Khôlles de la semaine du 21/11/2022.

Khôlle 0. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{13}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{17}$.
3. Simplifiez : $C = \dfrac{13 \times (29 + 17)}{13 \times 29 \times 17}$.
4. Simplifiez : $D = \dfrac{x \times (46 + x)}{x \times 46 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = -2(x - 7)(x + 8)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 7$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 + X - 2$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 + x - 2$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n\in\mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n\in\mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 17 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 11 \\ -13 \\ 2 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-7\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \;\middle|\; x + y + z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

Khôlle 1. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{3}$.
3. Simplifiez : $C = \dfrac{2 \times (3+4)}{2 \times 3 \times 4}$.
4. Simplifiez : $D = \dfrac{x \times (3+x)}{x \times 3 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = 2(x+1)(x-2)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 12x + 1$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 + 4X - 12$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 + 4x - 12$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n \in \mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-2\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \; x + y - z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

On lance un dé à six faces parfaitement équilibré.

1. Donnez l'univers de l'expérience.
2. Donnez un événement élémentaire.
3. Donnez le nom de la loi de probabilité qui convient pour modéliser cette situation.
4. On note A l'événement « obtenir un nombre pair ».
   (a) Comment appelle-t-on $\overline{A}$?
   (b) Donnez toutes les issues qui réalisent $\overline{A}$.
5. Dans cette situation donnez un exemple de deux événements disjoints.

Khôlle 2. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}$.
3. Simplifiez : $C = \frac{5 \times (6+1)}{5 \times 6 \times 1}$.
4. Simplifiez : $D = \frac{x \times (6+x)}{x \times 6 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = 3(x+2)(x-1)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 2$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 - 4X - 5$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 - 4x - 5$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n \in \mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-2\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \ x + y - 2z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

On lance un dé à quatre faces parfaitement équilibré.

1. Donnez l'univers de l'expérience.
2. Donnez un événement élémentaire.
3. Donnez le nom de la loi de probabilité qui convient pour modéliser cette situation.
4. On note A l'événement « obtenir un nombre pair ».
   (a) Comment appelle-t-on $\overline{A}$?
   (b) Donnez toutes les issues qui réalisent $\overline{A}$.
5. Dans cette situation donnez un exemple de deux événements disjoints.

Khôlle 3. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \frac{1}{x} + \frac{1}{5}$.
3. Simplifiez : $C = \frac{7 \times (2+5)}{7 \times 2 \times 5}$.
4. Simplifiez : $D = \frac{x \times (2+x)}{x \times 6 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = 2(x-4)(x+5)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 1$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 - 2X - 8$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 - 2x - 8$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n \in \mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-3\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| -x + y + 2z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

On lance deux fois une pièce parfaitement équilibrée et on note les deux faces obtenues successivement.

1. Donnez l'univers de l'expérience.
2. Donnez un événement élémentaire.
3. Donnez le nom de la loi de probabilité qui convient pour modéliser cette situation.
4. On note A l'événement « obtenir un nombre un seul pile ».
   (a) Comment appelle-t-on $\overline{A}$?
   (b) Donnez toutes les issues qui réalisent $\overline{A}$.
5. Dans cette situation donnez un exemple de deux événements disjoints.

Khôlle 4. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{7}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{7}$.
3. Simplifiez : $C = \dfrac{4 \times (2+3)}{4 \times 2 \times 3}$.
4. Simplifiez : $D = \dfrac{x \times (2+x)}{x \times 2 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = 4(x-1)(x+2)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 - 6x + 1$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 - 5X - 6$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 - 5x - 6$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n\in\mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n\in\mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-6\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \; 4x - y + z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

On tire une boule d'une urne de Bernoulli contenant 2 boules rouges et 3 boules vertes toutes indiscernables au touché.

1. Donnez l'univers de l'expérience.
2. Donnez un événement élémentaire.
3. Donnez le nom de la loi de probabilité qui convient pour modéliser cette situation.
4. On note A l'événement « obtenir une boule rouge ».
   (a) Comment appelle-t-on $\overline{A}$?
   (b) Donnez toutes les issues qui réalisent $\overline{A}$.
5. Dans cette situation donnez un exemple de deux événements disjoints.

Khôlle 5. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \frac{1}{x} + \frac{1}{7}$.
3. Simplifiez : $C = \frac{2 \times (5+7)}{2 \times 5 \times 7}$.
4. Simplifiez : $D = \frac{x \times (5+x)}{x \times 5 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = 3(x-3)(x+2)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 + 5X + 6$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 + 5x + 6$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n \in \mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-5\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \;\middle|\; x + y - z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

On tire une boule d'une urne de Bernoulli contenant 10 boules numérotées de 1 à 10 toutes indiscernables au touché.

1. Donnez l'univers de l'expérience.
2. Donnez un événement élémentaire.
3. Donnez le nom de la loi de probabilité qui convient pour modéliser cette situation.
4. On note A l'événement « obtenir une boule dont le numéro est strictement plus grand que 3 ».
   (a) Comment appelle-t-on $\overline{A}$?
   (b) Donnez toutes les issues qui réalisent $\overline{A}$.
5. Dans cette situation donnez un exemple de deux événements disjoints.

Khôlle 6. Sujet A.

Exercice 1.

1. Écrire sous forme d'une fraction : $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$.
2. Écrire sous forme d'une fraction : $B = \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$.
3. Simplifiez : $C = \frac{7 \times (6+5)}{7 \times 6 \times 5}$.
4. Simplifiez : $D = \frac{x \times (11+x)}{x \times 11 \times x}$.
5. Développez, réduisez et ordonnez : $E = 6(x-2)(x+1)$.

Exercice 2.

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 20x + 1$ une application définie sur $\mathbb{R}$.

1. Donnez le domaine de dérivabilité de f.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez les racines du polynôme $X^2 + X - 20$.
4. Donnez le tableau de signe de la fonction $f' : x \mapsto x^2 + x - 20$.
5. Déduisez-en le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Donnez le terme général des suites $(f(n))_{n\in\mathbb{N}}$ et $(f(-n))_{n\in\mathbb{N}}$.
7. Déterminez la limite des deux précédentes suites.

Exercice 3.

Soient $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Calculez $\vec{u} + \vec{v}$ et $-3\vec{v}$.
2. Inventez une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ appartiennent-ils au sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ suivant

$$F = \left\{ \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \;\middle|\; 2x - y + 2z = 0 \right\}.$$

Exercice 4.

On tire une boule d'une urne de Bernoulli contenant 20 boules numérotées de 1 à 20 toutes indiscernables au touché.

1. Donnez l'univers de l'expérience.
2. Donnez un événement élémentaire.
3. Donnez le nom de la loi de probabilité qui convient pour modéliser cette situation.
4. On note A l'événement « obtenir une boule dont le numéro est strictement plus grand que 4 ».
   (a) Comment appelle-t-on $\overline{A}$?
   (b) Donnez toutes les issues qui réalisent $\overline{A}$.
5. Dans cette situation donnez un exemple de deux événements disjoints.

Khôlle 7. Sujet B.

Exercice 1.

Tracez la courbe représentative de la fonction f définie par $f(0) = 0$ et $f(x) = x(1 - \ln(x))$ si $x > 0$.

Exercice 2.

On considère l'application f qui à toute équation cartésienne d'une droite du plan, $ax + by + c = 0$, associe le vecteur $\vec{d} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ de $\mathbb{R}^3$.

1. Déterminez l'image de $2x - 3y + 7 = 0$ par f.

2. Montrez que $F = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \middle| \ \alpha + \beta = 0 \text{ et } \beta + \gamma = 0 \right\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

3. On admet que F est une droite vectorielle de $\mathbb{R}^3$.
Déterminez un vecteur non nul de F et déduisez-en une représentation paramétrique de F.

4. Que peut-on dire des droites dont l'équation cartésienne est dans $f^{-1}(F)$.

Exercice 3.

1. Montrez : $[-1; 0[\subset \{x \in \mathbb{R} \mid |x|^x \geqslant 1\}$.

2. (a) Rappelez la définition d'une probabilité.

   (b) Démontrez que, pour tous événements A et B on a : $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leqslant \mathbb{P}(B)$.

3. Dans un sac de bonbons, 30 % des bonbons sont jaunes, 50 % des bonbons sont orange et les bonbons restant sont verts.
10 % des bonbons jaunes sont ronds, la moitié des bonbons orange sont ronds et tous les bonbons verts sont ronds.
On choisi un bonbon au hasard. Il s'avère que celui-ci est rond. Quelle est la probabilité qu'il soit vert ?

Exercice 4.

Soit (u_n) et (v_n) les suites définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 9 \ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \ \text{ et } \ v_n = u_n + 6.$$

1. (a) Montrez que (v_n) est une suite géométrique à termes positifs.

   (b) Calculez la somme $S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k$ en fonction de n et déduisez-en la somme $S'_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$ en fonction de n.

2. On définit la suite (w_n) par $w_n = \ln(v_n)$ pour tout entier n.
   Montrer que (w_n) est une suite arithmétique.
   Calculer $S''_n = \sum_{k=0}^{n} w_k$ en fonction de n et déterminez $\lim_{n\to+\infty} S''_n$.

3. Calculer le produit $P_n = v_0 \cdot v_1 \dots v_n$ en fonction de n.
   Déduisez-en $\lim_{n\to+\infty} P_n$.

Khôlle 8. Sujet B.

Exercice 1.

Tracez la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

Exercice 2.

On considère l'application f qui à tout polynôme de degré inférieur ou égale à 2, $P(X) = aX^2 + bX + c = 0$, associe le vecteur $\vec{p} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ de $\mathbb{R}^3$.

1. Déterminez l'image de $2x2 - 3x + 7 = 0$ par f.
2. Déterminez l'image du polynôme nul 0 par f.
3. Montrez que $F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \; 3x + y + z = 0 \text{ et } y + z = 0 \right\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
4. On admet que F est une droite vectorielle de $\mathbb{R}^3$.
   Déterminez un vecteur non nul de F et déduisez-en une représentation paramétrique de F.
5. Que peut-on dire des polynômes de $f^{-1}(F)$.

Exercice 3.

1. Soient $A = \Big(\{n \in \mathbb{N} \mid n^2 \text{ est pair}\Big\}$. et $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ est pair}\}$.
   Montrez que $A \subset B$.
2. (a) Rappelez la définition d'une probabilité.

   (b) Démontrez que, pour tous événements A et B on a : $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
3. Chaque année 2 % des automobilistes conduisent en ayant bu de l'alcool. Parmi ceux qui boivent, chaque année, 30 % ont un accident tandis que la proposition n'est que de 5 % pour ceux qui restent sobres.
   L'assureur ne rembourse pas en cas d'alcoolisation du conducteur.
   Quelle est la probabilité qu'un conducteur qui a eu un accident soit alcoolisé.

Exercice 4.

Soit f la fonction définie pour $x > \frac{1}{2}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2x - 1}.$$

1. Démontrez que, pour tout $x \geqslant 1$, $f(x) \geqslant 1$.
2. On peut donc définir la suite $u = (u_n)$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n), \text{ pour tout entiernaturel } n \end{cases}.$$

   On se propose, dans la suite de l'exercice, d'exprimer u_n en fonction de n.

3. On considère les suites $v = (v_n)$ et $w = (w_n)$ telles que, pour tout entier naturel n,

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n} \text{ et } w_n = \ln(v_n).$$

   (a) Vérifiez que v_n et w_n sont définies pour tout entier naturel n.

   (b) Démontrez que la suite w est une suite géométrique.

   (c) Exprimez, pour tout entier naturel n, w_n puis v_n en fonction de n et en déduire que :

$$u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}}.$$

   Déduisez-en la limite de la suite u.

Khôlle 9. Sujet B.

Exercice 1.

Tracez la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \ln\left(e^x + 1\right)$.

Exercice 2.

On considère l'application φ qui à toute fonction affine, $x \mapsto ax + b$, associe le vecteur $\vec{f} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ de $\mathbb{R}^2$.

1. Déterminez l'image de $x \mapsto 2x + 7$ par f.
2. Montrez que $F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| \; 2x + 3y = 0 \right\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.
3. Démontrez que F est une droite vectorielle de $\mathbb{R}^2$.
4. Déterminez un vecteur non nul de F et déduisez-en une représentation paramétrique de F.
5. Qu'ont en commun les courbes représentatives des fonctions affines de $f^{-1}(F)$.

Exercice 3.

1. Montrez que $\{x \in \mathbb{R}^+ \mid x^2 \leqslant x\} = [0; 1]$.
2. (a) Rappelez la définition d'une probabilité.

   (b) Démontrez que, pour tout événement A on a : $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$.
3. Dans un magasin il y a deux sortes de cadenas : des cadenas premier prix et des cadenas haut de gamme. 80 % des cadenas proposés à la vente sont premier prix. 3 % des cadenas haut de gamme sont défectueux. 7 % des cadenas sont défectueux.

   On prélève un cadenas. le cadenas ainsi prélevé est défectueux qu'elle est la probabilité que ce soit un cadenas haut de gamme ?

Exercice 4.

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $g_n$la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g_n(x) = x - n + \frac{n}{2}\ln(x).$$

1. Étudiez les variations de g_n.
   Déterminez les limites de g_n en 0 et en $+\infty$.
2. (a) Déduisez-en l'existence d'un réel positif α_n unique tel que $g_n(\alpha_n) = 0$.

   (b) Démontrez que $1 \leqslant \alpha_n \leqslant \mathrm{e}^2$.

   (c) Démontrez que $\ln(\alpha_n) = 2 - \frac{2}{n}\alpha_n$.
   Exprimez $g_{n+1}(\alpha_n)$ en fonction de α_n et de n.
   Déduisez-en que la suite (α_n) est strictement croissante.
3. (a) Montrez que la suite de terme général α_n est convergente. On note ℓ sa limite.

   (b) Calculez $\lim_{n\to+\infty} \ln(\alpha_n)$. En déduire ℓ.

Khôlle 10. Sujet B.

Exercice 1.

Tracez la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{1 - x\mathrm{e}^{-x}}$.
On admettra que $1 - x\mathrm{e}^{-x} > 0$ *pour tout* x *réel.*

Khôlle 11. Sujet B.

Exercice 1.

Tracez la courbe représentative de la fonction $f_n : x \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^{-nx}}{\mathrm{e}^{x} + 1}$ où $n \in \mathbb{N}$.