

$$f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

De plus pour tout $x \in \mathbb{R}^*$

$$u'(x) = 0 \quad \text{et} \quad v'(x) = 2x,$$

donc pour tout $x \in \mathbb{R}^*$

$$f'(x) = \frac{0 \times x^2 + 1 \times 2x}{(x^2)^2}.$$

Donc f' est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et

$$f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Donc

$$f'(x) = \frac{0 \times x^2 - 1 \times 2x}{(x^2)^2}$$

Enfin

$$\boxed{f'(x) = -\frac{2}{x^3} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}^*.}$$

2. Déterminons f'.

$f = \frac{u}{v}$ avec $u : x \mapsto 2x^3 - 2x + 1$ et $v : x \mapsto x - 1$.
Or u est dérivable sur $\mathbb{R}$, v est dérivable sur $\mathbb{R}$ et v s'annule en 1 donc f est dérivable sur $\mathbb{R} \cap \mathbb{R} \setminus \{1\} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ et

$$f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

De plus pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$u'(x) = 6x - 2 \quad \text{et} \quad v'(x) = 1,$$

donc pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$f'(x) = \frac{(6x-2)(x-1) - (2x^3 - 2x + 1)1}{(x-1)^2}.$$

Enfin

$$\boxed{f'(x) = \frac{-2x^3 - 6x^2 - 6x + 3}{x^2 - 2x + 1} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}^*.}$$

3. $f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}x^3 - (x-1)3x^2}{(x^3)^2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$.
4. $f'(x) = \frac{1}{[\cos(x)]^2} = 1 + [f(x)]^2$.

Exercice 7. Application.
Déterminez les fonctions dérivées de la fonction f en précisant son ensemble de dérivabilité lorsque f définie par :

a) $f(x) = \dfrac{1}{3x-12}$.

b) $f(x) = \dfrac{x^2-3x+1}{x+3}$.

c) $f(x) = \dfrac{1}{-5x+2}$.

d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-3x+5}$.

e) $f(x) = -\dfrac{2}{7x+2}$.

f) $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$.

g) $f(x) = \dfrac{3}{0{,}5x^2+1}$.

h) $f(x) = -4x + \dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

i) $f(x) = \dfrac{-3x^2+4x+1}{x^4+x^2+1}$.

Correction de l'exercice 7

a) $f'(x) = -\frac{3}{(3x-12)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

b) $f'(x) = \frac{(2x-3)(x+3)-(x^2-3x+1)}{(x+3)^2} = \frac{2x^2+3x-9-x^2+3x-1}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x-10}{(x+3)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

c) $f'(x) = \frac{5}{(-5x+2)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{5}\right\}$.

d) $f'(x) = -\frac{2x-3}{(x^2-3x+5)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

e) $f'(x) = \frac{14}{(7x+2)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{7}\right\}$.

f) $f'(x) = \frac{\mathrm{e}^x - x\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

g) $f'(x) = -\frac{3x}{(0{,}5x^2+1)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

h) $f'(x) = -4 - \frac{1}{\sqrt{x}^3}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}_+^*$.

i) $f'(x) = \frac{(-6x+4)(x^4+x^2+1)-(-3x^2+4x+1)(4x^3+2x)}{(x^4+x^2+1)^2} = \frac{-6x^5+4x^4-6x^3+4x^2-6x+4-(-3x^5-2x^3+8x^2+2x)}{(x^4+x^2+1)^2} = \frac{-3x^5+4x^4-4x^3-4x^2-8x+4}{(x^4+x^2+1)^2}$ $\mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

4 Composées.

Si $f : E \to F$ et $g : F \to G$ sont des fonctions dérivables alors leur composée $g \circ f$ est dérivable sur E et

$$(g \circ f)' = g' \circ f \times f'.$$

Exercice 8.

Calculez la dérivée de la fonction h dans les cas suivants.

a) $h(x) = (x^2 + 5)^3$.

b) $h(x) = (x^3 + 5)^{-3}$.

c) $h(x) = (x^2 + 2x)^4$.

d) $h(x) = (1 - 3x)^{10}$.

e) $h(x) = \sqrt{2 + x^2}$.

f) $h(x) = \sqrt{7x^2 + 3x + 1}$.

g) $h(x) = \sqrt{x^4 + x^2 + 1}$.

h) $h(x) = \sqrt{6x^4 + 3}$.

i) $h(x) = \left(\dfrac{x-1}{5}\right)^5$.

j) $h(x) = \left(\dfrac{3-x}{3+x}\right)^2$.

k) $h(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$.

l) $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$.

m) $h(x) = \mathrm{e}^{3x}$.

n) $h(x) = \mathrm{e}^{x-4}$.

o) $h(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$.

p) $h(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{x}}$.

Correction de l'exercice 8

a) $6x(x^2 + 5)^2 \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

b) $-9x^2(x^3 + 5)^{-4} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}^*$.

c) $4(2x + 2)(x^2 + 2x)^3 \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

d) $-30(1 - 3x)^9 \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

e) $\frac{x}{\sqrt{2+x^2}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

f) $\frac{14x+3}{2\sqrt{7x^2+3x+1}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

g) $\frac{4x^3+2x}{2\sqrt{x^4+x^2+1}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

h) $\frac{12x^3}{2\sqrt{6x^4+3}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

i) $\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{5}\right)^4 \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

j) $\frac{-12}{(3+x)^2}\left(\frac{3-x}{3+x}\right) \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

k) $\frac{1}{2\sqrt{x}} 2\sqrt{1 + \sqrt{x}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}_+^*$.

l) $-\frac{\frac{1}{2\sqrt{x-2}}}{\sqrt{x-2}^2} \ \mathscr{D}_{f'} =]2, +\infty[$.

m) $3\mathrm{e}^{3x}$.

n) $\mathrm{e}^{x-4} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

o) $-\frac{1}{x^2}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}^*$.

p) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \ \mathscr{D}_{f'} = \mathbb{R}_+^*$.

IV Étudier les variations d'une fonction.

V Formulaire.

$f(x) =$	3	x	x^2	x^3	x^4	x^n
$f'(x) =$	0	1	$2x$	$3x^2$	$4x^3$	nx^{n-1}
$x \in$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

$f(x) =$	$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{1}{x^2}$	$\dfrac{1}{x^n}$	x^{-n}	$\sqrt{x}$
$f'(x) =$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$-\dfrac{2}{x^3}$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$-nx^{-n-1}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \in$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}_+^*$

$f(x) =$	e^x	$\ln(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\tan(x)$	$\tan(x)$
$f'(x) =$	e^x	$\dfrac{1}{x}$	$-\sin(x)$	$\cos(x)$	$\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$1+\tan^2(x)$
$x \in$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$	$\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

Forme de f	uv	$\dfrac{u}{v}$	$g \circ f$
Forme de f'	$u'v + uv'$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$	$g' \circ f \times f'$