

# Concours EETAA session 2012.

Durée de l'épreuve 2 heures.

## I Exercice.

(6 points)

Vous ferez apparaître les étapes des calculs sur votre copie.  
Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Soit  $x$  un nombre réel. Factoriser l'expression suivante :

$$A = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 4) + 2x + 3$$

2.  $a$  est un réel non nul et différent de  $(-1)$ . Simplifiez l'expression suivante :

$$B = \frac{a - \frac{1}{a}}{1 + \frac{1}{a}}$$

3.  $y$  est un nombre réel tel que :  $2,3 < y < 2,4$ .

En déduire un encadrement de  $5 + 2y$ .

4. Simplifier l'écriture des réels suivants :

$$C = (\sqrt{3} - 2)^2 - (\sqrt{3} + 2)^2$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{3} - 2} - \frac{1}{\sqrt{3} + 2}$$

## II Exercice.

(5 points)

Pour chaque question, une seule des cinq réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Chaque réponse exacte rapporte un point. Aucune justification n'est demandée.

Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Les cinq questions sont indépendantes.

**Question 1.**

$ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  tel que  $AB = 5$  cm et  $BC = 7$  cm.

La distance  $AC$  est égale à :

$$AC = 2 \text{ cm}$$

$$AC = 4,9 \text{ cm}$$

$$AC = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$AC = \sqrt{23} \text{ cm}$$

$$AC = 4,8 \text{ cm}$$

**Question 2.**

Dans un repère du plan, la droite  $(D)$  passe par les points  $A(1;1)$  et  $B(2;-1)$ .

L'équation de la droite  $(D)$  est

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$y = -2x + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = -2x - \frac{3}{2}$$

**Question 3.**

Dans un repère du plan, on considère la droite  $(D_1)$  d'équation  $y = -5x + 1$ .

Soit le point  $C(a; a + 2)$  où  $a$  est un réel.

La valeur de  $a$  pour que la droite passe par le point  $C$  est :

$$a = -\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{1}{5}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$a = \frac{1}{6}$$

**Question 4.**

L'ensemble  $S$  des solutions de l'inéquation  $-3x + 5 < 3$  est :

$$S = ]-\infty; \frac{2}{3}[$$

$$S = ]-\infty; -\frac{1}{5}[$$

$$S = ]-\frac{2}{3}; +\infty[$$

$$S = ]\frac{2}{3}; +\infty[$$

$$S = ]-\frac{1}{5}; +\infty[$$

**Question 5.**

Les notes à l'épreuve de mathématiques d'un concours se sont réparties de la manière suivante :

|          |    |    |    |    |    |     |     |     |
|----------|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| Note     | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8   | 9   | 10  |
| Effectif | 13 | 22 | 32 | 83 | 90 | 127 | 120 | 110 |

|          |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Note     | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Effectif | 70 | 95 | 28 | 72 | 49 | 25 | 24 | 11 |

On note  $Me$  la médiane de cette série statistique. La valeur de  $Me$  est :

$$Me = 11$$

$$Me = 10$$

$$Me = 9$$

$$Me = 8$$

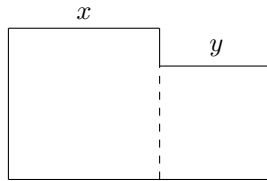
$$Me = 7$$

**III Exercice.****(9 points)**

On considère la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  par :  $f(x) = 5x^2 - 44x + 96$ .

- (a) Développer l'expression  $(x - 4)(5x - 24)$ .
- (b) Résoudre ensuite l'équation  $f(x) = 0$ .

2. (a) Vérifier que, pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = 5 \left( x - \frac{22}{5} \right)^2 - \frac{4}{5}$ .
- (b) Quelle est la valeur minimale prise par  $f(x)$ ? Et pour quelle valeur de  $x$ ?
- (c) Résoudre l'équation  $f(x) = -1$ .
- (d) En utilisant  $f(x) = 5 \left( x - \frac{22}{5} \right)^2 - \frac{4}{5}$ , résoudre l'équation  $f(x) = \frac{12}{5}$ .
3. Soient deux carrés de côtés  $x$  et  $y$  tels que  $x > y$ , disposés comme l'indique la figure :



On sait que :

- La somme des aires de ces carrés est égale à 25.
- Le périmètre de la figure formée est égale à 22.

- (a) Montrer que les deux équations précédentes conduisent au système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

- (b) Montrer que le système précédent conduit à l'équation en  $x$  :  $5x^2 - 44x + 96 = 0$ .
- (c) Trouver alors les longueurs des côtés des deux carrés. Combien y a-t-il de figures possibles?