ESA 2017.

Concours 2015 d'admission dans les écoles du service de santé des armées .
Catégorie baccalauréat - Sections : Médecine - Pharmacie.

Avertissement :

- L'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.
- Les candidats traiteront les trois exercices.
- Les réponses des exercices 1 et 2 (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.
- L'exercice 3 sera traité sur une copie à part.
- Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.
- La qualité de la présentation des copies et de l'orthographe sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1. 8 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.

Toute réponse juste est comptée $+1$ *point, toute réponse fausse est comptée* $-0{,}25$ *point. Une absence de réponse est comptée* 0 *points. Si le total est négatif, le note est ramenée à* 0.

QCM 1.

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x} - x + 1$.
L'image de $\ln 2$ par la fonction f est :

A. $\dfrac{1}{2} - \ln 3$,

B. $-1 - \ln 2$,

C. $\dfrac{3}{2} - \ln 2$,

D. $3 - \ln 2$.

QCM 2.

Sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $\mathrm{e}^x - x \leqslant 1$ admet pour ensemble de solutions :

A. $\emptyset$,

B. $\{0\}$,

C. $[0; +\infty[$,

D. $\mathbb{R}$.

QCM 3.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$.
Une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :

A. $F(x) = -\dfrac{1}{2}x^2\mathrm{e}^{-x}$,

B. $F(x) = -(1+x)\mathrm{e}^{-x}$,

C. $F(x) = -x\mathrm{e}^{-x}$,

D. $F(x) = (1-x)\mathrm{e}^{-x}$.

QCM 4.

Pour tout réel x, l'expression $A(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-3x}}{\mathrm{e}^{2x}} - \dfrac{1 - \mathrm{e}^{-2x}}{\mathrm{e}^x}$ est égale à :

A. $\dfrac{\mathrm{e}^{2x}+1}{\mathrm{e}^{3x}}$,

B. $\mathrm{e}^{3x}(\mathrm{e}^{-2x}+1)$,

C. $\dfrac{\mathrm{e}^{2x}+1}{\mathrm{e}^{5x}}$,

D. $\mathrm{e}^{-5x} - \mathrm{e}^{-3x}$.

QCM 5.

La limite $\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$ est égale à :

A. 0,

B. $+\infty$,

C. 1,

D. $\dfrac{1}{6}$.

QCM 6.

La fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = (x-3)\ln x$ est :

A. positive sur $]0;+\infty[$,

B. négative sur $]0;+\infty[$,

C. négative sur $]0;1]$,

D. positive sur $[3;+\infty[$.

QCM 7.

Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = (x-3)\ln(2x)$.
Sa fonction dérivée est définie sur $]0;+\infty[$ par :

A. $\ln(2x) - \dfrac{x-3}{2x}$,

B. $\ln(2x) + \dfrac{x-3}{x}$,

C. $\dfrac{1}{x}$,

D. $\dfrac{1}{2x}$.

QCM 8.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $\left]\dfrac{5}{2};+\infty\right[$ par $f(x) = (-2x+5)^{-4}$.

Une primitive de la fonction f sur l'intervalle $\left]\dfrac{5}{2};+\infty\right[$ est la fonction F définie sur cet intervalle par :

A. $F(x) = \dfrac{1}{5}(-2x+5)^{-5}$,

B. $F(x) = \dfrac{1}{10}(-2x+5)^{-5}$,

C. $F(x) = \dfrac{1}{6}(-2x+5)^{-3}$,

D. $F(x) = -\dfrac{1}{3}(-2x+5)^{-3}$.

Exercice 2. 5 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.

Toute réponse juste est comptée $+1$ *point, toute réponse fausse est comptée* $-0{,}25$ *point. Une absence de réponse est comptée* 0 *points. Si le total est négatif, le note est ramenée à* 0.

QCM 9.

La documentaliste d'un collège a reçu une offre pour acheter les romans de la saga HP.

Elle enquête pour savoir si le sujet intéresse les élèves et relève que :

- 10 % des élèves ont lu le $7^{\text{ème}}$ épisode,
- 38 % des élèves ont vu le $7^{\text{ème}}$ épisode au cinéma,
- 40 % de ceux qui ne l'ont pas lu, ont vu le $7^{\text{ème}}$ épisode au cinéma.

La documentaliste prend une réponse au hasard parmi celles des élèves interrogés.

La probabilité que l'élève soit aller voir le $7^{\text{ème}}$ épisode au cinéma sachant qu'il l'a lu est :

A. 0,3,

B. 0,2,

C. 0,038,

D. 0,04.

QCM 10.

Un élève se présente à deux concours C et C' qui sont indépendants.

Il a une chance sur trois de réussir le concours C et une chance sur trois de réussir le concours C'.

En pensant augmenter ses chances de réussite, l'élève décide de passer les deux concours.

La probabilité qu'il réussisse au moins un concours est :

A. $\dfrac{2}{3}$,

B. $\dfrac{1}{9}$,

C. $\dfrac{4}{9}$,

D. $\dfrac{5}{9}$,

QCM 11.

Soit X la variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0;\sigma^2)$. Alors on a :

A. $P(-2\sigma \leqslant X \leqslant 2\sigma) \approx 0{,}99$,

B. $P(X \geqslant 3\sigma) \approx 0{,}005$,

C. $P(X \leqslant -\sigma) \approx 0{,}6$,

D. $P(X \geqslant 2\sigma) \approx 0{,}0025$.

QCM 12.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé directe d'origine O.
Les points A et B ont pour affixe respective i et -1.
L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z-i| = |z+1|$ est :

A. la droite (AB),

B. le cercle de diamètre $[AB]$,

C. la droite perpendiculaire à (AB) passant par O,

D. le cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B.

QCM 13.

Sur l'intervalle $[0;2\pi[$, l'équation $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$:

A. n'admet pas de solution,

B. admet deux solutions,

C. admet trois solutions,

D. admet une infinité de solutions.

Exercice 3. 7 points

La durée d'attente, exprimée en heures, au service des urgences d'un hôpital peut être modélisée par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ strictement positif.

On sait alors que pour tout réel t strictement positif : $P(T \leqslant t) = \displaystyle\int_0^t \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$.

La fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}$ est la fonction de densité de la variable aléatoire T et l'on note $\mathscr{C}$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.

Partie A.

1. Interpréter graphiquement la probabilité $P(T \leqslant 1)$.

2. Indiquer où peut être lu graphiquement le paramètre λ.

Dans la suite de l'exercice on suppose que $P(T \leqslant 1) = 0{,}92$ *et l'on admet que* $\mathrm{e}^{-2{,}5} = 0{,}08$ *à* 10^{-2} *près.*

Partie B.

1. Déterminer la valeur exacte de λ. *Dans la suite de l'exercice on prendra* $\lambda = 2{,}5$.

2. Calculer $P(1 \leqslant T \leqslant 2)$ à 10^{-2} près.

3. Calculer $P(T > 2)$ à 10^{-2} près.

Partie C.

Dans cet hôpital, un questionnaire est distribué aux patients :

- si la durée d'attente est inférieure ou égale à 1 heure, les patients cochent la case "attente satisfaisante" ;
- si la durée d'attente est comprise strictement entre 1 heure et 2 heures, alors 80 % des patients cochent la case "attente satisfaisante" et 20 % des patients cochent la case "attente non satisfaisante" ;
- si la durée d'attente est supérieure ou égale à 2 heures, les patients cochent la case "attente non satisfaisante".

1. On prélève de façon aléatoire un questionnaire.

(a) Calculer la probabilité, à 10^{-2} près, de lire "attente satisfaisante".

(b) Sachant que la case cochée est "attente satisfaisante", calculer la probabilité, à 10^{-2} près, qu'elle provienne d'un patient ayant attendu entre 1 heure et 2 heures strictement.

2. On prélève de façon aléatoire deux questionnaires.
Calculer la probabilité à 10^{-2} près, qu'au moins un patient ait coché la case "attente non satisfaisante".