ESA 2016.

Épreuves d'admissibilité du concours 2016 d'admission à l'école de santé des armées .

Catégorie baccalauréat - Sections : Médecine - Pharmacie.

Mercredi 13 avril 2016.

Épreuve de mathématiques.

Durée : 1 heure 30 minutes

Coefficient 3.

Avertissements :

— L'utilisation de calculatrices, règles à calculs, formulaires, papier millimétré, téléphones portables est interdite.
— Vérifiez que ce fascicule comporte 6 pages numérotées de 1 à 6, page de garde comprise.
— Il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.
— Les candidats traiteront les trois exercices.
— Les réponses des exercices $n°1$ et $n°2$ (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.
— Toutes les réponses aux questions sous forme de QCM doivent être faites sur la grille de réponse jointe. Si le candidat répond aux questions QCM sur sa feuille et non sur la grille, ses réponses ne seront pas prises en compte par le correcteur.
— L'exercice $n°3$ sera traité sur une copie à part.

Exercice 1. (7 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations, A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case prévue à cet effet.

Toute réponse juste est comptée $+1$ *point. Toute réponse fausse est comptée* $-0{,}25$ *points. Une absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0*.*

QCM 1.

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

A. La suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

B. La suite (u_n) est majorée par 1,5.

C. La suite (u_n) a pour limite $+\infty$.

D. La suite (u_n) est majorée par 2.

QCM 2.

Soit la suite (u_n) pour laquelle on suppose que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n^2 = +\infty$.

A. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.

B. $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{u_n} = +\infty$.

C. $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{u_n} = 0$.

D. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n^3 = +\infty$.

QCM 3.

La documentaliste d'un collège a reçu une offre pour acheter les romans de la saga HP.

Elle enquête pour savoir si le sujet intéresse les élèves : 10 % des élèves ont lu le 7$^{\text{ème}}$ épisode, 38 % des élèves ont vu le 7$^{\text{ème}}$ épisode au cinéma et 40 % de ceux qui ne l'ont pas lu, ont vu le 7$^{\text{ème}}$ épisode au cinéma.

La documentaliste tire au hasard une réponse d'un des élèves interrogés.

Quelle est la probabilité que l'élève soit allé voir le 7$^{\text{ème}}$ épisode au cinéma sachant qu'il a lu le roman ?

A. 0,3.

B. 0,2.

C. 0,038.

D. 0,04.

QCM 4.

Un groupe de coureurs participe à une course cycliste et ils subissent de façon aléatoire un contrôle antidopage.

On appelle T l'événement « le contrôle est positif » et on admet que $p(T) = 0{,}05$.
On appelle D l'événement « le coureur est dopé ».
Le contrôle antidopage n'étant pas fiable à 100 %, on sait que :

1. si un coureur est dopé, le contrôle est positif dans 97 % des cas ;
2. si un coureur n'est pas dopé, le contrôle est positif dans 1 % des cas.

la probabilité que le coureur soit dopé est :

A. $\dfrac{95}{100}$.

B. $\dfrac{98}{100}$.

C. $\dfrac{29}{500}$.

D. $\dfrac{1}{24}$.

QCM 5.

L'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'équation : $\ln(x+3) + \ln(x-2) = \ln 14$ et :

A. $\{-5; 4\}$.

B. $\{-5\}$.

C. $\{4\}$.

D. $\emptyset$.

QCM 6.

Pour tout réel x strictement positif, $\mathrm{e}^{-3\ln x}$ est égale à :

A. x^3.

B. $\frac{1}{x^3}$.

C. $-3x$.

D. $-x^3$.

QCM 7.

L'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation : $(e^x - 3)(e^x + 1) \geqslant 0$ est :

A. $]-\infty, -1] \cup [3, +\infty[$.

B. $]-\infty, \ln 3]$.

C. $[\ln 3, +\infty[$.

D. $\mathbb{R}$.

Exercice 2. (7 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations, A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case prévue à cet effet.

Toute réponse juste est comptée $+1$ *point. Toute réponse fausse est comptée* $-0{,}25$ *points. Une absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

QCM 8.

Soit $I = \displaystyle\int_0^1 \left(e^{2x} - x\right)\, dx$.

1. $I = e^2 - 2$.
2. $I = 2e^2 - 2$.
3. $I = \dfrac{1}{2}\left(e^2 - 1\right)$.
4. $I = \dfrac{1}{2}e^2 - 1$.

QCM 9.

Soit le nombre complexe $z = \dfrac{1+i}{1-i}$.

A. L'écriture algébrique de z est $-i$.

B. L'écriture algébrique de z est $\sqrt{2}i$.

C. Un argument de z est égale à $\dfrac{\pi}{2}$.

D. Le module de z est $\sqrt{2}$.

QCM 10.

Soit $f(x) = 4x\mathrm{e}^{-x}$ pour tout x réel.
La dérivée $f'(x)$ de f sur $\mathbb{R}$ est égale à :

A. $3\mathrm{e}^{-x} + 4x$.

B. $(4x - 1)\mathrm{e}^{-x}$.

C. $-4\mathrm{e}^{-x}$.

D. $(4 - 4x)\mathrm{e}^{-x}$.

QCM 11.

Soit x une variable aléatoire de densité f sur $[-4{,}2]$ telle que $f(x) = a|x|$, $a \in \mathbb{R}$.
Alors a est égale à :

A. $-0{,}2$.

B. $0{,}2$.

C. $0{,}25$.

D. $0{,}1$.

QCM 12.

On considère que la durée de vie, exprimée en années, d'un médicament est une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre λ telle que $P(X \leqslant 1) = 0{,}18$, alors :

A. $\lambda = \ln\left(\dfrac{50}{41}\right)$.

B. $\lambda = -\ln(18)$.

C. $\lambda = -\ln(0{,}82)$.

D. $\lambda = \dfrac{\ln(0{,}82)}{\ln(100)}$.

QCM 13.

Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $N(0{,}1)$.
$p(-1 < X < 1)$ est égale à :

A. $1 - 2p(X > 1)$.

B. $2\,[p(X < 1) - 1]$.

C. $1 - 2p(X < 1)$.

D. $2p(X > 1) - 1$.

QCM 14.

Après avoir examiné 100 personnes, on a constaté que 20 % d'entre elles étaient malades. L'intervalle de confiance, au niveau asymptotique 95 %, de la probabilité qu'une personne examinée soit malade peut être estimée par :

A. $[0{,}10; 0{,}20]$.

B. $[0{,}15; 0{,}25]$.

C. $[0{,}10; 0{,}30]$.

D. $[0{,}05; 0{,}35]$.

Exercice 3. (6 points)

Après l'administration d'un médicament par voie orale chez un patient, sa concentration plasmatique dans le sang, en g/L, en fonction du temps peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$C(t) = 3\left(\mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t}\right), \text{ où } t \text{ est le temps exprimé en heures.}$$

1. Calculer $C(0)$.
2. Déterminer la limite de la fonction C lorsque t tend vers $+\infty$. Interpréter ce résultat vis-à-vis du patient.
3. Calculer la dérivée $C'(t)$ de $C(t)$.
4. Dresser le tableau complet de variation de la fonction C.
5. Donner la valeur maximale de la concentration sous sa forme la plus simplifiée.
6. Déterminer les valeurs de t pour lesquelles $C(t) = \dfrac{2}{3}$.
7. En déduire sur quelle période de temps la concentration du médicament est supérieure ou égale à $\dfrac{2}{3}$.