

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - 2^{de}

Décembre 2013

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.
Bon courage et rendez-vous le 18 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

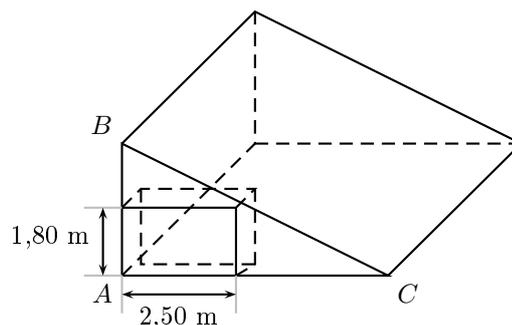
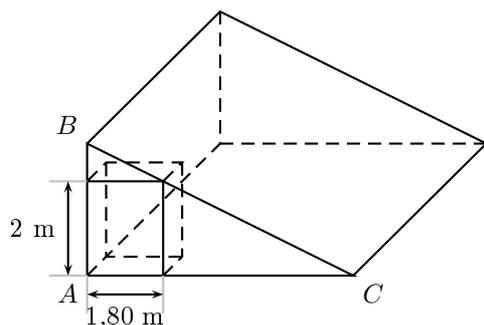
Meuble sous toit

5 points

Une chambre mansardée a la forme d'un prisme droit, de base un triangle rectangle ABC tel que $AB=2,50$ m (figure ci-dessous).

On y met tout juste contre le mur ABC une armoire de 2 m de hauteur et de 1,80 m de large.

Le locataire pourra-t-il mettre au même endroit une bibliothèque de 1,80 m de hauteur et de 2,50 m de large ?



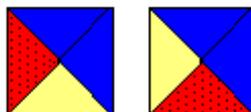
Exercice n°2

Couper Coller

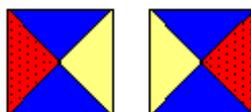
8 points

On fabrique un jeu de pions carrés. Chaque carré est divisé, par ses diagonales, en quatre triangles. A l'aide de trois couleurs (bleu, jaune, rouge) on colorie les quatre triangles afin d'obtenir des pions différents. Un pion peut contenir 1 ou 2 ou 3 couleurs ; il en existe 24 en tout, tous différents.

On considère que les deux pions ci-contre sont différents :



En revanche, les deux pions ci-contre sont identiques :



En choisissant 3 cm de côté pour les carrés, colorier les 24 pions différents.

Découper et coller ces pions sur la feuille réponse afin d'obtenir un rectangle de 12 cm sur 18 cm en respectant la consigne suivante : les côtés en contact de deux carrés sont de la même couleur.

Exercice n°3**« Ephaçant ... »****12 points**

A la pointe du RA... le phare A émet un flash toutes les 6 minutes; on dit que sa période d'émission est de 6 minutes. L'émission du premier flash a lieu à minuit. Le phare B fonctionne avec une autre période d'émission qui est un nombre entier de minutes.

Les quatre situations proposées ci-dessous sont indépendantes.

Situation 1 : Le phare B a une période d'émission de 10 minutes et émet pour la première fois à 0 h 05 min.

Peut-il y avoir coïncidence entre les émissions des deux phares ?

Situation 2 : Le phare B émet toujours toutes les 10 minutes mais sa première émission a lieu moins de 9 minutes après celle du phare A.

Les émissions des deux phares coïncident à 5 h 48 min.

Déterminer l'horaire de la première émission du phare B.

Situation 3 : Le phare B a toujours une période d'émission de 10 minutes et commence à émettre à 0 h 04 min.

Quelle est l'heure de la première coïncidence des émissions des deux phares ?

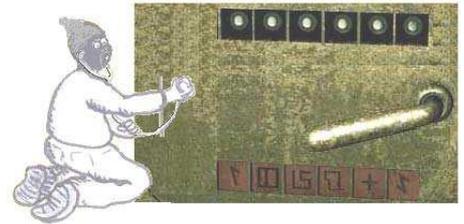
Quelle est l'heure de la dixième coïncidence des émissions des deux phares ?

Entre 0 h 00 min et 7 h 00 min, combien y a-t-il de coïncidences ?

Situation 4 : Le phare B débute son émission à 0 h 05 min avec une nouvelle période d'émission comprise entre 2 et 12 minutes. Sachant qu'il y a coïncidence à 1 h 36 min, quelle est la période d'émission du phare B ?

**Exercice n°4****Le code secret****5 points**

Un coffre-fort est protégé par un code à six chiffres qui ne commence pas par un zéro. Les quatre premiers chiffres sont des entiers consécutifs rangés dans l'ordre croissant (par exemple 2345). Les deux derniers sont des entiers consécutifs rangés dans l'ordre décroissant (par exemple 87). De plus, le code est un carré parfait. Quel est ce code ?

**Exercice n°5****A problem by Mahavira (India IXth century)****5 points**

A quarter of a herd* of camels has been seen in the forest.

Two times the square root of this herd climbed the mountainous slopes.

The rest of the herd, that is three times five camels, remained on the banks of the river.

How many camels are there in this herd?

* : a herd is a group of animals.

Exercice n°6**Le chapeau chinois****8 points**

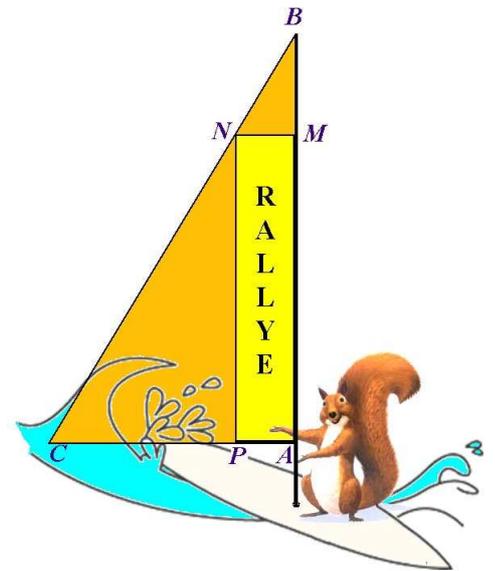
Lauralie a une amie en Chine qui lui a envoyé une photo d'elle en costume traditionnel avec une belle coiffe. Tout en rêvant à son prochain voyage en Chine, Lauralie prend une bande de papier rectangulaire de dimensions 12 cm par 24 cm. Elle réalise en un seul pliage un pentagone qui a un axe de symétrie. Ce pentagone ressemble à la coiffe de son amie.

1. Faire ce pliage avec la bande de dimensions données.
2. Déterminer par calcul la hauteur h du pentagone.
3. Lauralie remarque que la longueur d est égale à la hauteur h . Calculer l'aire du pentagone.
4. Coller le pliage sur la feuille réponse.

Exercice n°7**Le logo du mécène****8 points**

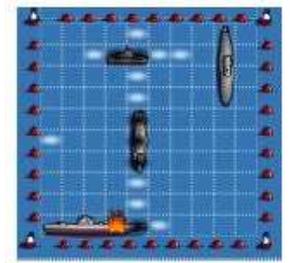
Flip possède une planche à voile. La voile qui équipe sa planche a la forme d'un triangle ABC rectangle en A avec $AB = 4,2$ m et $AC = 1,8$ m. Pour pouvoir participer à la célèbre régates de Pleumeur-plage, il décide de porter les couleurs du Rallye mathématique du Centre. Le logo du mécène a une forme rectangulaire (le rectangle $MNPA$ sur le dessin avec $N \in [BC]$, $M \in [AB]$, $P \in [AC]$).

1. Quelle est l'aire du rectangle $MNPA$ lorsque $BM = 1$ m ?
2. Quelles doivent être les dimensions du rectangle $MNPA$ pour que le logo ait une aire maximale ?

**Exercice n°8****Touché, coulé !****8 points**

Pierre et Léa jouent à la bataille navale, chacun dispose d'un plateau se composant de 100 cases carrées. Elles sont repérées horizontalement de A à J et verticalement de 1 à 10.

Ils disposent chacun d'un bateau qu'ils peuvent placer horizontalement ou verticalement.



1. Lors de la première partie, ils jouent chacun avec un bateau de 2 cases qu'ils placent sur leur plateau.
 - (a) Pierre joue en premier et choisit au hasard une case. Quelle est la probabilité qu'il touche le bateau au premier coup ?
 - (b) Pierre a touché le bateau de Léa en $E5$. Il a le droit de rejouer. Si Pierre joue "intelligemment", nommer précisément les cases qu'il doit viser pour tenter de toucher l'autre partie du navire et donc le couler ?
 - (c) Maintenant, c'est Léa qui tente de couler le bateau de Pierre. Léa touche aussi à son premier essai le navire de Pierre. Celui-ci lui dit qu'en jouant intelligemment, elle a 1 chance sur 2 de le couler. Quelles sont les positions possibles du bateau ?
2. Lors de la seconde partie, ils jouent chacun avec un bateau de longueur 3 cases. Léa a touché le bateau de Pierre en $B2$. Nommer les cases qu'elle doit choisir en priorité pour avoir le plus de chances de le toucher à nouveau.