Épreuve de mathématiques CRPE 2026 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

Durée : 3 heures.

Exercice 1. (7,5 points)

Lors d'un conseil d'école, la communauté éducative décide de revoir l'aménagement de la cour et de sensibiliser les élèves au développement durable en mettant en place des espaces végétalisés au sein de l'école.

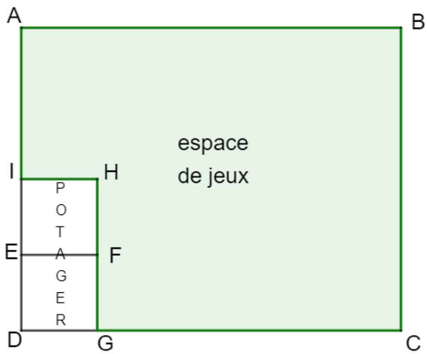
Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A.

La cour d'école est représentée ci-contre par le rectangle $ABCD$. Elle est composée de deux parties : l'une dédiée à un espace de jeux représenté par le polygone $ABCGHI$ et l'autre à un potager représenté par le rectangle $IHGD$ composé de deux carrés identiques $EFGD$ et $IHFE$.

On donne $AI = 4$ m et $GC = 10$ m et on note x la longueur EI en mètre.

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle



1. Vérifier que l'expression développée et réduite de l'aire de l'espace de jeux en fonction du nombre x est : $24x + 40$.

   Exprimons l'aire $\mathscr{A}$ de l'aire de jeux.

   $\mathscr{A} = \mathscr{A}(ABCGHI) = \mathscr{A}(ABCD) - \mathscr{A}(IHGD)$.
   Or : $\mathscr{A}(ABCD) = AD \times DC = (AI + IE + ED)(DG + GC) = (4 + x + x)(x + 10) = (4 + 2x)(x + 10) = 4 \times x + 4 \times 10 + 2x \times x + 2x \times 10 = 4x + 40 + 2x^2 + 20x =$

$2x^2 + 24x + 40$ et $\mathscr{A}(IHGD) = ID \times DG = (IE + ED)x = (x + x)x = 2x^2$ donc $\mathscr{A} = 2x^2 + 24x + 40 - 2x^2$.

$$\boxed{\mathscr{A} = 24x + 40.}$$

2. On suppose que l'aire de l'espace de jeux est égale à 94 m^2.

   (a) Calculer la valeur de x exprimée en mètre.

   Dire que l'aire de eux est de 94 m^2 équivaut à dire $\mathscr{A} = 94$ et donc d'après la question précédente : $24x + 40 = 94$.
   Résolvons $24x + 40 = 94$.

$$\begin{aligned} 24x + 40 = 94 &\iff 24x + 40 - 40 = 94 - 40 \\ &\iff 24x = 54 \\ &\iff \frac{24x}{24} = \frac{54}{24} \end{aligned}$$

$$\boxed{x = 2{,}25.}$$

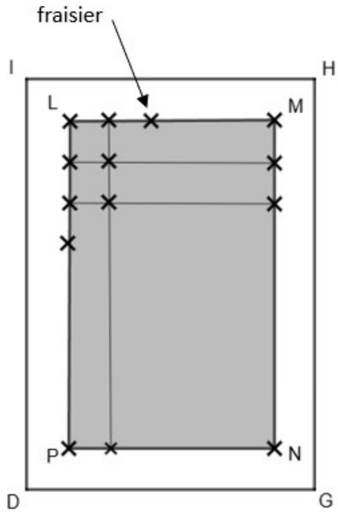
   (b) En déduire l'aire totale du rectangle $ABCD$ en m^2.

   À la question 1 nous avons établi que $\mathscr{A}(ABCD) = 2x^2 + 24x + 40$.
   Calculons $2x^2 + 24x + 40$ lorsque $x = 2{,}25$.

   Si $x = 2{,}25$ alors $2x^2 + 24x + 40 = 2 \times 2{,}25^2 + 24 \times 2{,}25 + 40 = 104{,}125$.

$$\boxed{\text{L'aire de } ABCD \text{ est } 104{,}125 \text{ m}^2.}$$

3. Des élèves de CE2 souhaitent planter des fraisiers sur toute la surface représentée par le rectangle $LMNP$ située à l'intérieur du potager. Les fraisiers sont d'abord plantés aux quatre sommets L, M, N et P puis suivant un maillage carré comme initié sur le schéma ci-dessous.



On donne $LM = 185$ cm et $LP = 444$ cm.
Afin de faciliter le travail de plantation entre deux plants de fraisiers, l'enseignant souhaite construire une règle en bois d'une longueur entière de centimètre qui servira de gabarit. Cette règle aura une longueur supérieure à 10 cm.

(a) Montrer que la longueur de cette règle doit être de 37 cm afin de respecter une distance égale entre chaque fraisier.

Si n désigne la longueur (entière) en centimètre de la règle en bois alors on doit avoir $pn = 185$ et $qn = 444$ où p et q sont des nombres entiers. Autrement dit n est un diviseur commun de 185 et de 444. Il est raisonnable d'envisager de planter un maximum de salades et donc que l'espace entre deux salades soit le plus petit possible (mais pas 1 puisqu'il faut supérieur à 10).
Déterminons le PPCM de 185 et de 144.

$185 = 5 \times 37$ et $444 = 2 \times 2 \times 3 \times 37$ donc le PPCM de 185 et 444 est 37.

La règle doit mesurer 37 cm.

(b) En déduire le nombre de fraisiers que les élèves pourront planter.

Déterminons le nombre de fraisier à planter.

$185 = 5 \times 37$ donc on pourra reporter 5 fois la règle dans le sens de la largeur et ainsi planter 6 fraisiers sur une largeur.

$444 = 12 \times 37$ donc on pourra planter 13 fraisiers dans le sens de la longueur.

Enfin le nombre total de fraisiers plantés est 6×13.

Les élèves pourront planter 78 fraisiers.

Partie B.

1. Le prix d'achat du plant de fraisier a subi une première augmentation de 2 % puis une seconde augmentation de 3 %.

   (a) Calculer le pourcentage d'augmentation globale après ces deux augmentations successives du prix du plant de fraisier. Donner le résultat exact sous la forme p %.

   Calculons le pourcentage d'augmentation globale.

   Une augmentation de 2 % correspond un coefficient multiplicateur de $CM_1 = 1 + t = 1 + \frac{2}{100} = 1{,}02$. De même une augmentation de 3 % correspond à un coefficient multiplicateur de $CM_2 = 1{,}03$.

   Nous en déduisons le coefficient multiplicateur global $CM_g = CM_1 \times CM_2 = 1{,}02 \times 1{,}03 = 1{,}0506$. Ce coefficient multiplicateur correspond à une augmentation exprimée en pourcentage par : $(1{,}0506 - 1) \times 100 = 5{,}06$.

   L'augmentation globale est de 5,06 %.

   (b) Sachant que le prix initial du plant de fraisier était de 1,20 €, calculer le prix après ces deux augmentations. Arrondir le résultat au centime d'euro.

   Calculons le prix final P_f du fraisier après les deux augmentations.

   Le plus simple est d'utiliser le coefficient multiplicateur global : $P_f = 1{,}0506 \times 1{,}20 = 1{,}26072$.

   $P_f \approx 1{,}26$ €.

2. Une estimation est réalisée sur la récolte de fraises à venir. Un neuvième de la masse des fraises ne pourra pas être consommé. Parmi les fraises restantes, un quart de la masse des fraises servira à la confection de confiture.

(a) Calculer la proportion de fraises consacrée à la confection de confiture. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Déterminons la proportion de la masse de fraises utilisées pour la confiture.

Un neuvième de la masse des fraises ne pourra pas être consommé donc 8 neuvième, $\frac{8}{9}$, pourront l'être.
Puisque un quart de ces fraises sont utilisées pour les confiture cela représente une proportion de $\frac{1}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{9} = \frac{2}{3\times 3}$.

Deux neuvième de la masse des fraises sera utilisée pour confectionner de la confiture.

(b) On suppose que 3 kilogrammes de fraises sont consacrés à la confection de confiture. Calculer la masse de la récolte initiale de fraise en kilogramme.

Notons M la masse totale de la récolte. D'après la question précédente, les 3 kg correspondent à $\frac{2}{9}$ de la masse totale.
Déterminons M sachant que $\frac{2}{9} \times M = 3$.

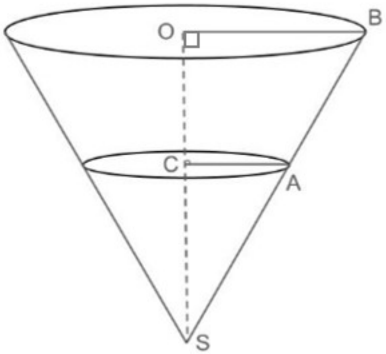
$$\begin{aligned}\frac{2}{9}M = 3 &\Leftrightarrow \frac{9}{2}\times\frac{2}{9}M = \frac{9}{2}\times 3\\ &\Leftrightarrow M = \frac{27}{2}\end{aligned}$$

La masse totale initiale est de 13,5 kg.

Partie C.

Pour donner suite à un travail effectué lors de la semaine du goût, les enseignants de CP d'une école souhaitent faire de la confiture de fraises avec leurs élèves. Pour la cuisson des fraises, ils utilisent une grande bassine en cuivre.

On a représenté ci-dessous la bassine de confiture sous la forme d'un grand cône de sommet S et de base le disque de rayon $[OB]$ auquel on retire le petit cône de sommet S et de base le disque de rayon $[AC]$.



On suppose que la droite (OB) est perpendiculaire à la droite (OS) et que la droite (OB) est parallèle à la droite (AC). Le diamètre du grand cône a pour longueur 84 cm. On donne $OC = 22$ cm et $CA = 18{,}9$ cm.

1. Montrer que la longueur OS est égale à 40 cm.

   Déterminons OS.

   Les points S, C, O d'une part et S, A, B d'autre part sont alignés dans cet ordre. Autrement dit on a une configuration de Thalès.
   De plus $(AC) \parallel (BO)$ donc, d'après le théorème de Thalès : $\frac{SC}{OS} = \frac{CA}{BO}$. Cette dernière égalité équivaut successivement à :

$$\begin{aligned}
\frac{OS - OC}{OS} &= \frac{18{,}9}{\frac{84}{2}} \\
\frac{OS - 22}{OS} &= \frac{18{,}9}{42} \\
(OS - 22) \times 42 &= OS \times 18{,}9 \\
42 \times OS - 22 \times 42 &= 18{,}9 \times OS \\
42 \times OS - 924 - 42 \times OS &= 18{,}9 \times 0S - 42 \times OS \\
-924 &= -23{,}1 \times OS \\
\frac{-924}{-23{,}1} &= \frac{-23{,}1 \times OS}{-23{,}1} \\
40 &= OS
\end{aligned}$$

$$\boxed{OS = 40 \text{ cm.}}$$

2. Calculer la valeur exacte du volume du grand cône en cm^3.

On rappelle que le volume d'un cône est donné par la formule : $\dfrac{\textit{aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3}$.

Calculons le volume, $\mathscr{V}_1$, du grand cône.

$\mathscr{V}_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times OS = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{84}{2}\right)^2 \times 40 = 23520\pi.$

$$\boxed{\mathscr{V}_1 = 23520\pi \text{ cm}^3.}$$

3. Calculer la valeur du volume de la bassine de confiture arrondie au cm^3. On donnera la valeur approchée en litre, arrondie au centilitre.

Calculons le volume $\mathscr{V}_2$ de la bassine.

Le volume du petit cône est $\mathscr{V}_3 = \frac{1}{3} \times \pi \times CA^2 \times SC = \frac{1}{3} \times \pi \times 18{,}9^2 \times (40-22) = 2143{,}26\pi$.

On en déduit le volume de la bassine : $\mathscr{V}_2 = \mathscr{V}_1 - \mathscr{V}_3 = 23520\pi - 2143{,}26\pi = 21376{,}74\pi \approx 67157{,}009$ en tronquant au millième.

$$\boxed{\mathscr{V}_2 \approx 67157 \text{ cm}^3.}$$

$1\ \ell = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ donc $\mathscr{V}_2 \approx 67{,}157\ \ell$ et en arrondissant au centilitre :

$$\boxed{\mathscr{V}_2 \approx 67{,}16\ \ell.}$$

Exercice 2. (3,5 points)

Une équipe d'enseignants de cycle 3 utilise un tableur pour garder en mémoire les performances des élèves, pour la pratique de la course longue autour d'un stade. Voici la feuille récapitulative des courses effectuées par un élève :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	date	durée de course (minutes et secondes)		durée de course (secondes)	nombre de tours	distance (mètres)	vitesse moyenne (m/s)	vitesse moyenne (km/h)
2		minutes	secondes					
3	02-oct	4	30	270	3	600		
4	04-oct	5	32		4	800		
5	09-oct	6	13		5	1000		
6	11-oct	8	0		6	1200		

1. Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule `D3` puis étirée vers le bas pour effectuer automatiquement le calcul de la durée de course en secondes ?

   En `D3` :

   = `B3` + `C3`

2. (a) Calculer la valeur de la cellule `G3` arrondie au centième.

   Calculons la valeur affichée en `G3`.

   $\frac{600 \text{ m}}{270 \text{ s}} = \frac{600}{270} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}222\ldots$ m/s.

   2,22 est affiché en `G3`.

   (b) Calculer la valeur exacte de la cellule `H3`.

   Calculons la valeur en `H3`.

   $600 \text{ m} = \frac{600}{1000} \text{ km} = 0{,}6 \text{ km}$ et $4 \text{ min} + 30 \text{ s} = 4{,}5 \text{ min} = \frac{4{,}5}{60} \text{ h} = 0{,}075 \text{ h}$ donc la vitesse est : $\frac{0{,}6 \text{ km}}{0{,}075 \text{ h}} = \frac{0{,}6}{0{,}075} \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

   8 est affiché en `H3`.

3. Un autre élève a effectué 8 tours à une vitesse moyenne de 9,8 km/h.
   Calculer la durée de la course réalisée par l'élève en l'exprimant en minute seconde arrondie à la seconde.

   Calculons la durée t de la course.

   Vitesse de course : $v = 9{,}8 \text{ km/h} = \frac{9{,}8 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{9800 \text{ m}}{60 \text{ min}} = \frac{9800}{60} \frac{\text{m}}{\text{min}} = 163{,}333\ldots \text{m/min}$.
   Longueur d'un tour : $\frac{600 \text{ m}}{3} = 200$ m.
   Longueur de 8 tours : $d = 8 \times 200 \text{ m} = 1600$ m.
   Temps mis pour faire la cours : $t = \frac{d}{v} = \frac{1600 \text{ m}}{\frac{9800}{60} \frac{\text{m}}{\text{min}}} = \frac{1600 \times 60}{9800} \text{ s} \approx 9{,}795918 \text{ min} =$
   $9 \text{ min} + \frac{0{,}795018}{\times} 60 \text{ s} \approx 9 \text{ min} + 47{,}75$ s.

   $t \approx 9 \text{ min} + 48$ s.

4. Le 11 octobre, dernier jour de l'entraînement, les enseignants ont relevé les vitesses moyennes, arrondies au centième, de chaque élève de cycle 3 dans ce tableau.

Vitesse (m/s)	2,35	2,4	2,43	2,5	2,54	2,67	2,78	2,9
Effectif	2	5	8	12	13	10	7	3

(a) Calculer la vitesse moyenne en m/s réalisée par un élève de cycle 3 en précisant le calcul effectué.

Calculons la vitesse moyenne, v_m, d'un élève.

La moyenne s'obtient comme la somme de toutes les vitesses obtenues divisées par le nombre d'élèves :
$v_m = \frac{2\times2{,}35+5\times2{,}4+8\times2{,}43+12\times2{,}5+13\times2{,}54+10\times2{,}67+7\times2{,}78+3\times2{,}9}{2+5+8+12+13+10+7+3} = 2{,}566999\ldots$

La vitesse moyenne d'un élève est de 2,57 ms.

(b) Déterminer la médiane et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Déterminons la médiane de la série.

Effectif total : $2 + 5 + 8 + 12 + 13 + 10 + 7 + 3 = 60$.
Effectifs cumulés : $2 + 5 + 8 + 12 = 27 = et = 2 + 5 + 8 + 12 + 13 = 40$.
Ainsi

la médiane de la série est 2,54. Autrement dit la moitié des élèves ont une vitesse inférieure à 2,54 m/s.

Exercice 3. (3,5 points)

Lors de séquences de mathématiques, des enseignants de CE2 utilisent régulièrement deux types de dés : le dé cubique à 6 faces et le dé tétraédrique à 4 faces, représentés ci-dessous :

Ce dé cubique indique 1.

Ce dé tétraédrique indique 3.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A.

Lors d'une séance sur la numération, des enseignants de CE2 utilisent un jeu de plateau comportant deux dés : un dé cubique équilibré numéroté de 1 à 6 et un dé tétraédrique équilibré numéroté de 1 à 4. Les élèves lancent les deux dés et obtiennent un nombre constitué de deux chiffres : le dé cubique indiquant le chiffre des dizaines et le dé tétraédrique indiquant le chiffre des unités. Les élèves avancent leur pion du nombre de cases correspondant à ce nombre.

1. Donner le nombre d'issues de cette expérience aléatoire.

2. On considère les évènements suivants :
   A : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 30 » ;
   B : « Obtenir un multiple de 3 ».

   (a) Calculer la probabilité de l'évènement A. Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

   (b) Calculer la probabilité de l'évènement B. Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

Partie B.

Au cours de l'année scolaire et afin de travailler sur la multiplication, les enseignants de CE2 reprennent les dés utilisés précédemment : le dé cubique numéroté de 1 à 6 et le dé tétraédrique numéroté de 1 à 4. Il n'y a plus de jeu de plateau, l'objectif est ici que les élèves calculent le produit des deux nombres obtenus après avoir effectué le lancer des deux dés.

1. Citer un évènement impossible lié à cette expérience aléatoire.

2. On considère l'évènement C : « Obtenir un nombre pair multiple de 3 ».
   Calculer la probabilité de l'évènement C. Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 4. (2 points)

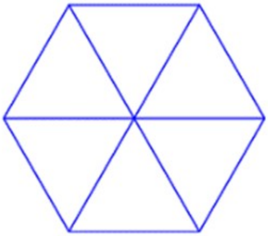
Voici un programme réalisé sur le logiciel scratch à l'aide du bloc et du script ci-dessous. On rappelle que la commande « s'orienter à 90° » permet de s'orienter vers la droite.

PROGRAMME	
Script	Bloc
Ligne 8 	

1. Parmi les trois figures ci-dessous, quelle est celle qui est construite par le programme ci-dessus ?

Figure 1	
Figure 2	
Figure 3	

2. Quelle modification doit-on apporter à la ligne 8 du script pour obtenir la figure ci-dessous ?

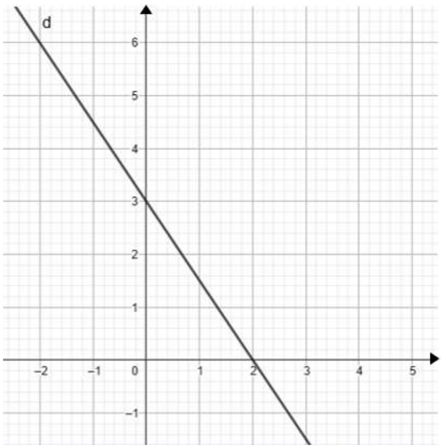


Exercice 5. (3,5 points)

Dire si ces affirmations sont vraies ou fausses en justifiant chacune des réponses. Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

1. Soit un triangle NEF tel que $NE = 2{,}04$ m, $EF = 9{,}6$ dm et $NF = 180$ cm.
   Affirmation 1 : Le triangle NEF est rectangle en F.
2. **Affirmation 2** : $6x^2 - 15x = 0$ admet comme unique solution 2,5.
3. **Affirmation 3** : $\dfrac{147}{14}$ est un nombre décimal.
4. **Affirmation 4** : pour tout entier relatif n, $2n^2 + 4n - 16$ est un nombre pair.

5. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression : $f(x) = -2x + 3$.



   Affirmation 5 : La représentation graphique de la fonction f est la droite d.