Introduction à la mesure.

I Sous-titre

Une théorie de la mesure est un procédé qui associe à tout ensemble A un nombre positif $\mu(A)$, appelé mesure de A, et qui vérifie certaines propriétés (monotonie, additivité, …).

En dimension 1, la mesure correspond à la longueur, à l'aire en dimension 2 et au volume au dimension 3, d'où la généralisation.

Pour des ensembles discret le cardinal est aussi une mesure.

Au lieu de considérer $f \mapsto \int_a^b f$, en considérant $[a,b] \mapsto \int_a^b f$ nous faisons apparaître une mesure.

Certaines propriétés évidentes doivent être vérifiée par une mesure μ. L'additivité : $\mu(A \sqcup B) = \mu(A) + \mu(B)$ qui sera associée à la notion d'algèbre d'ensembles.

Il nous faudra en fait plus que l'additivité. En effet, comme pour la construction des intégrales de Riemann (qui constitue des mesures en terme d'aire), nous serons amené à considérer des suites de mesures d'ensembles. L'additivité sera alors insuffisante, nous aurons besoin de la σ-additivité et de la notion de tribu.