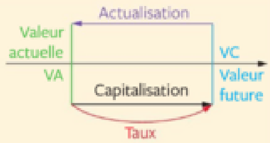
Maths financières : valeurs actuelle et future.



Ces situations font appel au **même schéma** ci-contre.
Soit t **le taux de placement** sur une période, d'une capitalisation ou d'un emprunt, exprimé en écriture décimale.
La **valeur future VC** associée à valeur actuelle VA est $VC = VA \times (1+t)$.
La **valeur actuelle VA** d'une valeur future VC est $VA = \dfrac{VC}{1+t}$.

Dans un placement à intérêts composés, au **taux** t par période, on place actuellement une **valeur VA**, afin d'obtenir, au bout de n **périodes,** une **valeur future VC**. Ainsi $VC = VA \times (1+t)^n$.
D'où $VA = \dfrac{VC}{(1+t)^n} = VC \times (1+t)^{-n}$ où t est le taux par période, en écriture décimale.

Valeur future d'une suite d'annuités

Mehdi décide de financer son futur local en plaçant chaque fin d'année son épargne annuelle de 8 000 € au taux annuel de 4,6 %, à intérêts composés.
On parle aussi d'annuités constantes.
Aura-t-il suffisamment d'argent, après le 3e dépôt en fin d'année, pour acheter un local à 25 000 € ?

1. a) Quelle est la valeur future du 1er dépôt de 8 000 € ?

b) Quelle est la valeur future du 2e dépôt de 8 000 € ?

c) Le dernier dépôt va-t-il produire des intérêts ?

d) Calculer la somme de ces valeurs.
Répondre à la question que se pose Medhi.

2. On se propose d'établir une formule générale.
On dépose n annuités constantes égales à a .
Justifier que la somme des valeurs futures est égale à la somme de n termes d'une suite géométrique de raison $(1+t)$ et de 1er terme 1 .

On verse n **annuités constantes a** , au taux annuel t .
La **valeur future** de ces n annuités est $VC = a \times \dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$.
Pour obtenir une valeur future **VC** pour une suite de n annuités constantes, la valeur **a de l'annuité** est $a = VC \times \dfrac{t}{(1+t)^n - 1}$.

Sur tableur, on obtient la valeur future des 3 dépôts de 8 000 € par **B5** **=VA(taux;npm;vpm;vc;type)** .

	A	B
1	**VA: Valeur actuelle**	0,00 €
2	**taux:** taux annuel	4,60%
3	**npm:** nombre de périodes	3
4	**vpm:** remboursement périodique	8000
5	**vc: valeur future**	=VA(B2;B3;B4;B6)
6	type: 1 en début de période	0
7	0 en fin de période	

	A	B
1	**VA: Valeur actuelle**	0,00 €
2	**taux:** taux annuel	4,60%
3	**npm:** nombre de périodes	3
4	**vpm:** remboursement périodique	=VPM(B2;B3;B1;B5;B6)
5	**vc: valeur future**	25000
6	type: 1 en début de période	0
7	0 en fin de période	

Pour obtenir le montant exact de l'annuité, on saisit en **B4** **=VPM(taux;npm;va;vc;type)** .
On trouve – 7 961,49 €. L'annuité obtenue est négative, car cette somme appartient à la banque.

Soit C un capital emprunté au **taux annuel** t, à intérêts composés, remboursé en n est annuités constantes a .
La formule suivante est admise : $a = C \times \dfrac{t}{1-(1+t)^{-n}}$.