

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - 2^{de}

Mardi 18 mars 2014

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°0

Questionnaire culturel

10 points

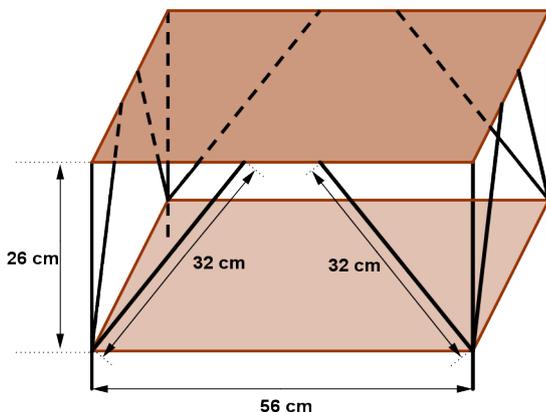
Compléter la feuille annexe à rendre avec les feuilles réponses.

Exercice n°1

Casier judicieux

8 points

Christelle a dans son salon une table basse carrée comme celle qui est représentée ci-dessous. Elle est composée de deux plateaux en bois reliés par des tubes métalliques. Les dimensions sont données sur la figure.



Elle souhaite utiliser le plateau du dessous pour mettre un casier afin de ranger des magazines. Elle a donc acheté un casier qui a la forme d'un pavé droit, ouvert sur le dessus, dont le fond a pour dimensions 30 cm sur 45 cm et dont la hauteur mesure 17 cm.

Elle veut introduire le casier par un côté de la table en le faisant glisser sur le plateau du dessous. Il n'est pas question de l'incliner pour le faire rentrer.

Le casier que Christelle a acheté convient-il ?

Exercice n°2

L'écart d'heure

5 points

Un horloger se voit confier deux montres pour réglage.

Le lendemain, un mardi, il les règle toutes les deux sur 8 heures puis les démarre au même instant lorsqu'il est exactement 8 heures sur son horloge de référence.

Au bout de quelque temps, il constate que l'une des montres prend une seconde de retard toutes les heures et l'autre deux secondes d'avance toutes les heures par rapport à son horloge de référence.

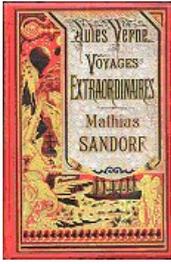


1. Au bout de combien de temps auront-elles 7 minutes de différence ?
2. Le mardi suivant, quelles heures affichent les deux montres lorsqu'il est exactement 8 heures à son horloge de référence ?

Exercice n°3

Le cache secret, le message se transforme

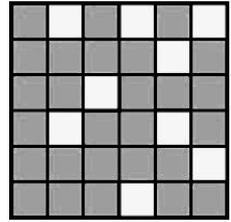
8 points



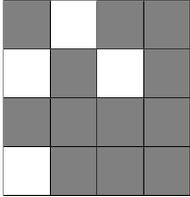
Après avoir lu le roman Mathias Sandorf de Jules Verne, Maxence et Sarah décident d'utiliser le même système de codage que celui évoqué dans le livre pour s'écrire des messages secrets.

Le principe de ce codage est le suivant : on utilise un cache secret et une grille 4×4 , 5×5 , 6×6 ... selon la longueur du message. Le cache, de même dimension que la grille, possède des trous, comme celui du roman de Jules Verne (voir ci-contre).

Sur l'exemple ci-dessous on illustre comment le message « VIVE LE RALLYE MATH » est codé en « LVEL IMVR ALAY ETEH ».

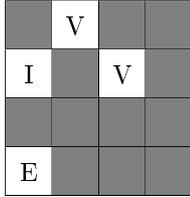


(1)



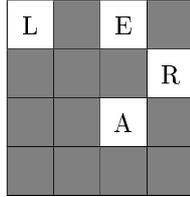
(1) Position initiale d'un cache 4×4 sur une grille vide.

(2)



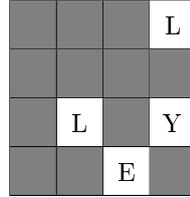
(2) On écrit les premières lettres du message dans les cases vides.

(3)

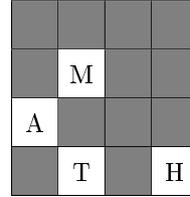


(3) Puis on fait tourner le cache d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre. On continue de remplir le message. (4) On refait tourner le cache et on continue d'écrire. (5) On tourne de nouveau le cache et on finit d'écrire le message.

(4)



(5)

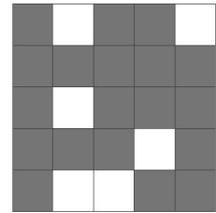


(6)

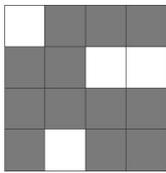
| | | | |
|---|---|---|---|
| L | V | E | L |
| I | M | V | R |
| A | L | A | Y |
| E | T | E | H |

(6) On enlève le cache et on obtient le message codé.

- Afin de convenir d'un rendez-vous avec Sarah, Maxence désire coder le message suivant « A QUEL ENDROIT SE RENCONTRER ? » à l'aide de son cache 5×5 représenté ci-contre dans sa position initiale. Quel message va-t-il envoyer à Sarah ? (Il place le ? au centre du carré)

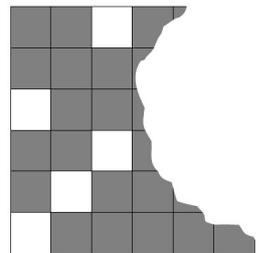


2.



Sarah lui renvoie le message suivant « RTUR EEDV CHSA UPDA ». Quel message va décrypter Maxence à l'aide de son cache 4×4 représenté ci-contre dans sa position initiale ?

- Pour écrire des messages plus longs, Maxence utilise un cache 6×6 possédant 9 trous, cache qu'il a malheureusement abîmé. Voici le morceau restant représenté dans sa position initiale. Reconstituer le cache.



Exercice n°4

Jules décode

8 points

Flore a mis au défi son ami Jules de trouver le code d'accès qui permet de rentrer dans son immeuble. Ce code est composé de cinq chiffres suivis de la lettre B et n'a jamais été changé depuis son installation.



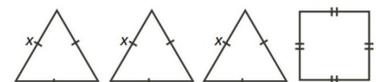
Flore lui a juste donné comme indice que les chiffres de deux touches du digicode sont quasiment effacés, qu'une autre touche montre aussi des traces d'usure, mais moins importantes que sur les deux autres et que les autres touches sont comme neuves. Elle lui dit aussi que le nombre formé par les 4 premiers chiffres de la combinaison est un carré parfait. Elle se dit qu'avec ces renseignements, elle n'est pas près de voir arriver Jules !

Jules se dit lui aussi que toutes ces informations sont bien insuffisantes pour trouver le code et qu'il aura bien du mal à entrer dans l'immeuble, sachant qu'il n'a que trois essais avant de bloquer la porte. Mais Jules, qui est déjà allé chez Flore se souvient que le code formé par les cinq chiffres est un palindrome (comme par exemple : 47874, 52225...). Cela l'avait marqué ! Quelque temps plus tard, il appelle Flore et lui dit « Je n'ai même pas besoin de me déplacer devant ton digicode pour savoir que je vais pouvoir entrer dans ton immeuble. ».

A-t-il raison ?

Exercice n°5**Four figures with one string****5 points**

An entire two metre long string is used to form the four figures just opposite.



The first three figures are in the shape of an equilateral triangle, the measure of whose sides in centimetres is an integer x . The fourth figure is a square, the measure of whose sides in centimetres is an integer y .

Determine all the possible measures of the sides of the triangle and the square.

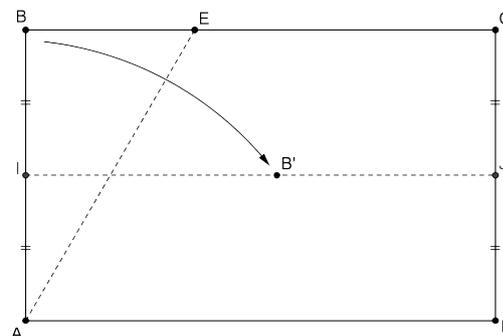
Exercice n°6**Deux plis pour trois****8 points**

On prend une feuille de papier rectangulaire $ABCD$ avec $AB < BC$.

On marque le pli $[IJ]$ où I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[CD]$.

On cherche le point E sur $[BC]$ tel qu'en pliant suivant $[AE]$, le point B vienne sur le segment $[IJ]$ en un point que l'on va noter B' .

1. Effectuer le pliage sur une feuille de dimensions 10 cm par 15 cm et le coller sur la feuille réponse.
2. Calculer les mesures des angles \widehat{BAE} , $\widehat{EAB'}$ et $\widehat{B'AD}$?
3. Finalement, qu'a-t-on réalisé sans aucun instrument de géométrie ?

**Exercice n°7****Des dés****5 points**

Un jeu de dés à six faces, oppose en trois manches deux adversaires : l'attaquant et le défenseur.

Première manche : l'attaquant lance un dé puis c'est au tour du défenseur de lancer le sien ; si la valeur du dé du défenseur est supérieure ou égale à celle de l'attaquant alors le défenseur marque un point, sinon c'est l'attaquant qui marque un point. L'attaquant a obtenu "5". Quelle est la probabilité que le défenseur marque un point ?

Deuxième manche : l'attaquant lance deux dés puis le défenseur lance un dé ; si le double de la valeur du dé du défenseur est supérieur ou égal à la somme des deux dés de l'attaquant alors le défenseur marque un point, sinon c'est l'attaquant qui marque un point. L'attaquant a obtenu "3" et "5". Quelle est la probabilité que le défenseur marque un point ?

Troisième manche : l'attaquant lance deux dés puis le défenseur lance deux dés ; si la somme des deux dés du défenseur est supérieure ou égale à la somme des deux dés de l'attaquant alors le défenseur marque un point, sinon c'est l'attaquant qui marque un point. L'attaquant a obtenu "3" et "4". Quelle est la probabilité que le défenseur marque un point ?

Exercice n°8**Des pensées sans trop dépenser****8 points**

Deux jardiniers du parc floral de La Source sont chargés de fleurir un parterre rectangulaire de 60 m sur 80 m.

Ils doivent respecter le schéma ci-contre à ajuster suivant le coût de réalisation.

- Une zone rectangulaire sera plantée de tulipes, une zone en forme de flèche sera engazonnée et deux zones triangulaires seront plantées de pensées.

Ces deux triangles doivent avoir un côté de même longueur (voir schéma).

- 1 m² de gazon en rouleau coûte 4 euros, 1 m² de pensées revient à 7 euros et 1 m² de tulipes revient à 8 euros.

Quelles dimensions les jardiniers doivent-ils donner aux deux triangles de pensées afin que la réalisation de l'ensemble du parterre soit la moins coûteuse possible ?

