ESA 2014.

Concours 2014 d'admission dans les écoles du service de santé des armées .
Catégorie baccalauréat - Sections : Médecine - Pharmacie.

Avertissement :

- L'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.
- Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.
- Il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.
- Les candidats traiteront les trois exercices.
- Les réponses des exercices $n°1$ et $n°2$ (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.
- L'exercice $n°3$ sera traité sur une copie à part.

Exercice 1. 7 points.

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer **sans justification** la réponse qui lui parait exacte **en cochant sur la grille prévue à cet effet.**

Toute réponse juste est comptée $+1$point. Toute réponse fausse est comptée $-0,5$ point.

Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1 Soit la fonction h définie pour tout réel x par $h(x) = \mathrm{e}^{-x} - x + 4$.
Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de h.

A. $h'(x) = e^{-x} - 1$.

B. h admet un maximum.

C. $\mathcal{C}$ admet une asymptote horizontale.

D. l'équation $h(x) = 5$ a une solution unique dans l'ensemble des réels.

QCM 2 Dans l'ensemble des nombres réels, l'inéquation $-2x\mathrm{e}^{-x+1} \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions :

(a) $\emptyset$.

(b) $\{0\}$.

(c) $]-\infty;0]$.

(d) $[0;+\infty[$.

QCM 3 On considère l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} t^2 \ln(t)\mathrm{d}t$.

On pourra, pour calculer I, utiliser la dérivée de la fonction h définie sur $[1;\mathrm{e}]$ par $h(t) = t^3[3\ln(t) - 1]$.

La valeur exacte de I est :

A. $(2e^3 + 1)/9$.

B. $2e^3 + 1$.

C. $(e^2 - 2e)/9$.

D. $(e^2 + 2e)/9$.

QCM 4 Soit la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = x\cos x$.

La dérivée f' de f est définie pour tout réel x par $f'(x) =$:

A. $-\sin x$.

B. $\cos x$.

C. $\cos x + x\sin x$.

D. $\cos x - x\sin x$.

QCM 5 Soit la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = x\cos x$.

La primitive F de f telle que $F(0) = 1$ est définie pour tout réel x par $F(x) =$:

A. $\frac{x^2}{2}\sin x + 1$.

B. $-\frac{x^2}{2}\sin x + 1$.

C. $\cos x + x\sin x$.

D. $\cos x - x\sin x$.

QCM 6 L'intégrale $I = \displaystyle\int_2^4 \frac{3x}{x^2 - 1}\mathrm{d}x$ est égale à :

A. $3\ln(12)$.

B. $1,5\ln(5)$.

C. $1,5\ln(12)$.

D. autre.

QCM 7 On considère la fonction f dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par $f(x) = \dfrac{-x^2 - 2\ln x}{x}$.

La limite de f en $+\infty$ est égale à :

A. 0.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 1.

Exercice 2 — 7 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer **sans justification** la réponse qui lui parait exacte **en cochant sur la grille prévue à cet effet.**

Toute réponse juste est comptée +1point. Toute réponse fausse est comptée $-0,5$ point.

Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1 Une solution de l'équation $2z + \overline{z} = 9 + \mathrm{i}$ est :

A. $18 - \mathrm{i}$.

B. 1.

C. $3 + \mathrm{i}$.

D. $9 - \mathbf{i}$.

QCM 2 On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$:

A. la suite u est géométrique.

B. la suite u est arithmétique.

C. la suite u est majorée par 3.

D. la suite u est convergente vers 2.

QCM 3 On considère trois suites u, v, et w qui vérifient la propriété suivante :
Pour tout entier naturel n non nul : $u_n < v_n < w_n$.
Si $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = 2$ et $w_n = u_n + \frac{1}{n}$, alors :

A. on ne peut pas dire que la suite (v_n) converge.

B. la suite (v_n) n'a pas de limite.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n) > 2$.

D. $\lim\limits_{n \to +\infty} (v_n) = 2.$

QCM 4 Un sac contient 4 boules noires et 3 boules rouges.On tire successivement et sans remise 2 boules du sac. Sachant que la première boule tirée est noire, la probabilité de la seconde soit noire est

A. $\dfrac{2}{7}$.
B. $\dfrac{4}{7}$.
C. $\dfrac{1}{2}$.
D. $\dfrac{2}{3}$.

QCM 5 On lance un dé cubique bien équilibré et on lit le numéro inscrit sur la face supérieure de dé.
Soit les événements :
I : « le numéro est inférieur ou égal à 3 ».
M : « le numéro est un multiple de 3 ».

A. $P(I \cup M) = \frac{5}{6}$.
B. $P(I \cap M) = \frac{1}{2}$.
C. I et M sont incompatibles.
D. I et M sont indépendants.

QCM 6 Une maladie frappe 2 % de la population d'un pays. Pour dépister cette maladie, on utilise un test. On sait que :
- la probabilité que le test soit positif, sachant que l'individu est malade, est 0,9 ;
- la probabilité que le test soit négatif, sachant que l'individu n'est pas malade, est 0,9.

On note les événements :
$M+$: « l'individu est malade »
$M-$: « l'individu n'est pas malade »
$T+$: « le test est positif »
$T-$: « le test est négatif »

A. $P_{M+}(T+)$ vaut 0,1.

B. $P(T+)$ vaut 0,278.

C. $P(T+)$ vaut 0,22.

D. $P_{T+}(M+)$ vaut 0,16.

QCM 7 X est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur $[2; 20]$.
La probabilité $P_{X>6}(5 < X < 10)$ est égale à :

(a) $\frac{5}{18}$.

(b) $\frac{5}{14}$.

(c) $\frac{2}{7}$.

(d) $\frac{1}{4}$.

Exercice 3 — 6 points

Un essai thérapeutique est réalisé chez des patients atteints d'une maladie associée à une très forte mortalité. Les données de cet essai sont correctement ajustées par un modèle de survie exponentielle.

Soit X_A la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda_A = 0,22$.

C'est à dire $P(X_A \leqslant t) = \int_0^t 0,22\mathrm{e}^{-0.22x}\mathrm{d}x$.

Soit X_B la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda_B = 0,11$.

C'est à dire $P(X_B \leqslant t) = \int_0^t 0,11\mathrm{e}^{-0.11x}\mathrm{d}x$.

t représente le temps en années avec $t \geqslant 0$.

Avec un traitement A, la probabilité de survie à l'instant t est égale à $S_A(t) = P(X_A > t)$.

Avec un traitement B, la probabilité de survie à l'instant t est égale à $S_B(t) = P(X_B > t)$.

Aide aux calculs $\mathrm{e}^{-2,2} \approx 0,111$ et $\sqrt{0,111} \approx 0,333$.

1. Calculer $P(X_A \leqslant 10)$.

2. Démontrer que pour tout réel t positif, $S_A(t) = \mathrm{e}^{-0,22t}$.
3. Donner le tableau de variation complet de la fonction S_A. Justifier.
4. Calculer la probabilité de survie à 10 ans dans le cas du traitement B.
5. Calculer la probabilité de survie à 5 ans dans le cas du traitement A.
6. Le rapport de survie des traitements A et B est-il constant au cours du temps ?
7. Pour t fixé, établir la relation entre la survie dans le cas du traitement A et la survie dans le cas du traitement B.