Épreuve de mathématiques CRPE 2024 groupe 1.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

Durée : 3 heures.
Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.

Exercice 1.

Un enseignant d'une classe de CM1 dans la commune de Rennes fait construire aux élèves un pluviomètre pour relever les quantités de précipitations pendant les dix mois de l'année scolaire. Les élèves doivent amener une bouteille d'eau en plastique pour cette réalisation.

Partie A.

Pour réaliser son pluviomètre, Jules, un élève de la classe, coupe la bouteille comme l'indique la figure ci-contre. Il construit ensuite un axe gradué en partant du fond du pluviomètre avec des graduations d'unité 1 cm.

Dans les questions 1 et 2, on assimile le pluviomètre de Jules à un cylindre de diamètre $8,4$ cm et de hauteur 15 cm.

On rappelle que le volume d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h est égal à Bh.

1. Jules souhaite découper une étiquette rectangulaire de largeur 2 cm qui fasse le tour du pluviomètre pour écrire son prénom. Déterminer une valeur approchée par excès au millimètre près de la longueur minimale de cette étiquette.

   Calculons la longueur l_e de l'étiquette.

   l_e est la longueur d'un cercle de diamètre $8,4$ cm donc

$$\begin{aligned} l_e &= 2\pi\frac{8,4 \text{ cm}}{2} \\ &= 8,4\pi \text{ cm} \\ &\approx 26,389 \text{ cm}, \text{ en tronquant à } 10^{-3} \end{aligned}$$

   $l_e \approx 26,4$ cm à 10^{-1} près par excès.

2. Déterminer la valeur exacte, puis une valeur arrondie au centilitre du volume en litres du pluviomètre.

   Calculons le volume $\mathscr{V}_p$ du pluviomètre.

   Le pluviomètre étant cylindrique :

$$\begin{aligned} \mathscr{V}_p &= \pi\left(\frac{8,4 \text{ cm}}{2}\right)^2 \times (15 \text{ cm}) \\ &= \pi 4,2^2 \times 15 \text{ cm}^3 \\ &= 264,6\pi \text{ cm}^3 \\ &= 264,6\pi \frac{\text{dm}^3}{1000} \\ &= \frac{264,6\pi}{1000} \ \ell \end{aligned}$$

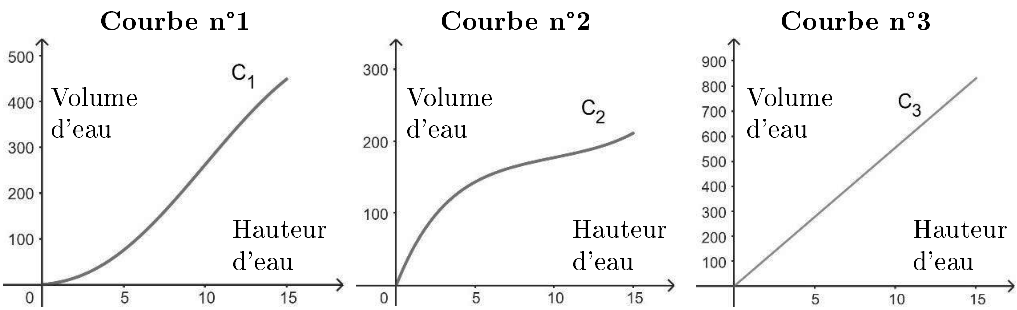
   $\mathscr{V}_p = 0,2646\pi \ \ell$.

   Or, en tronquant : $0,2646\pi \approx 0,83126$ et donc

   $\mathscr{V}_p \approx 0,83 \ \ell$.

3. Inès a oublié sa bouteille. Jules lui propose de lui donner la partie haute de sa bouteille, en plaçant le bouchon en bas pour former son pluviomètre.

   Les trois courbes ci-dessous représentent le volume d'eau recueilli en cm^3 en fonction de la hauteur d'eau mesurée en cm. Identifier la courbe qui correspond au pluviomètre de Jules et celle qui correspond au pluviomètre d'Inès. Aucune justification n'est attendue.



Le pluviomètre de Jules est cylindrique le volume d'eau est donc une fonction linéaire (proportionnalité) de la hauteur. Sa courbe représentative est une droite.

La courbe C_3 correspond au pluviomètre de Jules.

D'après la photo montrant le haut de la bouteille, la hauteur d'eau va d'abord rapidement augmenter puis augmenter plus lentement.

La courbe C_2 correspond au pluviomètre de Inès.

Partie B.

L'ensemble de la classe utilise un pluviomètre similaire à celui élaboré par Jules. En fin d'année scolaire, les élèves font le bilan des relevés effectués chaque mois.

Dans le cadre d'un projet visant à comparer les différents climats en France, la même expérience est menée dans une école de la commune de Lyon.

Document 1.

Relevés mensuels de précipitations dans le pluviomètre de Jules durant l'année scolaire 2022/2023 à Rennes.

Mois	Hauteur d'eau en mm
Septembre	65
Octobre	103
Novembre	24
Décembre	122
Janvier	53
Février	44
Mars	19
Avril	27
Mai	57
Juin	134

Document 2.

Bilan des relevés mensuels de précipitations dans un pluviomètre de l'école lyonnaise pour les dix mois de l'année scolaire 2022/2023.

Résultats mensuels de septembre 2022 à juin 2023.

Moyenne : $70,6$ mm.
Médiane : 58 mm.
Hauteur minimale : 18 mm.
Hauteur maximale : 179 mm.
Les valeurs relevées sont toutes différentes.

1. Parmi ces deux villes, déterminer celle qui a connu les plus fortes précipitations mensuelles en moyenne durant les dix mois de l'année scolaire 2022-2023.

   Comparons les moyennes.

   Calculons la précipitation moyenne à Rennes $\overline{x}_R$ en mm.

$$\begin{aligned}\overline{x}_R &= \frac{65+103+\cdots+134}{10}\\ &= 64,8\end{aligned}$$

   Or la pluviométrie moyenne à Lyon est de $70,6$ mm donc les précipitations ont été plus importantes en moyenne à Lyon qu'à Rennes.

2. Calculer et comparer les étendues des précipitations mensuelles à Rennes et à Lyon durant cette période.

Comparons les étendues.

* Pour Rennes l'étendue est

$$e_R = 134 \text{ mm} - 19 \text{ mm}$$

$$e_R = 115 \text{ mm}.$$

* Pour Lyon l'étendue est

$$e_L = 179 \text{ mm} - 18 \text{ mm}$$

$$e_L = 161 \text{ mm}.$$

* Comparons les étendues :

l'étendue est plus importante à Lyon, *i.e.* les écarts de pluviométrie mensuels sont plus importants à Lyon.

3. L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier.
« Dans la commune de Lyon, il y a 5 mois de l'année scolaire 2022-2023 pendant lesquels les précipitations mensuelles ont été supérieures ou égales à $70,6$ mm »

$70,6$ mm est la moyenne et non la médiane de la série des hauteurs sur 10 mois. Il n'y a pas a priori de raison que ces valeurs coïncident donc

les données ne permettent pas de conclure.

Exercice 2.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse sans justification ne sera pas prise en considération lors de la correction.

1. Affirmation 1 : le nombre $0,28$ est un nombre rationnel.

   $0,28 = \frac{28}{100}$ donc $0,28$ peut s'écrire comme un quotient de nombres entier et donc c'est un rationnel.

   L'affirmation 1 est vraie.

2. On considère deux nombres réels strictement positifs a et b.
   Affirmation 2 : la quotient de a par b est strictement inférieur au nombre a.

   Si $a = 1$ et $b = 0,1$ alors a et b sont bien des nombres réels strictement positifs et $\frac{a}{b} = \frac{1}{0,1} = 10$ donc, dans ce cas, $\frac{a}{b} > a$.

   L'affirmation 2 est fausse.

3. Affirmation 3 : le produit de deux entiers naturels impairs est un entier naturel impair.

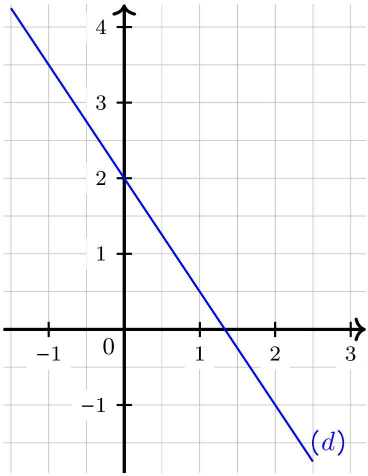
   Deux nombres sont impairs si et seulement si il est possible de les écrire sous la forme $2n + 1$ et $2m + 1$ avec n et m des entiers. Alors leur produit est

$$\begin{aligned}(2n+1)(2m+1) &= 2n \times 2m + 2n \times 1 + 1 \times 2m + 1 \times 1 \\ &= 2 \times 2nm + 2n + 2m + 1 \\ &= 2\,(2nm + n + m) + 1\end{aligned}$$

   Or $2nm+n+m$ est un entier donc $2\,(2nm+n+m)+1$ est un nombre impair.

   L'affirmation 3 est vraie.

4. Dans le repère ci-dessous, la droite (d) est la représentation graphique d'une fonction affine f. La droite (d) passe par les points de coordonnées $(1;0,5)$ et $(0;2)$.

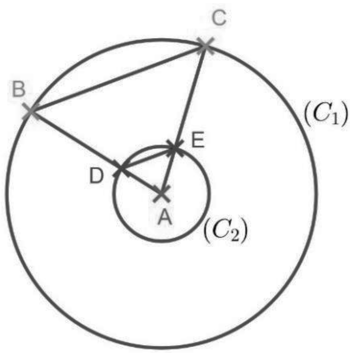


Affirmation 4 : pour tout nombre réel x, $f(x) = 2x - 1,5$.

$2 \times 0 - 1,5 = -1,5 \neq 2$ donc, avec la formule algébrique proposée pour f, la droite d ne passerait pas par le point de coordonnées $(0;2)$.

L'affirmation 4 est fausse.

5. La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



On a tracé deux cercles de centre A :
— le cercle (C_1) de rayon $7,8$ cm,
— le cercle (C_2) de rayon $2,4$ cm.
Le segment $[DE]$ mesure $2,9$ cm.
A, D et B sont alignés.

A, E et C sont alignés.
Affirmation 5 : la longueur BC arrondie au millimètre est égale à $9,4$ cm.

Calculons VC.

Puisque, d'une part, A, D et B, et d'autre part A, E et C sont alignés dans cet ordre nous avons une configuration de Thalès.

Puisque de plus $AD = AE$ et $AB = AC$ on a $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ et donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(DE) \parallel (BC)$.

De la configuration de Thalès et du parallélisme de (DE) et (BC) nous déduisons, d'après le théorème de Thalès que $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$.
Cette dernière égalité équivaut à :

$$\begin{aligned} BC &= DE \times \frac{AB}{AD} \\ &= 2,9 \times \frac{7,8}{2,4} \end{aligned}$$

et donc

$$BC \approx 9,4249 \text{ en tronquant.}$$

L'affirmation 5 est vraie.

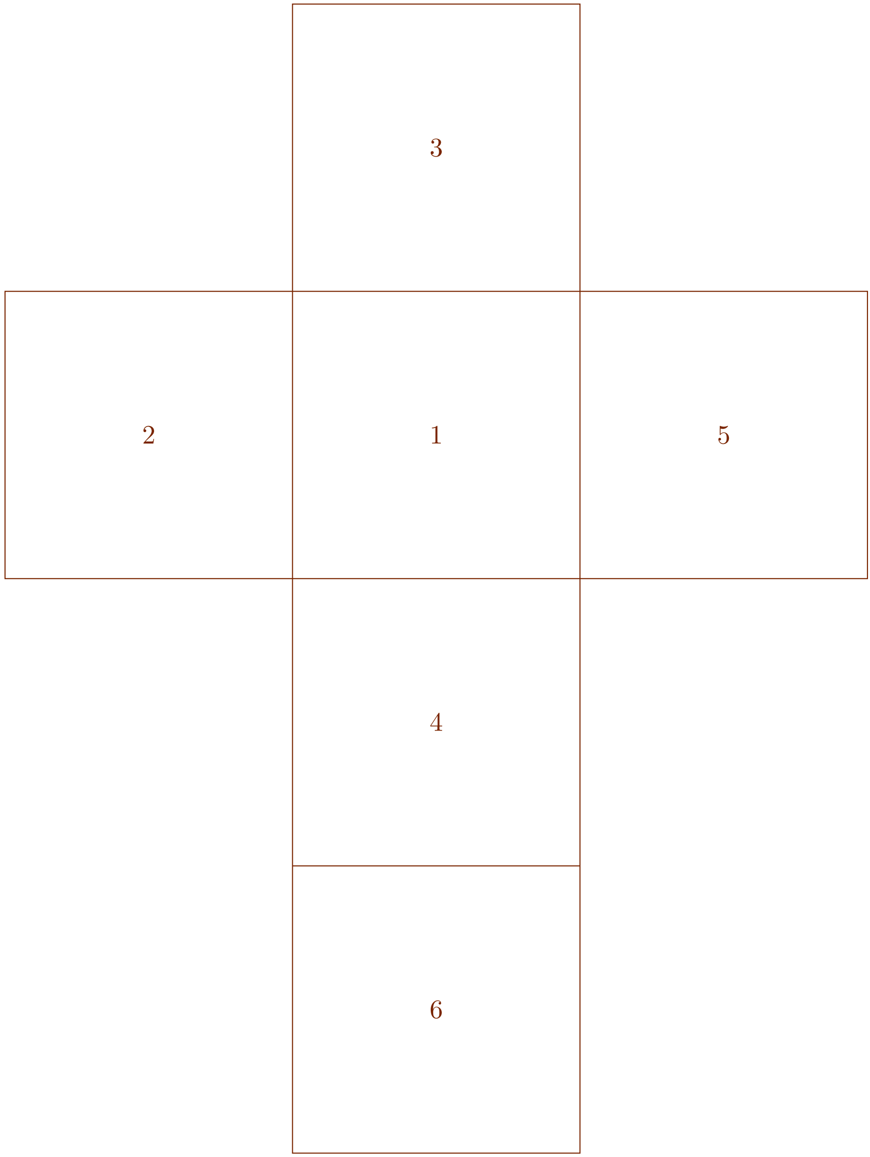
Exercice 3.

Pour consolider l'addition de deux nombres entiers en début de cycle 2, un enseignant propose à des élèves d'une classe de CP d'utiliser des dés.

Partie A.

Les dés utilisés par les élèves sont assimilés à des cubes de côté 19 mm dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ils sont conçus de telle sorte que la somme des nombres indiqués sur deux faces opposées est égale à 7.
Construire un agrandissement de coefficient 2 d'un patron d'un tel dé en attribuant un numéro à chacune des faces.

Les longueurs sont multipliées par 2 :



Partie B.

Le jeu consiste à lancer deux dés et à additionner les nombres obtenus sur les faces supérieures. On considère que ces deux dés sont équilibrés.

1. Donner tous les résultats possibles de cette expérience aléatoire.

   Donnons l'ensemble $X(\Omega)$ des sommes possibles.

   La notation $X(\Omega)$ désigne l'univers image par une variable aléatoire. Ici ce ne sont pas les couples de nombres qui nous intéressent mais la somme. X est la variable aléatoire qui à un lancer associe la somme des nombres obtenus. Ce n'est pas du tout indispensable pour répondre à la question.

   Recensons tous les couples de nombres possibles en lançant deux dés grâce à un tableau double entrée.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\boxed{X(\Omega) = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}.}$$

2. Déterminer la probabilité de l'événement : « La somme obtenue est égale à 4 ».

   Notons A l'événement « La somme obtenue est égale à 4 ».

   Calculons $\mathbb{P}(A)$.

   Il est raisonnable de considérer que tous les couples de nombre ont la même chance d'être obtenus : il y a équiprobabilité. De plus A est réalisé par 3 couples $(3; 1)$, $(2; 2)$ et $(1; 3)$ sur un total de 36 couples possibles et donc

$$\mathbb{P}(A) = \frac{3}{36}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(A) = \tfrac{1}{12}.}$$

3. (a) Quelle somme a la plus grande probabilité d'apparaître ?

   Déterminons la somme ayant la plus grande probabilité d'apparaître.

Puisqu'il y a équiprobabilité entre les couples il suffit de trouver la somme qui est réalisée par le plus grand nombre de couples. D'après le tableau ci-dessus

la somme 7 est celle qui a le plus de chance d'apparaître.

(b) Quelle est cette probabilité ?

Notons B l'événement « La somme obtenue est égale à 7 ».

Calculons $\mathbb{P}(B)$.

Il y a équiprobabilité, B est réalisé par 6 couples sur un total de 36 couples possibles et donc

$$\mathbb{P}(B) = \frac{6}{36}$$

$\mathbb{P}(B) = \frac{1}{6}$.

Partie C.

Plus tard dans l'année, l'enseignant utilise une variante du jeu pour faire calculer des différences. Le jeu consiste désormais à lancer deux dés et à déterminer l'écart entre les deux nombres obtenus sur les faces supérieures, c'est-à-dire la différence entre le plus grand et le plus petit de ces deux nombres.

Dans le contexte de cette variante du jeu, proposer un exemple d'événement dont la probabilité est égale à $\dfrac{1}{6}$.

Déterminons un événement de probabilité $\frac{1}{6}$.

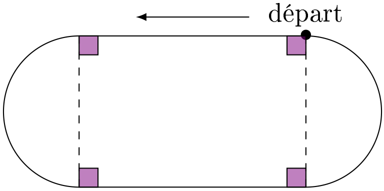
Recensons tous les écarts possibles.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Il suffit de trouver un écart qui apparaît exactement 6 fois parmi les 36 écarts trouvés.

Obtenir un écart de 3 est un événement de probabilité $\frac{1}{6}$.

Exercice 4.



Une enseignante entraîne les élèves de sa classe de CM1 à la course longue sur une piste d'une longueur totale de 200 m ayant la forme ci-dessus.

Partie A.

Afin d'aider les élèves dans le relevé de leur performance, l'enseignante dispose huit plots équidistants tout au long de la piste. Les élèves forment des binômes et se répartissent les rôles : l'un d'entre eux court, l'autre l'observe et note la distance parcourue puis ils inversent leurs rôles.

L'enseignante demande aux élèves de courir pendant 5 minutes et de compléter la fiche suivante. La distance retenue est la distance entre le point de départ et le dernier plot franchi. Voici les résultats d'un binôme :

Prénom	Nombre de tours complets parcourus	Nombre de plots franchis dans le tour incomplet	Distance parcourue (en m)
Lola	4	1	825
Joris	3	4	700

1. (a) Justifier que Lola a bien parcouru la distance affichée dans le tableau.

Calculons la distance d_L parcourue par Lola.

Puisqu'il y a 8 plots et que la piste a une longueur de 200 m la distance entre deux plots est $\frac{1}{8} \times 200$ m $= 25$ m.
Donc

$$d_L = 4 \times 200 \text{ m} + 1 \times 25\text{m}$$

$$\boxed{d_L = 825 \text{ m.}}$$

(b) Déterminer sa vitesse moyenne en m/min.

Calculons la vitesse moyenne v_L de Lola.

Lola a parcouru 825 m en 5 min donc

$$\begin{aligned} v_L &= \frac{825 \text{ m}}{5 \text{ min}} \\ &= \frac{825}{5} \frac{\text{m}}{\text{min}} \end{aligned}$$

$$\boxed{v_L = 165 \text{ m/min.}}$$

2. Déterminer la vitesse moyenne de Joris en km/h.

Calculons la vitesse moyenne v_J de Joris.

Comme précédemment

$$\begin{aligned} v_J &= \frac{700 \text{ m}}{5 \text{ min}} \\ &= \frac{700}{5} \frac{\text{m}}{\text{min}} \\ &= 140 \times \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} \\ &= 140 \times \frac{0,001}{\frac{1}{60}} \text{ km/h} \end{aligned}$$

$$\boxed{v_J = 8,4 \text{ km/h.}}$$

3. Exprimer, en pourcentage arrondi à l'unité, la distance supplémentaire parcourue par Lola par rapport à celle parcourue par Joris.

Calculons la proportion p_d demandé.

Distance supplémentaire parcourue par Lola : 825 m − 700 m = 125 m.

$$\begin{aligned} p_d &= \frac{125}{700} \\ &= \frac{5}{28} \\ &\approx 0,17857 \text{ en tronquant.} \end{aligned}$$

$$\boxed{p_d \approx 18\ \%.}$$

Partie B.

L'enseignante utilise un tableur pour calculer la distance parcourue et la vitesse moyenne de chaque élève de la classe.

	A	B	C	D	E
1	Prénom	Nombre de tours compets parcourus	Nombre de plots franchis dans le tour incomplet	Distance parcourue (en mètres)	Vitesse moyenne (en km/h)
2	Lola	4	1	825	9,9
3	Joris	3	4	700	
4	Anne	3	7	775	
5	Léa	2	7	575	
6	Noah	3	3	675	

1. Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule D2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété.

$$\boxed{= 200 * \texttt{B2} + 25 * \texttt{C2}.}$$

2. Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule E2 puis recopiée vers le bas pour obtenir le tableau complété.

$$\boxed{= (\texttt{D2}/1000)/(5/60)}$$

Les premières parenthèses ne sont pas indispensables. Elles ne sont là que pour simplifier la lisibilité de la formule.

3. L'enseignante rassemble les résultats des distances parcourues par les élèves dans le tableau ci-dessous.

Distance parcourue (m)	550	575	625	650	675	700	750	775	825	850
Effectif	2	1	4	2	3	6	1	3	2	1

Déterminer la distance moyenne parcourue par les élèves de cette classe.

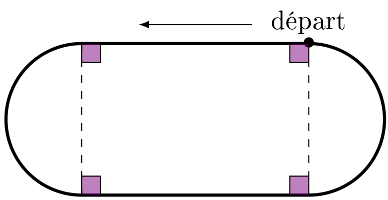
Calculons la distance moyenne $\overline{x}$.

$$\begin{aligned}\overline{x} &= \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}\\ &= \frac{2\times 550 + 1\times 575 + \cdots + 1\times 850}{2+1+\cdots+1}\\ &= 691\end{aligned}$$

La distance moyenne est de 691 m.

Partie C.

La piste est représentée par le trait continu sur le schéma ci-dessous.



Elle a été obtenue à partir d'un rectangle et de deux demi-cercles dont les diamètres sont égaux à la largeur du rectangle.

Le format du rectangle, c'est-à-dire le quotient $\dfrac{\text{longueur du rectangle}}{\text{largeur du rectangle}}$, est égale à $\dfrac{5}{3}$.

1. Dans cette question, on suppose que la longueur du rectangle est de 20 m.

   (a) Montrer que la largeur du rectangle est alors de 12 m.

   Calculons la largeur L_1 du rectangle exprimée en mètre.

   On doit avoir l'égalité :

   $$\frac{20}{L_1} = \frac{5}{3}$$

   ce qui équivaut successivement à :

   $$\begin{aligned} 20 \times 3 &= L_1 \times 5 \text{ par un produit en croix} \quad \frac{60}{5} \qquad = \frac{5L_1}{5} \\ 12 &= L_1 \end{aligned}$$

   Si la longueur est de 20 m alors la largeur est de 12 m.

   (b) Déterminer un arrondi au mètre de la longueur de la piste.

   Calculons la longueur L_2 de la piste exprimée en mètre.

   La piste est formée de deux segments de 20 m et de deux demi-cercles (et donc d'un cercle entier) de diamètre 12 m donc

   $$\begin{aligned} L_2 &= 2\pi\frac{12}{2} + 2 \times 20 \\ &\approx 77,699 \text{ en tronquant} \end{aligned}$$

   La longueur de la piste est de 78 m.

2. Déterminer la longueur et la largeur du rectangle afin que la piste ait une longueur totale de 200 m. Arrondir au centimètre chaque dimension.

   Déterminons la longueur L_3 et la largeur L_4 exprimées en mètre.

   Nous avons deux égalités liant la longueur L_3 et la largeur L_4 :

   $$\frac{L_3}{L_4} = \frac{5}{3} \ (1) \quad \text{et} \quad \pi L4 + 2L_3 = 200 \ (2).$$

De (1) nous déduisons

$$\begin{aligned} \frac{L_3}{L_4} \times L_4 &= \frac{5}{3} \times L_4 \\ L_3 &= \frac{5}{3} L_4 \end{aligned}$$

En substituant dans (2) :

$$\pi L_4 + 2 \times \frac{5}{3} L_4 = 200$$

cette égalité équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} \left(\pi + 2 \times \frac{5}{3}\right) L_4 &= 200 \\ \frac{\left(\pi + 2 \times \frac{5}{3}\right) L_4}{\pi + 2 \times \frac{5}{3}} &= \frac{200}{\pi + 2 \times \frac{5}{3}} \\ L_4 &= \frac{200}{\pi + 2 \times \frac{5}{3}} \\ L_4 &\approx 30,888 \text{ en tronquant} \end{aligned}$$

La largeur est de $30,89$ m.

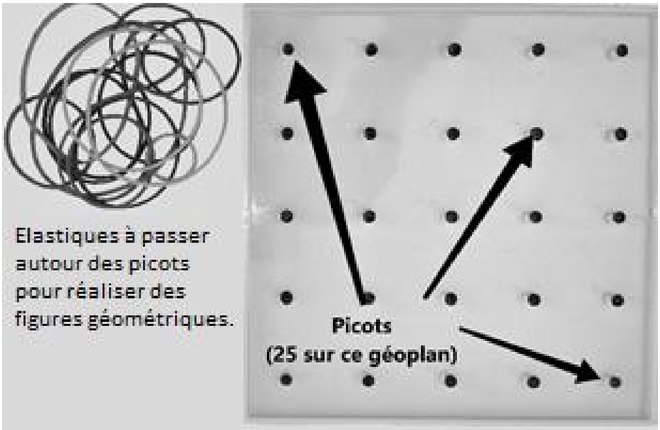
Et puisque

$$\begin{aligned} L_3 &= \frac{5}{3} L_4 \\ &= \frac{5}{3} \times \frac{200}{\pi + 2 \times \frac{5}{3}} \\ &\approx 51,480 \text{ en tronquant.} \end{aligned}$$

La longueur est de $51,48$ m.

Exercice 5.

Un géoplan est une planche carrée qui comporte des picots espacés régulièrement autour desquels peuvent être accrochés des élastiques de longueurs variées.

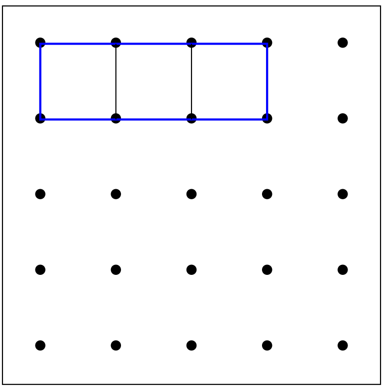


Un enseignant propose à des élèves d'une classe de CM d'utiliser un géoplan dans le but de réaliser des figures géométriques.

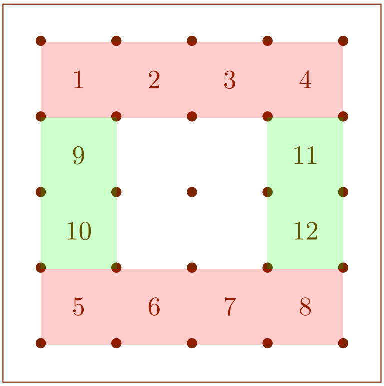
Partie A.

L'enseignant donne la consigne suivante à un groupe d'élèves : « Vous réaliserez le tour du géoplan en formant des carrés les plus petits possibles. Utilisez un élastique différent pour la construction de chaque carré. Ces carrés seront ainsi placés au plus près des bords du géoplan ».

Sur l'image ci-dessous, l'élève a commencé en construisant les trois premiers carrés du tour du géoplan.



1. Montrer que l'élève doit construire 12 carrés pour réaliser le tour d'un géoplan de 25 picots.



Il faut 12 carrés pour faire le tour.

2. Déterminer le nombre de carrés nécessaires pour réaliser le tour d'un géoplan de 81 picots.

Déterminons le nombre de carrés nécessaire pour 81 picots.

S'il y a 81 picots c'est qu'il y a 9 picots horizontaux et autant verticaux.
Il faut $9 - 1 = 8$ carrés pour la ligne horizontale du haut et autant pour celle du bas.
Pour les carrés verticaux il en faudra deux de moins pour chaque ligne verticale : $8 - 2 = 6$ carrés.
Or $2 \times 8 + 2 \times 6 = 28$ donc

il faut 28 carrés pour faire le tour.

3. On note n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Justifier que le nombre de carrés nécessaires pour réaliser le tour d'un géoplan de n^2 picots est donné par l'expression $4n - 8$.

Déterminons le nombre de carrés pour n^2 picots.

Il faut $n - 1$ carrés pour la ligne horizontale du haut et autant pour celle du bas.

Pour les carrés verticaux il en faudra deux de moins pour chaque ligne verticale : $(n-1)-2=n-3$ carrés.
Or

$$2\times(n-1)+2\times(n-3)=2n-2+2n-6$$

donc

il faut $4n-8$ carrés pour faire le tour.

4. On dispose d'un nombre d'élastiques permettant de construire 107 carrés pour réaliser le tour d'un géoplan.
   Déterminer le nombre maximal de picots de ce géoplan. Justifier la réponse.

   Déterminons le nombre maximal de picots.

   Les conditions pratiques ne sont pas très claires. Peut-on faire 107 sans aucun côtés en commun ou au contraire les 107 carrés partagent-ils chacun un côté avec un autre carré ? Je choisis de comprendre que les 107 carrés seraient accolés et disposés sur le pourtour d'une plaque.

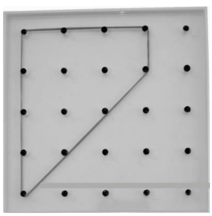
   Puisque la planche est un carré et $10^2 \leqslant 107 \leqslant 11^2$, il y aura au maximum 10 picots sur chaque côté.

   Il y a au maximum 100 picots sur la planche.

Partie B.

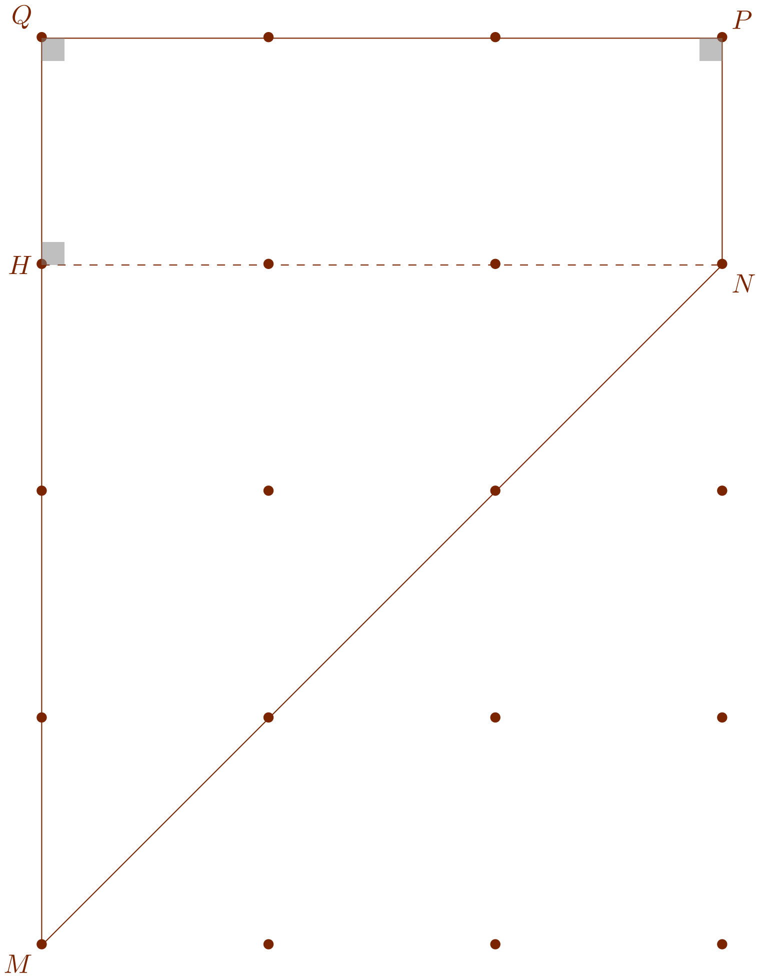
Sur le géoplan, deux picots contigus horizontalement ou verticalement sont séparés de 3 cm.

Un élève a réalisé la figure ci-dessous.



On négligera l'épaisseur des picots pour répondre aux questions suivantes.

1. Construire la figure réalisée par l'élève en vraie grandeur.



2. (a) Déterminer l'aire en cm^2 de cette figure.

Calculons l'aire $\mathscr{A}$ de la figure.

Le quadrilatère $MNPQ$ est un trapèze dont la grande base à pour longueur $MQ = 4 \times 3$ cm $= 12$ cm et la petite base $NP = 3$ cm. Comme de plus sa hauteur a pour longueur $QP = 3\times3$cm $= 9$ cm nous en déduisons son aire :

$$\begin{aligned}\mathscr{A} &= \frac{MQ + NP}{2} \times QP \\ &= \frac{12\text{ cm} + 3\text{ cm}}{2} \times 9\text{ cm}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A} = 67,5\text{ cm}^2.}$$

(b) Déterminer la valeur exacte du périmètre de cette figure.

Calculons MN puis le périmètre p de la figure.

MNH est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore

$$MN^2 = NH^2 + HM^2$$

En exprimant les longueurs en centimètre :

$$\begin{aligned}MN^2 &= 9^2 + 9^2 \\ &= 162\end{aligned}$$

Enfin comme MN est une longueur c'est un nombre positif :

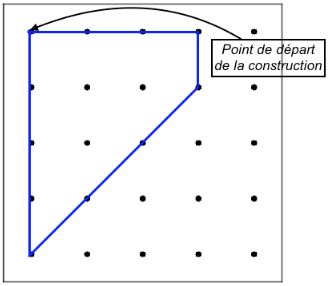
$$MN = 9\sqrt{2}$$

Nous pouvons maintenant calculer le périmètre en centimètre :

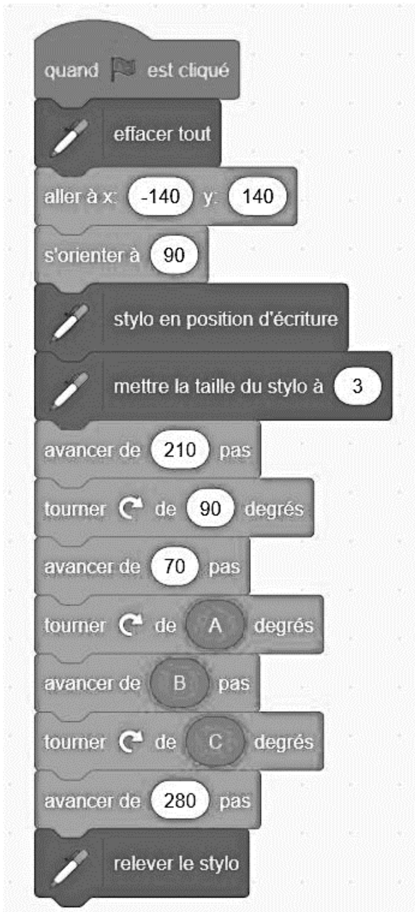
$$\begin{aligned}P &= MN + NP + PQ + QM \\ &= 9\sqrt{2} + 3 + 9 + 12\end{aligned}$$

La longueur du périmètre est $24 + 9\sqrt{2}$ centimètre.

3. Un programme réalisé sur le logiciel « Scratch » permet de construire la figure ci-dessous :



En prenant 3 cm pour 70 pas, déterminer les valeurs à attribuer aux lettres A, B et C pour que le script proposé ci-contre permette de construire cette figure. On prendra une valeur approchée à l'unité pour B.



Le point de départ de la figure a pour coordonnées $(-140; 140)$.
On rappelle que « s'orienter à 90 » permet de s'orienter vers la droite.

Téléchargez ici le programme Scratch.

$B = MN = 9\sqrt{2}\text{cm} = \frac{70}{3} \times 9\sqrt{2}$ pas ≈ 297 pas.

$$\boxed{A = 45,\ B = 297 \text{ et } C = 100.}$$