

# Mesure.

$\subset$  désigne l'inclusion au sens strict et  $\subseteq$  au sens large.

## I Idées.

## II Bibliographie.

1. (a) Mesure et intégration.  
(b) Jean Roger.  
(c) Presses de l'université du Québec.  
(d) 1982  
(e) Dans :  
    analyse\_relle/theorie\_de\_la\_mesure  
(f) Scan.
2. (a) L'intégrale.  
(b) Deheuvels Paul.  
(c) Presses universitaires de France.  
(d) 1980  
(e) Dans :  
    analyse\_relle/theorie\_de\_la\_mesure  
(f) Scan.
3. (a) Mesure et intégration.  
(b) Revuz Daniel.  
(c) Hermann.  
(d) 1997  
(e) Papier.

## III Des classes d'ensembles.

Le terme classe désigne un ensemble d'ensembles.

## Définition 1

Soit  $E$  un ensemble.

Une *tribu* (ou  $\sigma$ -*algèbre* ou corps de Borel) est un ensemble  $\mathcal{A}$  de parties de  $E$  vérifiant

(i)  $E$  est élément de  $\mathcal{A}$

$$E \in \mathcal{A}$$

(ii)  $\mathcal{A}$  est stable par passage au complémentaire

$$A \in \mathcal{A} \Rightarrow E \setminus A \in \mathcal{A}$$

(iii)  $\mathcal{A}$  est stable par union dénombrable

$$\forall (A_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathcal{A}^{\mathbb{N}}, \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{A}$$

Remarques.

1. Si dans la définition la famille dénombrable est indexée sur  $\mathbb{N}$ , elle peut l'être sur n'importe quel ensemble dénombrable.
2. Autrement dit  $\mathcal{A}$  est une algèbre d'ensembles stable par union dénombrable.

Exemples.

1.  $\{\emptyset, E\}$  est une tribu appelée *tribu grossière*.
2. Si  $\emptyset \subset A \subset E$ , alors  $\{\emptyset, \mathcal{A}, E \setminus A, E\}$  est une tribu.
3.  $\mathcal{P}(E)$  est une tribu appelée *tribu discrète*.

## IV Espace mesuré.