Épreuve de mathématiques CRPE 2025 groupe 4.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

Durée : 3 heures.

Pour celui-ci je propose une correction minimaliste qui suffit, d'après moi, pour avoir, à peu prêt, tous les points.

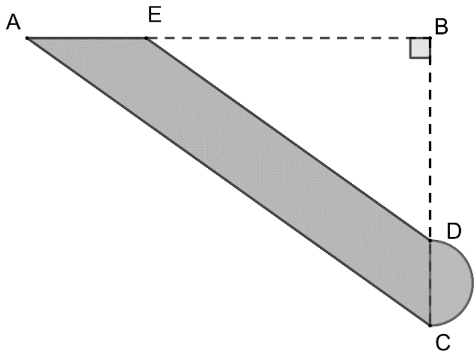
Attention tout de même : moins la rédaction est étoffée plus il est difficile pour le correcteur d'accorder des points en cas d'erreur.

Exercice 1.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Une zone de jeu est modélisée par la partie grisée représentée ci-dessous composée du quadrilatère $AEDC$ et du demi-disque de diamètre $[DC]$.

Le triangle ABC est rectangle en B tel que $AB = 140$ m et $BC = 105$ m.
On appelle D le point du segment $[BC]$ tel que $BD = 75$ m.
La parallèle à la droite (AC) passant par D coupe la droite (AB) en E.



Partie A : zone de jeux.

1. Calculer la longueur du segment [AC] en mètre.

   D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = 140^2 + 105^2 = 30625$ donc $AC = \sqrt{30625} = 175$ m.

2. Démontrer que la longueur du segment $[BE]$ est de 100 m.

   D'après le théorème de Thalès : $\frac{BE}{140} = \frac{75}{105}$. Avec un produit en croix : $BE = 100$ m.

3. (a) Calculer l'aire du triangle ABC en m^2.

   L'aire de ABC : $140 \times 105 \div 2 = 7350\ \text{m}^2$.

   (b) En déduire l'aire du quadrilatère $AEDC$ en m^2.

   L'aire de BED : $100 \times 75 \div 2 = 3850\ \text{m}^2$.
   Aire de $AEDC$: $7350 - 3750 = 3600\ \text{m}^2$.

   (c) Calculer la valeur exacte de l'aire de la zone de jeu et donner la valeur arrondie au m^2.

   Aire du demi-disque de diamètre $[DC]$: $\pi \times (105 - 75)^2 \div 2 \approx 1414\ \text{m}^2$.
   D'où l'aire de jeux : $3600 + 1414 = 5014\ \text{m}^2$.

Partie B : relais chronométré par équipe.

Une classe de CM2 participe à une course de relais par équipes de quatre élèves : quatre balises W, X, Y et Z sont placées dans la zone de jeu. Toutes les équipes partent du point B.

La course consiste à réaliser le parcours suivant : le premier élève de l'équipe part du point B, rejoint la balise W et revient au point B. Il passe alors le relais au deuxième élève de l'équipe, qui rejoint la balise X et revient au point B et ainsi de suite.

On admet que chaque équipe parcourt la même distance au cours du relais.

1. L'équipe 1 a effectué le parcours à la vitesse moyenne de 11 km/h. L'équipe 2 l'a réalisé à une allure de 6 min 10 s par km. Laquelle des deux équipes a été la plus rapide pour finir la course ? Justifier.

   6 min 10 s $= \frac{6}{60} + \frac{10}{3600}$ h $= \frac{370}{3600}$ h.
   Vitesse de l'équipe 2 : $1 \div \frac{370}{3600} \approx 9{,}73$ km/h.
   L'équipe 2 est la plus rapide.

2. On a recueilli, dans une feuille de calcul, le temps en minutes mis par les équipes pour atteindre chacune des quatre balises à partir du point de départ B. Les valeurs des cellules `C5` et `F5` ont été effacées.

	A	B	C	D	E	F
1		Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise W (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise X (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise Y (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise Z (en min)	Temps total (en min)
2	Équipe 1	4.1	5.2	7.3	3.3	19.9
3	Équipe 2	5.5	3.2	4.5	5.1	18.3
4	Équipe 3	4.9	4.5	4.9	5	19.3
5	Équipe 4	4.5		3.2	6.5	
6	Moyenne					

(a) L'équipe 2 a été la plus rapide à faire l'aller-retour entre le point B et la balise X.
L'étendue des temps pour trouver cette balise est de 2,9 minutes. Calculer le temps mis par l'équipe 4 pour réaliser cet aller-retour.

$5{,}2 - x = 2{,}9$ donc $x = 2{,}3$ min.

(b) Calculer le temps moyen mis par les équipes pour faire l'aller-retour entre le point B et la balise W. Donner la réponse en minute seconde.

$(4{,}1 + 5{,}5 + 4{,}9 + 4{,}5) \div 4 = 4{,}75$ min.
$0{,}75$ min $= 0{,}75 \times 60$ s $= 45$ s.
D'où le temps moyen : 4 min 45 s.

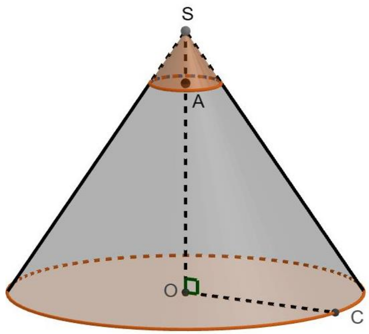
(c) Quelle formule peut être saisie dans la cellule `B6` puis recopiée vers la droite pour obtenir la ligne 6 complétée ?

=MOYENNE(B2 :B5)

Partie C : étude d'une balise.

Un tronc de cône est obtenu en enlevant à un cône sa partie supérieure coupée par un plan.

Les balises utilisées ont la forme d'un tronc de cône. Elles sont réalisées à partir d'un cône de révolution de sommet S, de hauteur $OS = 15$ cm et de base le disque de rayon 10 cm.
Ce cône est coupé par un plan parallèle à la base.
Ce plan passe par le point A appartenant au segment $[OS]$ tel que $SA = 3$ cm.



1. Calculer le volume exact, en cm^3, du cône de sommet S, de hauteur OS et de base le disque de rayon OC.
   On rappelle que : Volume d'un cône = $\frac{1}{3} \times$ (aire de la base) $\times h$ où h désigne la hauteur du cône.

   Volume du cône : $\frac{1}{3} \times \pi \times OC^2 \times OS = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 15 = 500\pi$ cm^3.

2. On admet que le cône de sommet S et de hauteur SA est une réduction du cône de sommet S et de hauteur SO. Déterminer le coefficient de réduction correspondant.

   Le coefficient de réduction est $3 \div 15 = 0{,}2$.

3. Calculer le volume exact du cône de sommet S et de hauteur SA en cm^3.

   D'après les deux questions précédentes le volume du cône est : $0{,}2^2 \times 500\pi = 20\pi$ cm^3.

4. En déduire le volume exact de la balise en cm^3. Donner sa valeur arrondie au cm^3.

   $500\pi - 20\pi = 480\pi$ $cm^3 \approx 1508$ cm^3.

Exercice 2.

Un entraîneur d'un club sportif organise un test physique pour la catégorie des benjamines et benjamins. Ce test consiste à parcourir la plus grande distance possible en 12 minutes.

L'entraîneur s'appuie sur le tableau ci-dessous pour évaluer la condition physique des enfants.

Indice de forme	Garçons	Filles
Insuffisant	moins de 2 000 m	moins de 1 800 m
Suffisant	2 000 à 2 400 m	1 800 à 2 200 m
Bon	2 400 à 3 000 m	2 200 à 2 800 m
Très bon	plus de 3 000 m	plus de 2 800 m

1. Le tableau ci-dessous donne les performances de l'intégralité des benjamines et benjamins du club.

Distance parcourue (m)	1 900	2 100	2 300	2 500	2 700	2 900	3 100	3 200
Effectifs benjamins	1	5	1	1	1	2	1	1
Effectifs benjamines	0	2	3	2	3	2	2	0

(a) Déterminer la médiane de la série des distances parcourues par les benjamins. Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

Il y a 13 benjamins donc la médiane est la septième distance : 2300 m. La moitié des benjamin cours une distance inférieure ou égale à 2300 m.

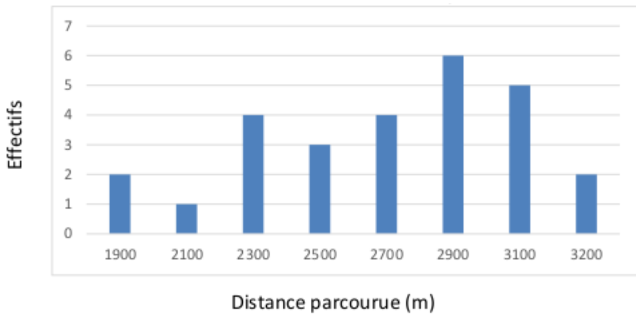
(b) Calculer la distance moyenne parcourue pour l'ensemble de cette catégorie (benjamins et benjamines), arrondie au mètre.

La distance moyenne est : $(1 \times 1900 + 5 \times 2100 + \cdots + 1 \times 3200 + 2 \times 2100 + 3 \times 2300 + \cdots + 2 \times 3100)/(1 + 5 + \cdots + 1 + 2 + 3 + \cdots + 2) \approx 2526$ m.

(c) Déterminer la proportion des enfants ayant un indice de forme « bon » ou « très bon ». On exprimera le résultat en pourcentage, arrondi à l'unité.

Il y a 14 enfants ayant couru plus de 2400 m sur un total de 27 enfants donc la proportion cherchée est : $14 \div 27 \approx 0{,}518518$. 52 % ont l'indice cherché.

2. Après deux mois d'entraînement, les benjamines et benjamins du club effectuent à nouveau ce test. Les résultats sont représentés sur le diagramme suivant.



(a) L'intégralité des benjamines et benjamins du club a-t-elle effectué ce second test ?

$2 + 1 + 4 + 3 + 4 + 6 + 5 + 2 = 27$. Ils ont tous effectué le second test.

(b) Calculer l'étendue de cette seconde série de résultats.

Étendue : $3200 - 1900 = 300$ m.

(c) Sachant que la distance moyenne parcourue à l'issue de ce second test s'est améliorée pour atteindre 2 693 m (valeur arrondie à l'unité), calculer le taux d'évolution de la distance moyenne parcourue entre les deux tests. On exprimera le résultat sous forme de pourcentage arrondi au dixième.

$t = (2693 - 2526)/2526 \times 100 \approx 6{,}61$. Taux d'évolution : 6,6 %.

3. Le test réalisé par l'entraîneur permet d'estimer la quantité maximale d'oxygène que l'organisme peut utiliser par unité de temps. On appelle cette quantité la VO_2 max. Elle est exprimée en millilitres par minute et par kilogramme (mL/min/kg) et vérifie la formule suivante :

$$VO_2 \text{ max} = 22{,}351 \times D - 11{,}288$$

où D est la distance parcourue (en km) lors du test.

(a) Quelle est la VO_2 max d'un enfant ayant parcouru 2 800 m ?

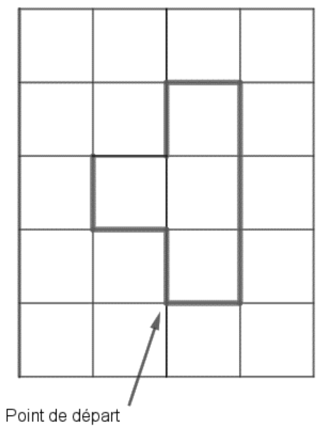
$22{,}351 \times 2{,}800 - 11{,}288 \approx 51{,}3$.

(b) Quelle distance faut-il parcourir pour obtenir une VO_2 max égale à 47 mL/min/kg ? Arrondir la réponse au mètre.

$22{,}351 \times D - 11{,}288 = 47 \Leftrightarrow D = (47 + 11{,}288) \div 22{,}351$. $D \approx 2{,}608$ km.

Exercice 3.

Une enseignante a proposé à trois élèves de la classe, Apolline, Kylian et Sakhina de tracer le motif ci-dessous à l'aide du logiciel Scratch.

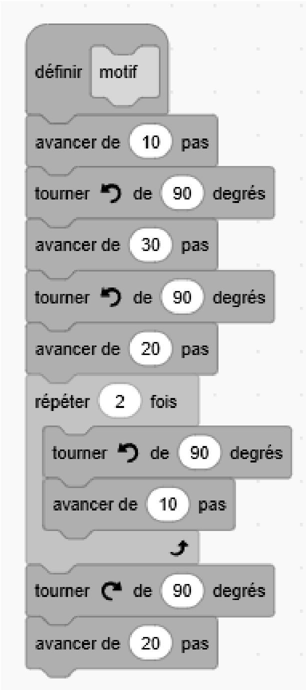


Le quadrillage est constitué de carrés de 10 pixels de côté.

Elle a donné aux trois élèves un script commun à intégrer dans leur programme. On rappelle que pour le logiciel Scratch, « s'orienter à 90 » signifie « s'orienter vers la droite ».

Chaque élève a produit un script définissant le bloc motif reproduit ci-dessus.

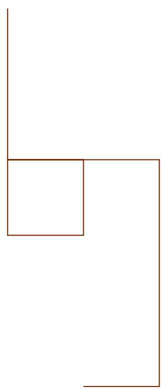
Script d'Apolline



Script de Kylian

Script de Sakhina

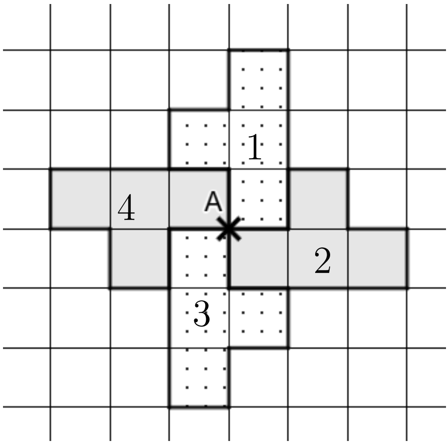
1. Tracer le motif obtenu par Apolline si elle appuie sur le drapeau, en prenant pour échelle : 1 cm pour 10 pixels.



2. Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ?

   Sakhina.

3. On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-dessous.

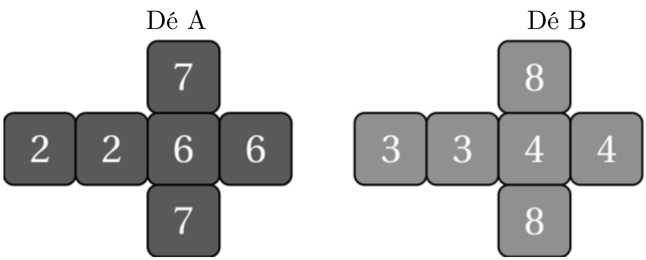


   Quelle est la nature de la transformation du plan qui permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ? Préciser les éléments caractéristiques de cette transformation.

   Rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens horaire.

Exercice 4.

On considère un ensemble de deux dés équilibrés dont voici les patrons.



Le jeu consiste à lancer ces deux dés. Le dé dont le nombre inscrit sur la face supérieure est le plus grand est déclaré gagnant.

1. On a simulé 100 lancers des dés A et B. On obtient 54 victoires du dé A. Peut-on affirmer que le dé A a une probabilité de 54 % de gagner contre le dé B ? Justifier votre réponse.

   Non. Phénomène de fluctuation d'échantillonnage : on aurait pu obtenir une autre proportion (pas trop éloignée mais différente).

2. (a) À l'aide d'un tableau à double entrée, décrire l'ensemble des issues de cette expérience aléatoire et identifier, pour chaque issue, le dé gagnant.

A \ B	3	3	4	4	8	8
2	B	B	B	B	B	B
2	B	B	B	B	B	B
6	A	A	A	A	B	B
6	A	A	A	A	B	B
7	A	A	A	A	B	B
7	A	A	A	A	B	B

   (b) Montrer que la probabilité que le dé B l'emporte sur le dé A est $\dfrac{5}{9}$.

   Probabilité de victoire du B : $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

Exercice 5.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

1. **Affirmation 1** : la fonction $f : x \mapsto -\frac{7}{3}x$ est une fonction affine.

   Vraie. De la forme $ax + b$ avec $a = -\frac{7}{3}$ et $b = 0$.

2. **Affirmation 2** : le prix d'un objet est passé de 28 € à 56 €. Son prix a donc augmenté de 200 %.

   Fausse. $\frac{56-28}{28} = 100$ %.

3. **Affirmation 3** : pour tout nombre x, l'expression $A = (2x+3)(x-5) - 2x^2$ est égale à l'expression $B = -3(x-5) - 4x$.

   Fausse. $A = 2x^2 - 10x + 3x - 15 - 2x^2 = -7x - 15$. $B = -3(x-5) - 4x = -3x + 15 - 4x = -7x + 15$.

4. **Affirmation 4** : tout carré est un losange.

   Vraie. Un carré est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur donc c'est un losange.

5. **Affirmation 5** : soient a et b deux nombres décimaux non nuls. Le quotient de a par b est un nombre décimal.

   Fausse. Contre-exemple : $\frac{1}{3}$.

6. **Affirmation 6** : il existe deux nombres décimaux non nuls a et b tels que le quotient de a par b est un nombre décimal.

   Vraie. $\frac{1}{1} = 1$.