

# Épreuve de mathématiques CRPE 2026 groupe 3.

Lien vers le corrigé seul : [pdf](#).

Lien vers le sujet seul : [pdf](#).

Durée : 3 heures.

## Exercice 1. (3 points)

La feuille de calcul suivante construite à l'aide d'un tableur présente le tableau des médailles des épreuves de natation sportive des Jeux Olympiques de Paris 2024. Dans ce tableau les pays sont classés selon le nombre de médailles d'or remportées.

	A	B	C	D	E	F	G
	Classement	Pays	Or	Argent	Bronze	Total	Pourcentage de médailles d'or par délégation
1							
2	1.	ÉTATS-UNIS	8	13	7	28	
3	2.	AUSTRALIE	7	8	3	18	
4	3.	FRANCE	4	1	2	7	
5	4.	CANADA	3	2	3	8	
6	5.	CHINE	2	3	7	12	
7	6.	ITALIE	2	1	2	5	
8	7.	HONGRIE	2	1	0	3	
9	8.	SUÈDE	2	0	0	2	
10	9.	GRANDE-BRETAGNE	1	4	0	5	
11	10.	AFRIQUE DU SUD	1	1	0	2	
12	11.	IRLANDE	1	0	2	3	
13	12.	ALLEMAGNE	1	0	1	2	
14	12.	ROUMANIE	1	0	1	2	
15	14.	GRÈCE	0	1	0	1	
16	14.	JAPON	0	1	0	1	
17	16.	HONG KONG	0	0	2	2	
18	16.	PAYS-BAS	0	0	2	2	
19	18.	CORÉE DU SUD	0	0	1	1	
20	18.	SUISSE	0	0	1	1	
21		<b>Total</b>	35	36	34	105	

Source : <https://olympics.com/fr/paris-2024/medailles/natation>

- On remarque que plus de la moitié des médailles remportées en natation sportive par la délégation française sont en or. Quels sont les autres pays dont le nombre de médailles d'or représente strictement plus de la moitié du nombre de médailles remportées en natation sportive ?

$$2 > \frac{3}{2} \text{ et } 2 > \frac{2}{2} \text{ donc}$$

les autres pays ayant gagnés plus de la moitié de leur médailles en or sont la Hongrie et la Suède.

2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule G2 et recopier vers le bas jusqu'à la cellule G20 pour calculer le pourcentage de médailles d'or parmi celles remportées dans chaque délégation ?

Si la cellule G2 est déjà au format pourcentage :

$$= C2/F2$$

sinon =  $C2/F2 * 100$ .

3. Calculer la proportion de médailles gagnées par les États-Unis par rapport au nombre total de médailles remportées en natation sportive. On exprimera le résultat en pourcentage sous la forme  $p$  %. On arrondira  $p$  au dixième.

$$p = \frac{28}{105} = 0,2666\dots$$

$$p \approx 26,7 \%$$

4. Un journaliste australien décide de mettre en lumière un des médaillés de son pays, en réalisant une interview de l'un d'eux choisi au hasard. Quelle est la probabilité pour que le sportif interviewé ait remporté une médaille d'argent ? On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

On modélise ce choix d'un nageur au hasard par une équiprobabilité et donc

la probabilité qu'il ait obtenu une médaille d'argent est :  $\frac{7}{18}$ .

$\frac{7}{18}$  est bien irréductible car 7 est premier et 7 ne divise pas 18.

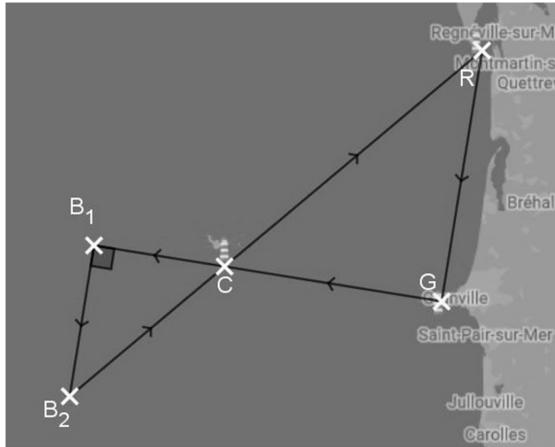
5. Le journaliste affirme que les nageurs américains ont remporté plus d'un quart de l'ensemble des médailles d'or des épreuves de natation sportive des Jeux Olympiques. A-t-il raison ?

La proportion de médaille d'or remportées par les EUA est  $\frac{8}{35} \approx 0,22857 \approx 22,86 \% < 25 \%$  donc

les EUA n'ont pas emportés plus d'un quart des médailles.

## Exercice 2. (6 points)

Une régata est organisée au large des îles Chausey dans la Manche et est modélisée par la figure ci-dessous.



Les points  $C$ ,  $G$  et  $R$  représentent respectivement les phares des îles Chausey, de Granville et de Regnéville.

Les deux bouées représentées par les points  $B_1$  et  $B_2$  sont placées de sorte que

- le triangle  $CB_1B_2$  soit rectangle en  $B_1$ ,
- les points  $G$ ,  $C$ ,  $B_1$  soient alignés,
- les points  $R$ ,  $C$ ,  $B_2$  soient alignés.

À vol d'oiseau, il y a 20 km entre les phares de Granville et de Regnéville, 15 km entre les phares des îles Chausey et de Granville, 25 km entre les phares des îles Chausey et de Regnéville. Les deux bouées sont distantes de 12 km.

### Partie A.

1. Montrer que le triangle  $RG C$  est un triangle rectangle.

$RG^2 + GC^2 = 15^2 + 20^2 = 625$  et  $RC^2 = 25^2 = 625$  donc  $RG^2 + GC^2 = RC^2$  et, d'après la réciproque du théorème de Pythagore

$RG C$  est rectangle en  $G$ .

La régata débute et se termine au phare de Granville. Elle suit la ligne brisée  $GCB_1B_2CRG$  dans le sens des flèches indiquées sur la figure.

2. Démontrer que la longueur du parcours de la régata est égale à 96 km.

On remarque une configuration de Thalès en papillon de plus ( $B_1B_2$ ) et ( $RG$ ) sont parallèles puisque toutes deux perpendiculaires à ( $GB_1$ ). On en déduit, d'après le théorème de Thalès :  $\frac{B_1B_2}{RG} = \frac{B_1C}{CG} = \frac{B_2C}{RC}$ . Ainsi d'une

part :  $\frac{12}{20} = \frac{B_1C}{15}$  et donc  $B_1C = 15 \frac{12}{20} = 9$ ; d'autre part  $\frac{12}{20} = \frac{B_2C}{25}$  et donc  $B_2C = 25 \times \frac{12}{20} = 15$ .

On en déduit la longueur totale du parcours :  $GC + CB_1 + B_1B_2 + B_2C + CR + RG = 15 + 9 + 12 + 15 + 20 + 25 = 96$ .

La longueur du parcours est de 96 km.

3. Calculer la distance en cm, arrondie au mm, entre les points  $R$  et  $G$  sur un plan à l'échelle  $\frac{1}{150\,000}$ .

La distance à l'échelle est :  $\frac{1}{150\,000} \times 20 \text{ km} = \frac{1}{150\,000} \times 20 \times 100\,000 \text{ cm} = 13,333\dots \text{ cm}$ . En arrondissant au millimètres

la distance sur la carte sera de 13,3 cm.

## Partie B.

Trois bateaux débutent la régates en même temps à 8h30. On considère que les bateaux suivent des trajectoires rectilignes entre chaque bouée. Voici les informations recueillies pour les trois bateaux :

Bateau A	Bateau B	Bateau C
Heure d'arrivée : 14h54	Vitesse moyenne de 3,9 m/s	Vitesse moyenne de 14,5 km/h.

1. Calculer la vitesse moyenne du bateau A en km/h.

La vitesse moyenne du bateau A est :  $v_A = \frac{96 \text{ km}}{14\text{h}54\text{min} - 8\text{h}30\text{min}} = \frac{96 \text{ km}}{6\text{h}24\text{min}} = \frac{96}{6 + \frac{24}{60}} \text{ km/h}$ .

$v_A = 15 \text{ km/h}$ .

2. Déterminer le classement final.

Vitesse du bateau B :  $v_B = 3,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,9 \times \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 14,04 \text{ km/h}$ .

Les bateaux ayant tous parcourus la même distance il suffit de comparer leurs vitesses pour connaître le gagnant.

Le bateau A est le gagnant suivi du C.

3. Quelle est l'heure d'arrivée du bateau B, en heures et en minutes ? On arrondira le résultat à la minute.

La durée de la course du bateau B est :  $\frac{96}{14,04} \text{ h} = 6 + \frac{11,76}{14,04} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{11,76}{14,04} \times 60 \text{ min} \approx 6 \text{ h} + 50,25 \text{ min}$ .

Puisqu'il est parti à 8h30 son heures d'arrivée est :  $8 \text{ h} + 30 \text{ min} + 6 \text{ h} + 50,25 \text{ min} = 15 \text{ h} + 20,25 \text{ min}$ .

Le bateau B est arrivé à 15h20.

### Partie C.

La durée écoulée entre deux signaux consécutifs est de 12 secondes pour le phare de Granville et de 18 secondes pour le phare des îles Chausey.

À 8h30, les phares de Granville et des îles Chausey ont émis au même instant un signal lumineux.

Quelle est la durée minimale nécessaire pour que les deux signaux lumineux soient de nouveau émis simultanément ?

$12 = 2^2 \times 3$  et  $18 = 2 \times 3^2$  donc le plus petit commun multiple est  $2^2 \times 3^2 = 36$ .

Les signaux seront simultanés au bout de 36 secondes.

### Exercice 3. (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer en justifiant si elle est vraie ou fausse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1.  $A$ ,  $M$  et  $B$  sont trois points du plan.

**Affirmation 1** : si  $AM = MB$  alors  $M$  est le milieu de  $[AB]$ .

Si  $AM = MB$  alors  $AMB$  est un triangle isocèle mais rien ne garanti que les points soient alignés et donc, a fortiori, que  $M$  soit le milieu de  $[AB]$ .

L'affirmation 1 est fausse.

2. Léa dispose d'un jeu composé de 32 cartes réparties en quatre familles : Trèfle ; Pique ; Cœur ; Carreau. Chaque famille comprend huit cartes : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; Valet ; Dame ; Roi ; As.

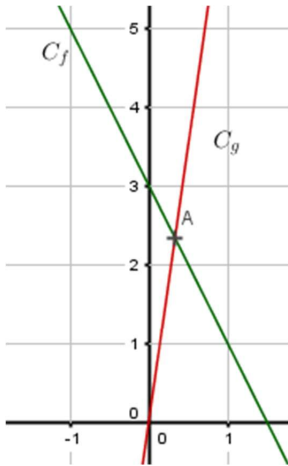
On tire une carte au hasard dans ce jeu.

**Affirmation 2** : la probabilité de l'événement « la carte est un Valet ou un Cœur » est  $\frac{3}{8}$ .

$\frac{32}{4} = 8$  cartes sont des cœurs. Parmi ces cœurs il y a un valet. En ajoutant les trois valets des autres couleurs on obtient  $8 + 3 = 11$  cartes. La probabilité de l'événement est donc  $\frac{11}{32}$  (qui est une fraction irréductible comme  $\frac{3}{8}$ ).

L'affirmation 2 est fausse.

3. Dans le repère orthonormal ci-contre, le point  $A$  est le point d'intersection des droites  $C_f$  et  $C_g$  représentant les fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement, pour tout réel  $x$ , par :  $f(x) = -2x + 3$  et  $g(x) = 7x$ .



**Affirmation 3** : la valeur exacte de l'ordonnée du point  $A$  est  $\frac{7}{3}$ .

Commençons par déterminer l'abscisse de  $A$  :  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -2x + 3 = 7x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ .

D'où son ordonnée :  $g\left(\frac{1}{3}\right) = 7 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ .

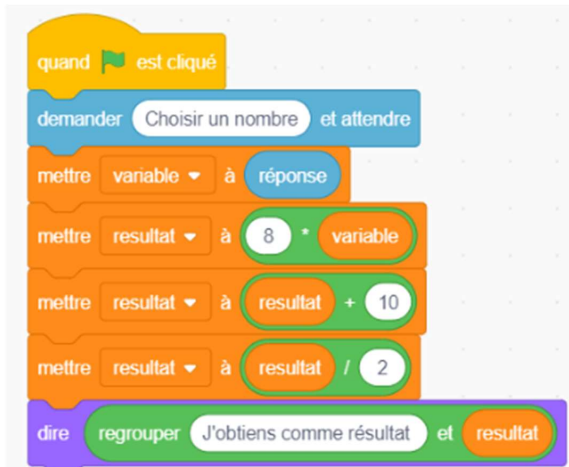
L'affirmation 3 est vraie.

4. **Affirmation 4** : le carré d'un nombre entier impair est un nombre entier impair.

Considérons un nombre impair  $2n+1$  avec  $n$  un entier quelconque.  $(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1$  et comme  $2n^2 + 2n$  est un entier  $(2n+1)^2$  est bien impair.

L'affirmation 4 est vraie.

5. Après exécution du programme ci-dessous, on obtient 8.



**Affirmation 5** : le nombre rentré au départ pour obtenir ce résultat est décimal.

Si on applique ce programme à un nombre  $x$  on obtient :  $\frac{8x+10}{2}$ .

Si le résultat est 8 c'est que :  $\frac{8x+10}{2} = 8 \Leftrightarrow x = \frac{6}{8} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 0,75$ .

L'affirmation 5 est vraie.

### Exercice 4. (7 points)

Une école organise un rallye vélo caritatif au profit d'une association. Tous les élèves sont équipés d'un vélo avec des roues de 26 pouces de diamètre.

#### Partie A.

1. Sachant qu'1 pouce est égal à 2,54 cm, calculer la valeur exacte en centimètre du diamètre d'une roue de vélo.

Par proportionnalité :  $26 \times 2,54 \text{ cm} = 66,04 \text{ cm}$ .

Une roue a un diamètre de 66,04 cm.

2. Un élève dispose d'un compteur affichant le nombre de tours de roue effectués lors de son parcours.

Ce dernier indique 6 124 tours de roue durant le rallye. Quelle distance en kilomètre l'élève a-t-il parcourue ? On donnera la valeur arrondie au dixième de kilomètre.

Lors d'un tour de roue la distance parcourue égale la longueur du cercle :  $66,04 \text{ cm} \times \pi$ . Puisque 6124 tours ont été effectués la distance parcourue est :  $6124 \times 66,04 \times \pi \text{ cm} \approx 1270551,049 \text{ cm} \approx 12,705 \text{ km}$ .

La distance parcourue est 12,7 km.

### Partie B.

Le rallye est parrainé par des sponsors qui promettent de verser un don de 1,25 € par kilomètre parcouru.

Les enseignants relèvent les distances parcourues lors du rallye, notées dans le tableau suivant :

Distance parcourue (km)	9	11	12	15
Effectif	126	120	140	34

1. Calculer la somme d'argent que l'école remportera si les promesses de dons se concrétisent.

La somme récoltée sera :  $(126 \times 9 + 120 \times 11 + 140 \times 12 + 34 \times 15) \times 1,25 = 4644 \times 1,25 = 5805$ .

Il peuvent espérer récolter 5805 €.

2. Un enseignant affirme que moins de deux cinquièmes des élèves ont parcouru 12 kilomètres ou plus. L'affirmation est-elle vraie ? Justifier.

Nombre d'élèves concernés :  $140 + 34$ . Proportion que cela représente :  $\frac{140+34}{126+120+140+34} \approx 0,4142857142857143$ . Or  $\frac{2}{5} = 0,4$  donc

l'affirmation est fausse.

3. Quelle est, en kilomètre, la distance moyenne parcourue par un élève de l'école? On donnera une valeur arrondie au centième de kilomètre.

La distance moyenne est :  $\frac{4644}{126+120+140+34} \approx 11,0571$ .

Distance moyenne pour un élèves : 11,06 km.

4. Donner, en kilomètre, la distance médiane parcourue par les élèves de l'école.

$\frac{126+120+140+24}{2} = 210$  et  $126 + 120 = 246$  donc la médiane, qui est la moyenne des 210 et 211-ièmes valeurs, est  $\frac{11+11}{2} = 11$ .

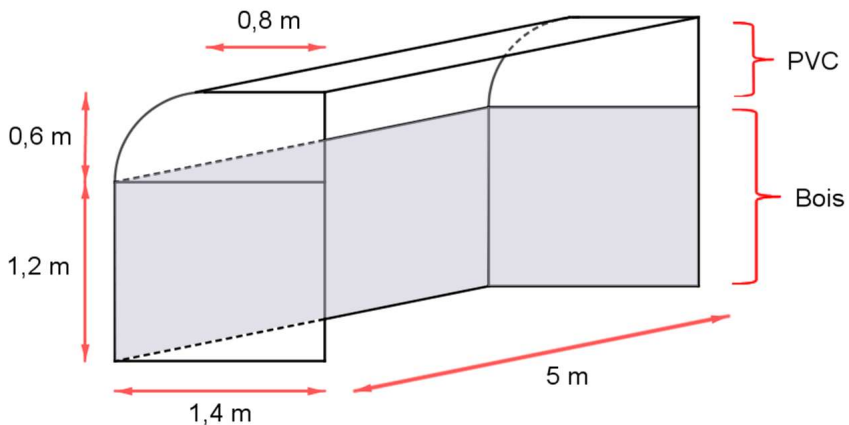
La distance médiane est 11 km.

### Partie C.

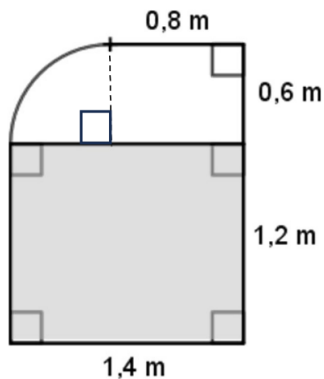
L'école souhaite construire un abri à vélos. La partie inférieure sera un assemblage de trois panneaux rectangulaires en bois. Les deux panneaux latéraux en bois auront les mêmes dimensions. La partie supérieure sera fabriquée en plastique.

L'agent technique a réalisé le schéma suivant :

**Vue en perspective :**



Vue de côté :



1. Calculer l'aire de la surface de bois à acheter en  $\text{m}^2$ .

Aire de la surface en bois en  $\text{m}^2$  :  $2 \times 1,4 \times 1,2 + 1,2 \times 5 = 9,36$ .

9,36  $\text{m}^2$  de bois.

2. Sur la vue de côté, la partie supérieure peut être décomposée en un rectangle de dimensions 0,8 m et 0,6 m, ainsi que d'un quart de disque de rayon 0,6 m. En négligeant l'épaisseur des matériaux, montrer que le volume intérieur de l'abri, arrondi à l'unité, est égal à  $12 \text{ m}^3$ .

Volume de l'ensemble :  $\left(1,4 \times 1,2 + 0,6 \times 0,8 + \frac{1}{4} \times \pi 0,6^2\right) \times 5 \approx 12,21371$ .

Le volume est environ de  $12 \text{ m}^3$ .