

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES
ou
DE SCIENCES NATURELLES.

Coefficient : 2.

Durée : 1 heure.

ANNEE 1987.

Le candidat traite à son choix soit le sujet de mathématiques soit le sujet de sciences naturelles.

I. SUJET DE MATHÉMATIQUES (le candidat traitera les 4 questions).

(Il sera tenu compte de la présentation du devoir dans la notation globale de la copie.)

1° Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos^6 x + \sin^6 x) dx$.

On pourra partir de la relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

2° a) Soit $f : x \mapsto \frac{1}{x^2}$. En utilisant l'inégalité des accroissements finis sur $[p, p+1]$, avec $p \in \mathbb{N}^*$,

montrer que l'on a : $\frac{2}{(p+1)^3} \leq f(p) - f(p+1) \leq \frac{2}{p^3}$

b) En déduire : $\frac{1}{2} - \frac{1}{2n^2} < \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{1}{2n^2}$, pour $n \geq 2$;

et montrer que : $u_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k^3}$ est le terme général d'une suite convergente.

On ne cherchera pas à calculer explicitement la limite de cette suite.

3° a) Déterminer géométriquement l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe z tels que :

$$|z - 3 - 2i| = |z - 7 + 2i|.$$

b) Définir la transformation f, qui à M d'affixe z, associe M' d'affixe z' telle que : $z' = (1 + i\sqrt{3})z - 5i\sqrt{3}$, et donner ses éléments caractéristiques.

Préciser l'image D' de l'ensemble D trouvé au a) par la transformation f.

4° Dans le plan on considère un carré ABCD tel que $\vec{AB} = \vec{DC}$, et on appelle I et J les milieux respectifs de [BC] et [AD].

a) Déterminer et construire le barycentre G de A (1), B (— 3), C (— 3) et D (1).

b) Trouver l'ensemble des points M du plan tels que :

$\vec{MA}^2 - 3\vec{MA} \cdot \vec{MB} - 3\vec{MA} \cdot \vec{MC} + \vec{MA} \cdot \vec{MD} = 0$. Construire cet ensemble sur la figure.

Nota : Les candidats sont autorisés à utiliser des règles à calcul, des tables numériques et des calculatrices de poche à entrée unique par clavier, y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante. Afin de prévenir les risques de fraude, l'échange des calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit, de même que l'usage des notices fournies par les constructeurs.

II. SUJET DE SCIENCES NATURELLES (le candidat traitera les 2 questions).

(Il sera tenu compte de la présentation du devoir dans la notation globale de la copie.)

Question I :

Définissez très précisément en quelques lignes (2 ou 3 lignes maximum) les termes suivants : protéine, neurotransmetteur, gène, homéostasie, carte factorielle.

Question II :

On mesure la concentration en ions Na^+ et K^+ à l'intérieur des hématies et dans le plasma.

1^{er} cas : Dans des conditions normales (plasma 37 °C contenant 1 g de glucose par litre), les résultats sont les suivants :

Tableau 1 :

mM.l^{-1} : millimoles
par litre

	Na^+	K^+
Hématies	12 mM.l^{-1}	155 mM.l^{-1}
Plasma	145 mM.l^{-1}	5 mM.l^{-1}

2^e cas : Si on place des hématies dans du plasma à 37 °C sans glucose, les concentrations évaluées au bout d'une heure sont consignées dans le tableau 2.

Tableau 2 :

	Na^+	K^+
Hématies	115 mM.l^{-1}	15 mM.l^{-1}
Plasma	145 mM.l^{-1}	5 mM.l^{-1}