

III. A partir de vos connaissances, exposer les modalités d'action de l'insuline.

II. SUJET DE MATHÉMATIQUES (le candidat traitera les 4 questions).

1° Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$, avec $f(0) = 1$.

a) Étudier et représenter cette fonction dans un repère orthonormé.

(On admettra que $f'(0) = -\frac{1}{2}$).

b) Montrer également que l'on ne peut tracer qu'une seule tangente à la courbe (C) représentative de cette fonction, de l'origine 0 du repère.

2° a) Exprimer $\cos x + \sqrt{3} \sin x$ sous la forme $A \cos(x - \varphi)$, avec A et φ réels à déterminer explicitement (on choisira A positif).

b) En déduire alors : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + \sqrt{3} \sin x)^7 dx$.

3° Soit (ABC) un triangle, non équilatéral, du plan, et on pose : $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, où a, b, c sont trois réels strictement positifs.

a) Calculer GA^2 en fonction de a, b, c sachant que G représente le centre de gravité de ce triangle.

b) En déduire alors la valeur de $(b^2 - c^2)GA^2 + (c^2 - a^2)GB^2 + (a^2 - b^2)GC^2$.

c) Déterminer ensuite l'ensemble des points M du plan du triangle tels que : $(b^2 - c^2)MA^2 + (c^2 - a^2)MB^2 + (a^2 - b^2)MC^2 = 0$.

4° a) Résoudre l'équation $z^6 - 1 = 0$ dans le corps des complexes, et donner les solutions sous formes algébrique et trigonométrique. Représenter ces solutions dans le plan complexe.

b) Mettre le complexe $8i$ sous forme trigonométrique et résoudre $z^6 - 8i = 0$. Représenter les solutions dans le plan complexe.

c) Dans le plan complexe on donne les points $A(-1 + i)$, $B(2 + 3i)$ et $M(z)$, $M \neq A$, $M \neq B$.

On pose $Z = \left(\frac{z - 2 - 3i}{z + 1 - i} \right)^3$

Quel est l'ensemble des points M tels que : $|Z| = 8$?
 Z est imaginaire pur ?

Nota : Les candidats sont autorisés à utiliser des règles à calcul, des tables numériques et des calculatrices de poche à entrée unique par clavier, y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante. Afin de prévenir les risques de fraude, l'échange des calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit, de même que l'usage des notices fournies par les constructeurs.