Espaces vectoriels normés.

I Généralités.

Définition 1

Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

Nous appellerons *norme sur E* tout application $N : E \to \mathbb{K}$ vérifiant les trois propriétés suivantes :

(i) *Séparation* : $\forall x \in E,\ N(x) = 0 \Rightarrow x = 0$.

(ii) *Absolue homogénéité* : $\forall \lambda \in \mathbb{K},\ \forall x \in E,\ N(\lambda x) = |x| N(x)$.

(iii) *Sous-additivité* (ou *inégalité triangulaire*) : $\forall (x,y) \in E^2,\ N(x+y) \leqslant N(x) + N(y)$.

Exemples.

1. $|.|$ est une norme sur $\mathbb{R}, +\ ,\cdot)$.