Trouvé dans un manuel scolaire.

EXTRAITS DES PROGRAMMES DU 8 JUIN 1966.
(B.0. n° 26 du 30-6-66)
CLASSE TERMINALE C

Notions générales.

Il n'est pas nécessaire de rassembler dans un chapitre introductif les études proposées ci-dessous, elles pourront occuper dans le cours les places qui seront jugées les meilleures ; un certain nombre d'entre elles auront d'ailleurs été dégagées au cours des années précédentes.

Application d'un ensemble dans un ensemble ; application injective, surjective ; application bijective, application réciproque ; composition des applications. fonction composée.

Transformation ponctuelle dans le plan et dans l'espace ; composition des transformations (produit) z associativité ; transformation réciproque d'une transformation, transformation involutive ; groupe de transformations.

Loi de composition ; loi interne, loi externe. Étude particulière des lois internes, associativité, commutativité, élément neutre ; structure de groupe. Distributivité d'une loi Interne par rapport à une autre ; structure d'anneau et de corps commutatif.

Étude d'une loi externe : structure d'espace vectoriel sur le corps des réels.

Isomorphisme entre deux ensembles munis de lois Internes en correspondance bijective, définition : isomorphisme entre deux groupes.

Arithmétique, algèbre et notions d'analyse

I Les nombres : extensions successives de la notion de nombre.

Note préliminaire.

a. Quels que soient l'ordre et le mode d'exposition choisis, il importe de ne pas s'attarder sur les théories, dont les résultats sont déjà connus des élèves ; en particulier, on supposera connues les propriétés fondamentales de l'ensemble N des entiers naturels et on attirera l'attention des élèves sur l'importance du raisonnement par récurrence.

b. Aucune question d'ordre théorique ne devra être posée aux épreuves écrites et orales du baccalauréat, sur les diverses notions qui font l'objet de ce chapitre I. Les résultats généraux concernant les nombres, les propriétés des opérations, leurs conséquences essentielles, sont du reste mis en œuvre dans les autres chapitres du programme.

1° *Les entiers relatifs.*

Construction de l'ensemble Z des entiers relatifs. Pour les lois d'addition et de multiplication, Z a une structure d'anneau commutatif ordonné.

2° *Les nombres rationnels.*

Construction de l'ensemble Q des nombres rationnels. Pour les lois d'addition et de multiplication, Q a une structure de corps commutatif ordonné.

3° *Notions sur les nombres réels.*

Nécessité d'une extension de Q. Exposé sans démonstration, des propriétés des réels. Les réels forment un corps commutatif ordonné R.

Valeurs absolues, propriétés relatives aux sommes, produits, quotients.

4° *Les nombres complexes.*

Définition ; représentation géométrique ; module ; argument. Égalité. Nombres complexes opposés ; nombres complexes conjugués ; nombre complexe nul.

Addition, soustraction, multiplication, division. Corps C des nombres complexes.

Forme trigonométrique d'un nombre complexe, d'un produit ; formule de Moivre.

Racines $n^{\text{ième}}$ d'un nombre complexe (on se bornera à la démonstration d'existence et à la représentation géométrique des n racines).

Applications de la formule de Moivre, dans le cas des exposants 2. 3, 4 aux formules de multiplication des arcs et à la linéarisation des polynômes trigonométriques.

Résolution dans C de l'équation du second degré à coefficients complexes, à coefficients réels

II Arithmétique.

1° *Analyse combinatoire.*

Permutations, arrangements, combinaisons sans répétition. Formule du binôme.

2° *Les entiers.*

Multiples dans $\mathbb{Z}$ d'un entier relatif ; problème de la division d'un entier relatif par un autre ; divisibilité.

Congruences modulo n dans $\mathbb{Z}$; opérations élémentaires.

La division euclidienne dans $\mathbb{N}$, quotient entier, reste.

Diviseurs communs à plusieurs nombres, plus grand diviseur commun, nombres premiers entre eux. Multiples communs a plusieurs nombres, plus petit multiple commun.

Étude dans $\mathbb{N}$ des nombres premiers ; propriétés élémentaires. Décomposition d'un entier en un produit de nombres premiers. Applications : diviseurs d'un nombre ; diviseurs communs et multiples communs à plusieurs nombres ; conditions pour qu'un entier soit égal au carré, à la puissance $n^{\text{ième}}$ d'un entier.

3° *Application aux fractions.*

Simplification des fractions ; fractions irréductibles.

Condition pour qu'un rationnel soit le carré, la puissance $n^{\text{ièmes}}$ d'un rationnel.

4° *Numération.*

Principe des systèmes de numération ; notion de base. Numération décimale.

5° *Nombres décimaux.*

Définition ; condition pour qu'un nombre rationnel soit un nombre décimal.

Les nombres décimaux forment un anneau commutatif.

Valeurs approchées à 10^{-n} près, par défaut et par excès, d'un nombre réel. Représentation d'un nombre réel par une suite décimale illimitée ; dans le cas des nombres rationnels, ce développement admet une périodicité (l'étude générale des nombres décimaux périodiques est en dehors du programme).

III Fonctions numériques d'une variable réelle.

1° *Sens de variation sur un intervalle.*

Propriétés élémentaires de fonctions monotones sur un intervalle. Définition d'un maximum ou d'un minimum d'une fonction en un point.

2° *Notions sur les limites.*

Définition concernant les limites (finies ou infinies) : limite d'une suite un lorsque l'entier naturel n tend vers l'infini. Énoncé (sans démonstration) des propriétés élémentaires des limites : unicité, opérations élémentaires (somme, produit, quotient, racine $n^{\text{ième}}$), cas d'indétermination.

3° *Continuité d'une fonction.*

Définition d'une fonction continue pour une valeur de la variable, sur un intervalle (la continuité uniforme est en dehors du programme). Opérations élémentaires. Continuité d'une fonction composée (fonction de fonction), formée à partir de deux fonctions continues (sans démonstration).

On admettra sans démonstration la propriété suivante : si une fonction f est continue sur un intervalle fermé (a,b) et si les valeurs numériques $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, la fonction s'annule au moins pour une valeur de la variable comprise entre a et b. Application au cas d'une fonction continue et monotone sur un intervalle (a,b) fermé.

Existence de la fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle fermé (on admettra la continuité de cette fonction réciproque) ; représentation graphique dans un repère cartésien normé. Application à $\sqrt[n]{x}$ (n entier naturel).

4° *Dérivées.*

Révision du programme de Première C : définition de la dérivée pour une valeur de la variable ; fonction dérivée, opérations élémentaires (dérivées d'une constante, d'une somme, d'un produit, d'un quotient) ; interprétation géométrique en coordonnées cartésiennes, équation de la tangente en un point de la courbe représentative. L'existence de la dérivée entraîne la continuité de la fonction.

Dérivée d'une fonction composée (formée à partir de deux fonctions, dérivables). Dérivée de la fonction réciproque d'une fonction monotone dérivable, interprétation géométrique.

Définition des dérivées successives.

Différentielle première d'une fonction d'une variable, interprétation géométrique, usages.

5° *Dérivées de quelques fonctions (révision et compléments).*

Dérivée par rapport à x de x^n, de x^{-n}, de $\sqrt[n]{x}$ (n entier naturel). Dérivées de la puissance $n^{\text{ième}}$, de la racine $n^{\text{ième}}$ d'une fonction dérivable.

Dérivées des fonctions circulaires sin, cos, tg, cotg (révision). Dérivée de fonctions composées formées à partir des fonctions circulaires. Dérivées successives de $\sin(ax+b)$ et de $\cos(ax+b)$.

6° *Application des dérivées.*

Énoncé, sans démonstration, du théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis ; interprétation géométrique.

Comparaison de deux fonctions ayant la même fonction dérivée sur un intervalle. Étude du sens de variation d'une fonction au moyen du signe de la fonction dérivée.

7° *Fonctions primitives.*

Définition d'une fonction primitive d'une fonction (on admettra l'existence d'au moins une primitive pour toute fonction continue). Relation entre deux primitives d'une fonction sur un même intervalle ; existence d'une primitive unique prenant, en un point donné de l'intervalle de définition, une valeur fixée.

Exemples de primitives déduites de la connaissance des dérivées de quelques fonctions usuelles ; en particulier : primitives d'un polynôme, de $\frac{1}{x^n}$ (n entier naturel supérieur 1), de $\sin(ax+b)$ et $cos(ax+b)$. Notation $\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

8° *Application des primitives au calcul d'aires et de volumes* (aucune difficulté ne sera. soulevée au sujet des notions d'aire et de volume. On admettra l'existence et les propriétés des aires et des volumes dont le calcul est demandé ici).

Aire d'un domaine plan défini dans un repère orthonormé par les relations : $a \leq x \leq X$, $0 \leq y \leq f(x)$, f étant une fonction continue positive : cette aire est la valeur $F(X)$ d'une fonction primitive de f (on pourra se borner, pour la démonstration, au cas où f est monotone) ; extension à $X < a$ et à une fonction f négative. Application à des calculs d'aires planes. Notation $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

Application (à partir des formules, admises sans démonstration, donnant le volume d'un prisme ou d'un cylindre) des primitives au calcul de quelques volumes : pyramide à base triangulaire, tronc de pyramide à bases triangulaires parallèles (extension des formules trouvées au cas de bases polygonales quelconques) ; cône a base circulaire, tronc de cône à bases circulaires parallèles, segment sphérique, sphère.

IV Étude de quelques fonctions numériques.

1° *Suites.*

Suite arithmétique, définie par la relation de récurrence $u_n = u_{n-1} + r$; expression de u_n en fonction de n ; calcul de la somme des n premiers termes.

Suite géométrique, définie par la relation de récurrence $u_n = qu_{n-1}$: expression de u_n, en fonction de n ; calcul de la somme des n premiers termes, étude de cette somme quand n tend vers l'infini.

2° *La fonction logarithme népérien.*

Définition de la fonction logarithme népérien (notation Log), caractérisée par $x > O$, $(\mathrm{Log} x)' = \frac{1}{x}$ et $\mathrm{Log} 1 = 0$. Représentation par l'aire d'un trapèze mixtiligne. Propriété fondamentale : $Log(ab) = Loga + Logb$ et ses conséquences.

Limite de $\mathrm{Log} x$ lorsque la variable x positive tend vers l'infini ou vers zéro ; limite de $\frac{\mathrm{Log}}{x}$ lorsque x tend vers l'infini. Base des logarithmes népériens, définition du nombre e.

Courbe représentative de la fonction logarithme népérien (repère orthonormé).

3° *La fonction exponentielle de base* e.

Définition de la fonction exponentielle de base e comme fonction réciproque de la fonction logarithme népérien ; existence, domaine de définition, dérivée.

Propriété : $\exp u \cdot \exp v = \exp(u + v)$.

Notation e^x. Limite de $\frac{\mathrm{e}^x}{x}$: lorsque x tend vers $+\infty$.

Courbe représentative de la fonction exponentielle de base e.

4° *Autres fonctions logarithmiques et exponentielles.*

Fonction logarithme et fonction exponentielle de base a ($a > O$ et $a \neq 1$) ; relations avec les fonctions correspondantes de base e ; courbes représentatives. Notation a^x ; cas particulier des exposants rationnels.

Logarithmes décimaux : usage des tables de conversion des logarithmes népériens en logarithmes décimaux et vice versa.

Remarque : L'étude d'exemples de fonctions composées de type logarithmique ou exponentiel est strictement limitée au cas où sont en évidence les intervalles sur lesquels la fonction est définie, les intervalles sur lesquels la dérivée garde un signe constant, et où les indéterminations à lever sont uniquement celles qui ont été énumérées plus haut.

V Fonctions vectorielles d'une variable réelle.

Détermination d'une fonction vectorielle par trois fonctions numériques d'une variable, une base étant choisie. Limite (notion de vecteur tendant vers zéro) : continuité. Dérivation dans une base donnée d'un vecteur ; coordonnées du vecteur dérivé. Dérivées successives.

Dérivée d'une somme vectorielle, du produit d'un vecteur par un scalaire variable.

Dérivée du produit scalaire de deux vecteurs.

Application à la recherche de tangentes : exemples des coniques et de l'hélice circulaire.

VI Équations différentielles.

Recherche des fonctions, une ou deux fois dérivables, y de la variable x vérifiant les équations : $y' = P(x)$, $y'' = P(x)$, $P(x)$ étant un polynôme en x ;

$y' = ay$, a constante réelle non nulle ;

$y'' + \omega y = 0$, ω constante réelle non nulle (on admettra, après avoir découvert les solutions de la forme $A \cos \omega x + B \sin \omega x$, que l'équation n'en admet pas d'autres).

VII Calcul numérique.

1° *Valeurs approchées.*

Valeurs approchées d'un nombre réel, encadrement, marge d'incertitude (erreur absolue, erreur relative). Valeurs approchées d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de nombres dont on connaît des valeurs approchées.

Approximation par les nombres décimaux.

2° *Tables numériques.*

Usage des tables numériques de fonctions usuelles ; usage des tables de logarithmes. Notions pratiques sur l'interpolation linéaire.

Usage de la règle à calcul.

De nombreux exercices de calcul numérique seront faits, à l'occasion de l'étude des fonctions usuelles et à l'occasion de problèmes, pour mettre en application les notions de valeurs approchées, d'encadrement, d'ordre de grandeur d'un résultat ou d'une erreur.

NOTE DES AUTEURS

Le programme développé dans cet ouvrage est le programme ci-dessus d'Algèbre et Analyse de la Classe Terminale C.

Le programme de la Classe Terminale D ne comporte pas le titre II : Arithmétique, ni les paragraphes signalés en violet (Leçons 3. 4. 5. 10. 11. 12 et 15).

Le programme de la Classe Terminale T, compte tenu de la Géométrie vectorielle et du calcul numérique, est identique à celui de la Terminale C diminué des paragraphes d'Arithmétique signalés en marron (Leçons 10, 11 et fin de la 12).