Pour les exercices :

- ♣ : exercice d'application directe dans un cas particulier du résultat précédent.
- ♢ : exercice d'application faisant intervenir des résultats et méthodes d'autres leçons.
- ♦ : exercice d'application directe un résultat un peu général.
- ♡ : exercice classique à connaître absolument.
- ♠ : problème faisant intervenir éventuellement de nombreux autres domaines.
- ★ : problème ouvrant vers de nouveaux domaines et résultats.

Chaque symbole représente un quart d'heure de travail pour l'exercice en question.

Méta-mathématique.

I Outils de la logique.

II Théorie des ensembles.

III Relations binaires.

IV Ordre sur un ensemble.

Analyse réelle.

L'analyse a pour point de départ la formulation rigoureuse du calcul infinitésimal. C'est la branche des mathématiques qui traite explicitement de la notion de limite, que ce soit la limite d'une suite ou la limite d'une fonction. Elle inclut également des notions comme la continuité, la dérivation et l'intégration. Ces notions sont étudiées dans le contexte des nombres réels ou des nombres complexes. Cependant, elles peuvent aussi être définies et étudiées dans le contexte plus général des espaces métriques ou topologiques.

I Bornes inférieures et supérieures dans $\mathbb{R}$.

Leçon - 1 - Limite d'une fonction.
(pdf correction) (tex)

II Inégalités classiques dans $\mathbb{R}$.

Leçon - 1 - Inégalité de Cauchy-Schwartz.
(pdf correction) (tex)

III Fonctions.

Leçon - 1 - Notions de fonctions et d'applications : surjectivité, injectivité, bijection.

Leçon - 2 - Limite d'une fonction.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 3 - Étude d'une fonction.

Leçon - 4 - Fonctions classiques.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 5 - Familles classiques de polynômes.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 6 - Développements asymptotiques.
(pdf correction) (tex)

IV Dérivation.

Leçon - 1 - Dérivée d'une fonction réelle d'une variable réelle.
(pdf correction) (tex)

V Suites.

VI Suites et séries d'applications.

VII Ensembles de réels.

VIII Intégration.

Fonctions classiques.

Mesure.

Intégration.

historiquement le calcul intégrale provient des problèmes de quadratures des Grecs.

De nombreux procédés de calcul d'intégrales qui permettent de calculer des aires sous des courbes de plus en plus complexes furent développées.

Leçon - 1 - Intégrale de Riemann.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Intégration de Darboux.

Leçon - 3 - Intégration de Stieltjes.

Leçon - 4 - Intégrales impropres. (EN COURS)
(pdf correction) (tex)

Leçon - 5 - Intégration au sens de Lebesgue.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 6 - Intégration au sens de Kurzweil-Henstock.

Analyse complexe.

Fonctions d'une variable complexe.

Fonctions holomorphes.

Séries analytiques.

Séries de Laurent.

Analyse fonctionnelle.

L'analyse fonctionnelle est la branche des mathématiques et plus particulièrement de l'analyse qui étudie les espaces de fonctions. Elle prend ses racines historiques dans l'étude des transformations telles que la transformation de Fourier et dans l'étude des équations différentielles ou intégro-différentielles.

Le terme fonctionnelle trouve son origine dans le cadre du calcul des variations, pour désigner des fonctions dont les arguments sont des fonctions. Son emploi a été généralisé à de nouveaux domaines par le mathématicien et physicien italien Vito Volterra. Le mathématicien polonais Stefan Banach est souvent considéré comme le fondateur de l'analyse fonctionnelle moderne.

Leçon - 1 - Théorème d'Ascoli.
(pdf correction) (tex)

I Espace préhilbertiens et de Hilbert.

Voir l'algèbre générale : espace euclidiens et généralisation.

Analyse harmonique.

Leçon - 1 - Analyse harmonique (spectrale).
(pdf correction) (tex)

Analyse numérique.

L'analyse numérique est une discipline à l'interface des mathématiques et de l'informatique. Elle s'intéresse tant aux fondements qu'à la mise en pratique des méthodes permettant de résoudre, par des calculs purement numériques, des problèmes d'analyse mathématique.

Calcul des différences finies.

Topologie.

I Généralités.

Leçon - 1 - Ouverts, fermés, intérieur, adhérence.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Espace séparé. Axiomes de séparation.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 3 - Compacité.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 4 - Espaces métriques.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 5 - Espaces métriques complets.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 6 - Filtres.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 7 - Structure uniforme.
(pdf correction) (tex)

II Espace préhilbertiens et de Hilbert.

Voir l'algèbre générale : espace euclidiens et généralisation.

III Topologie algébrique.

Leçon - 1 - Probabilité sur un ensemble fini.
(pdf correction) (tex)

IV Topologie différentielle.

V Topologie de Zariski.

VI Théorème de Tychonoff.

Je ne sais pas si c'est aussi important que ça. Il faut voir.

Probabilité.

— Ellipses. Modèles mathématiques du hasard. Cours et exercices résolus. Garel. 2018. Un livre écrit par un enseignant en école d'ingénieur. Une énorme compilation de lois et d'outils probabilistes. Sans presque aucune démonstration.

I Probabilité discrète.

Leçon - 1 - Probabilité sur un ensemble fini.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Variables aléatoires sur un ensemble fini.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 3 - Variables aléatoires discrètes.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 4 - Intervalles de fluctuation et de confiance.
(pdf)

Leçon - 5 - Moments d'une variable aléatoire.
(pdf) (lien avec les moments d'inertie en physique)

II Probabilité continue.

Leçon - 1 - Loi de Student et du Khi

Mathématique discrète.

I Sommes et produits finis.

Leçon - 1 - Sommes et produits finis.
(pdf correction) (tex)

II Théorie des graphes.

Leçon - 1 - Graphes approche élémentaire.
(pdf correction) (tex)
Leçon - 2 - Graphes orientés.
(pdf correction) (tex)
Leçon - 3 - Graphes non orientés.
(pdf correction) (tex)
Leçon - 4 - Chaîne de Markov.
(pdf correction) (tex)

III Dénombrement.

Arithmétique.

I Arithmétique élémentaire.

Leçon - 1 - Arithnmétique dans $\mathbb{Z}$.
Leçon - 2 - Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$.
(pdf correction) (tex)

II Arithmétique modulaire.

Algèbre élémentaire.

Algèbre générale.

L'algèbre générale, ou algèbre abstraite, est la branche des mathématiques qui porte principalement sur l'étude des structures algébriques et de leurs relations. L'appellation algèbre générale s'oppose à celle d'algèbre élémentaire ; cette dernière enseigne le calcul algébrique, c'est-à-dire les règles de manipulation des formules et des expressions algébriques.

L'étude des structures algébriques peut être faite de manière abstraite, mais unifiée dans le cadre de l'algèbre universelle.

I Théorie des groupes.

Leçon - 1 - Généralités.

Leçon - 2 - Sous-groupes distingués.

II Anneaux.

Leçon - 1 - Généralités.

Leçon - 2 - Idéaux.

Leçon - 3 - Anneaux commutatif intègre.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 4 - Anneau factoriel.

Leçon - 5 - Anneau principal.

Leçon - 6 - Anneau euclidien.

Leçon - 7 - Anneau euclidien non-commutatif.

III Modules.

IV Corps.

V Théorie des corps commutatifs.

Leçon - 1 - Corps commutatif.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Points constructibles.
(pdf correction) (tex)

VI Espaces vectoriels.

Leçon - 1 - Cas général (dimension infini).
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Espace vectoriel topologique.

VII Espaces euclidiens et généralisations.

Bases de Hilbert ou hilbertienne qui étend la possibilité de la base ux espaces de dimensions infinis. Lien avec le lemme de Zorn.

Leçon - 1 - Espaces euclidiens.
Voir géométrie euclidienne.

Leçon - 6 - Applications linéaires continues.
(pdf correction) (tex)

II Dualité.

Leçon - 1 - Généralités.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Transposition d'une application linéaire. À faire et à placer : une matrice et sa transposée sont semblables.

III Ensembles usuels de matrices.

Leçon - 1 - Algèbre des matrices.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Généralités.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 3 - Matrices inversibles.

Leçon - 4 - Matrices symétriques réelles.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 5 - Matrices orthogonales.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 6 - Matrices triangulaires.

Leçon - 7 - Matrices diagonales. Densité dans $\mathrm{M}_n(\mathbb{K})$.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 8 - Produit de Kronecker.

Leçon - 9 - Matrices congruentes.

IV Algèbre multilinéaire.

Rechercher : algèbre de Grassman. p-vecteurs. multivecteurs.

Leçon - 1 - Application multilinéaire.
(pdf correction) (tex)

V Déterminant.

Leçon - 1 - Déterminant.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Mineurs et comatrice.
(pdf correction) (tex)

VI Réduction d'endomorphisme.

Leçon - 1 - Valeurs propres.
(pdf) (tex)

Leçon - 2 - Polynômes d'endomorphismes.
(pdf) (tex)

Leçon - 3 - Diagonalisation (dimension infinie).

Leçon - 4 - Rayon spectral d'une matrice.

Leçon - 5 - Disques de Gerschgorin.

VII Diagonalisation et trigonalisation.

Il s'agit de la réduction d'endomorphisme en dimension finie nous préférerons donc travailler avec les matrices comme c'est maintenant souvent l'usage.

Leçon - 1 - Polynôme caractéristique.
(pdf) (tex)

Leçon - 2 - Diagonalisation.
(pdf) (tex)

Leçon - 3 - Trigonalisation.

Leçon - 4 - Sous-espaces propres, sous-espaces caractéristiques, théorème des noyaux, décomposition de Dunford, forme de Jordan. Décomposition LU et QR.

VIII Décompositions de matrices.

Leçon - 1 - Racine carrée d'une matrice.

Leçon - 2 - Décomposition polaire.

Leçon - 3 - Décomposition de Dunford.

IX Matrices remarquables.

Leçon - 1 - Matrices de Sylvester.

Leçon - 2 - Matrices de Householder.

X Bilinéarité.

Leçon - 1 - Bilinéarité.
(pdf correction) (tex)

Algèbre modulaire.

Polynômes.

Généralités.

Leçon - 1 - Polynômes à une indéterminée sur un corps. (pdf correction) (tex)

Familles classiques de polynômes.

Leçon - 1 - Familles classiques de polynômes.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Polynômes de Hermite.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 3 - Polynômes cyclotomiques.

Leçon - 4 - Polynômes de Bernstein.

Leçon - 5 - Polynômes symétriques.

Leçon - 6 - Polynômes de Legendre.

Leçon - 7 - Polynômes de Tchebychev.

Formes quadratiques.

Séries entières.

Séries formelles.

Géométrie.

I Géométrie euclidienne.

Étude de l'espace usuel avec les notions de distance et d'angle.

Leçon - 1 - Espaces euclidiens.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 2 - Trigonométrie.

Leçon - 3 - Transformations : généralités.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 4 - Transformations du plan euclidien.
(pdf correction) (tex)

Leçon - 5 - Transformations de l'espace euclidien.

Leçon - 6 - Espace de Hilbert.

II Géométrie affine.

Étude des points et des droites, mais sans les notions de distance et d'angle.

Leçon - 1 - Barycentre et convexité.
(pdf correction) (tex)

III Géométrie projective.

Étude des points et des droites, mais sans les notions de distance et d'angle et qui ajoute aux espaces de la géométrie affine des points à l'infini.

IV Géométrie non euclidienne.

Géométrie différentielle.

Elle utilise l'analyse, la topologie et l'algèbre linéaire, et qui étudie des espaces qui, localement, sont des espaces euclidiens, et sur lesquels on peut faire du calcul différentiel et du calcul intégral. La géométrie différentielle englobe la géométrie riemannienne et la géométrie symplectique.

I Différentielles.

Leçon - 1 - Applications différentiables.
(pdf correction) (tex)

II Géométrie différentielle des courbes.

Leçon - 1 - Courbes paramétrées.
(pdf correction) (tex)

III Géométrie différentielle des surfaces.

IV Géométrie Riemannienne.

Le concept fondateur est la variété géométrique. Elle étend les méthodes de la géométrie analytique en utilisant des coordonnées locales pour effectuer l'étude d'espaces courbes sur lesquels existent des notions d'angle et de longueur.

V Géométrie symplectique.

La géométrie symplectique est un domaine actif de la recherche mathématique, né de la volonté d'une formulation mathématique naturelle de la mécanique classique. Elle est à la rencontre de la géométrie différentielle et des systèmes dynamiques. En mathématiques, elle trouve des applications en géométrie algébrique, en géométrie riemannienne et en géométrie de contact. Formellement, elle est définie comme l'étude des 2-formes différentielles fermées non dégénérées (appelées formes symplectiques) sur les variétés différentielles.

Géométrie algébrique.

Utilisant l'algèbre abstraite et la topologie, elle étudie des espaces qui, localement, sont des ensembles de points définis par des équations algébriques, tels les sous-espace affines, les coniques et les quadriques.

Géométrie non commutative.

L'idée principale est qu'un espace au sens de la géométrie usuelle peut être décrit par l'ensemble des fonctions à valeurs réelles définies sur cet espace. Cet ensemble de fonctions forme une algèbre associative sur un corps, qui est aussi commutative : le produit de deux fonctions ne dépend pas du choix d'un ordre. On peut alors songer à voir les algèbres associatives non commutatives comme des algèbres de fonctions sur des espaces non commutatifs, comme le tore non commutatif.

Statistique. Économétrie.

Catégories.

Non classés.

Leçon - 1 -