# Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 3.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

*Durée : 3 heures.*
*Épreuve notée sur* 20.
*Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.*

## Exercice 1.

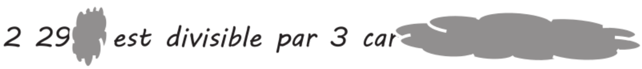
1. L'entier 4 216 est-il un multiple de 17 ? Justifier.

   Avec la calculatrice : $4\,216 \div 17 = 248$.

   Autrement dit $17 \times 248 = 4\,216$ donc

   4 216 est un multiple de 17.

2. Guillaume veut revoir sa leçon en prenant son petit déjeuner. Malheureusement, il a renversé son chocolat sur sa feuille. Le chiffre des unités et la justification de l'exemple du maître, sont illisibles...




   (a) Rappeler le critère de divisibilité par 3.

   Un nombre est divisible par 3 si

   la somme des chiffres qui le compose est un multiple de 3.

   (b) Donner toutes les valeurs possibles du chiffre des unités, caché par la tâche située à gauche.

   Notons $n$ le chiffre des unités du nombre de l'exemple.

   Nous devons avoir $2 + 2 + 9 + n = 13 + n$ qui est un multiple de 3.

   Testons toutes les possibilités :

| $n$ | $13 + n$ |
|---|---|
| 1 | 14 |
| 2 | 15 |
| 3 | 16 |
| 4 | 17 |
| 5 | 18 |
| 6 | 19 |
| 7 | 20 |
| 8 | 21 |
| 9 | 22 |

Le chiffre des unités caché est 2 ou 5 ou 8.

3. On admet qu'un nombre entier $n$ est divisible par 7 si et seulement si la différence entre son nombre de dizaines et le double de son chiffre des unités est un multiple de 7, positif ou négatif.
   Par exemple, 294 est divisible par 7 car $29 - 4 \times 2 = 21$, et 21 est divisible par 7.

   (a) En détaillant les étapes, vérifier que 413 est bien divisible par 7 en utilisant le critère indiqué ci-dessus.

   Démontrons que 413 est divisible par 7.

   $41 - 2 \times 3 = 35$ or $35 = 5 \times 7$ donc

   423 est divisible par 7.

   (b) Le nombre 5 292 est-il divisible par 7 ? Répondre en appliquant, plusieurs fois si nécessaire, le critère précédent.

$$529 - 2 \times 2 = 525$$
$$52 - 2 \times 5 = 42$$

   Or $42 = 6 \times 7$ donc 42 est un multiplie de 7.
   Nous en déduisons que 525 est un multiple de 7.
   Nous en déduisons enfin que

   5 292 est un multiple de 7.

(c) Pour déterminer si 1 138 984 est divisible par 7, on utilise le critère précédent à l'aide d'un tableur. On rappelle que la fonction ENT renvoie la partie entière d'un nombre.

B1 =ENT(A1/10)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1138984 | 113898 | 4 | 113890 |
| 2 | 113890 | 11389 | 0 | 11389 |
| 3 | 11389 | 1138 | 9 | 1120 |
| 4 | 1120 | 112 | 0 | 112 |
| 5 | 112 | 11 | 2 | 7 |

Dans la cellule `B1` on a saisi la formule : « = `ENT(A1/10)` ».
Observer la feuille de calcul puis indiquer des formules ayant pu être saisies dans les cellules `C1` et `D1` qui, étirées vers le bas de la feuille de calcul, permettent d'obtenir directement la feuille de calcul ci-dessus.

Dans `C1` : « = `A1` − 10 ∗ `B1` ».

Dans `D1` : « = `B1` − 2 ∗ `C1` ».

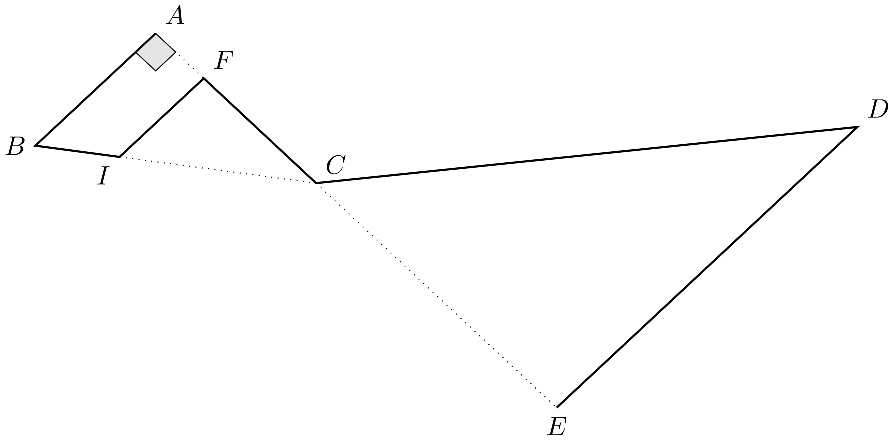
(d) Le nombre 1 138 984 est-il divisible par 7 ? Justifier en interprétant les résultats fournis par la feuille de calcul.

Le 7 (visible dans la cellule `D5`) est divisible par 7 donc il en est de même successivement pour 112, 1 120, 11 389, 113 890 et enfin 1 138 984.

1 138 984 est un multiple de 7.

## Exercice 2.

1. Nadia se prépare pour le cross organisé par son école dont le parcours, $ABIFCDE$, est représenté ci-dessous.




Les droites $(AE)$ et $(BD)$ se coupent en $C$.
$F \in [AC]$ et $I \in [BC]$.
Les droites $(AB)$, $(FI)$ et $(DE)$ sont parallèles.
$ABC$ est un rectangle en $A$.
$AB = 300$ m ; $AC = 400$ m ; $CD = 1250$ m et $IC = 350$ m.

(a) Déterminer la longueur $BC$.

Calculons $BC$.

Toutes les longueurs considérées sont exprimées dans la même unité, le mètre, on peut donc ne pas l'indiquer dans nos calculs sans que cela soit source d'erreur.

Puisque $ABC$ est rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Autrement dit

$$\begin{aligned} BC^2 &= 300^2 + 400^2 \\ &= 250\,000 \end{aligned}$$

Puisque $BC$ est une longueur c'est un nombre positif et donc

$$BC = \sqrt{250\,000}$$

$$BC = 500 \text{ m.}$$

(b) Déterminer les longueurs $IF$ et $CF$.

Calculons $CF$.

* $C$, $I$, $B$ d'une part et $C$, $I$, $B$ d'autre part sont alignés dans cet ordre (puisque $F \in [AC]$ et $I \in [BC]$). Ainsi nous avons une configuration de Thalès.
* $(AB) \parallel (FI)$.

Des deux points précédents nous déduisons, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CF}{AC} = \frac{IC}{BC}.$$

Autrement dit :

$$\frac{CF}{400} = \frac{350}{500}$$

Donc

$$\frac{CF}{400} \times 400 = \frac{350}{500} \times 400$$
$$CF = \frac{350}{500} \times 400$$

$$CF = 280 \text{ m.}$$

Calculons $IF$.

De même que ci-dessus

$$\frac{IF}{AB} = \frac{IC}{BC}.$$

Autrement dit :

$$\frac{IF}{300} = \frac{350}{500}$$

Donc

$$IF = \frac{350}{500} \times 300$$

$$\boxed{IF = 210 \text{ m.}}$$

(c) Déterminer la longueur $ED$.

Calculons $ED$.

* $B$, $C$, $D$ d'une part et $A$, $C$, $E$ d'autre part sont alignés dans cet ordre (puisque les droites $(AE)$ et $(BD)$ se coupent en $C$). Ainsi nous avons une configuration de Thalès.
* $(AB) \parallel (ED)$.

Des deux points précédents nous déduisons, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{ED}{AB} = \frac{CD}{BC}.$$

Autrement dit :

$$\frac{ED}{300} = \frac{1250}{500}$$

Donc

$$ED = \frac{1250}{500} \times 300$$

$$\boxed{ED = 750 \text{ m.}}$$

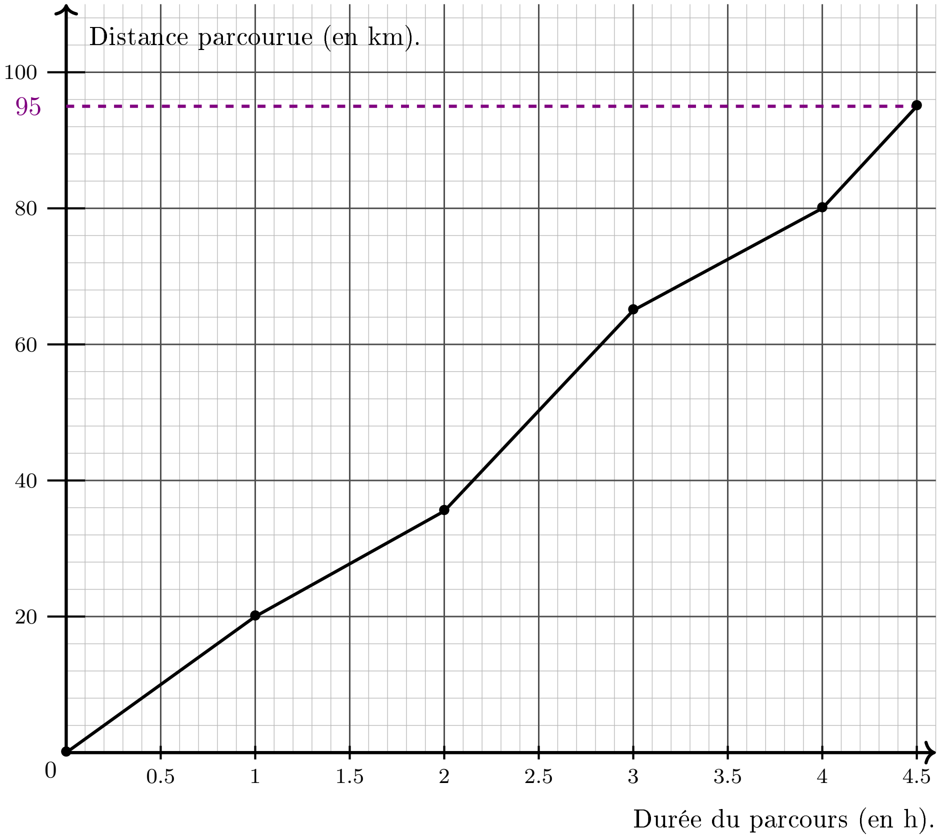
(d) Calculer la longueur du parcours $ABIFCDE$.

Calculons la longueur $\ell$ de la ligne brisée $ABIFCDE$.

$$\begin{aligned}\ell &= AB + BI + IF + FC + CD + DE \\ &= 300 + (BC - IC) + 210 + 280 + 1250 + 750 \\ &= 300 + (500 - 350) + 210 + 280 + 1250 + 750\end{aligned}$$

$\ell = 2940$ m.

2. Quentin, un adolescent de 16 ans, fait du vélo. On a représenté ci-dessous la distance parcourue en fonction de la durée de parcours lors de sa dernière sortie.



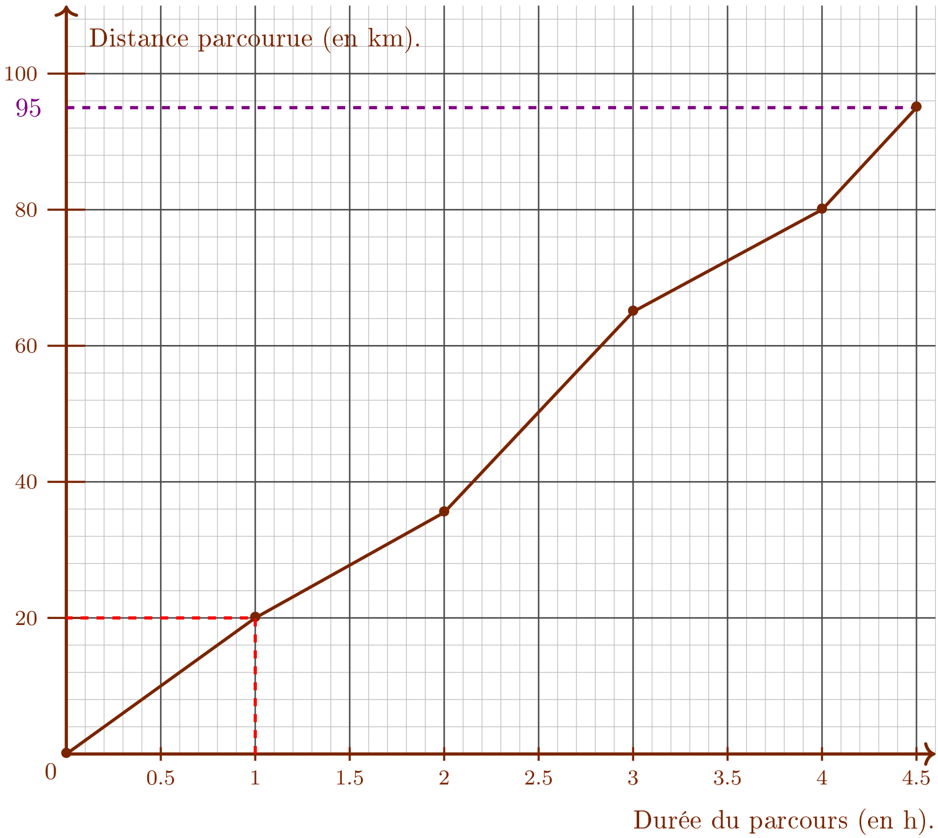

(a) La durée du parcours en heure est-elle proportionnelle à la distance parcourue en kilomètre ? Justifier.

Les fonctions qui représente les situations de proportionnalité sont les fonctions linéaires. Or les courbes représentatives de fonctions linéaires sont des droites passant par l'origine du repère.
La courbe n'étant pas une droite

il n'y a pas proportionnalité entre la durée et la distance parcourue.

Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par le graphique.

(b) Quelle distance Quentin a-t-il parcouru en 1 h ?




En une heure il a parcouru 20 km.

(c) Déterminer la vitesse moyenne de Quentin durant la première heure, en mètre par seconde, avec un arrondi au centième.

Déterminons la vitesse moyenne, $v_1$, pendant la première heure.

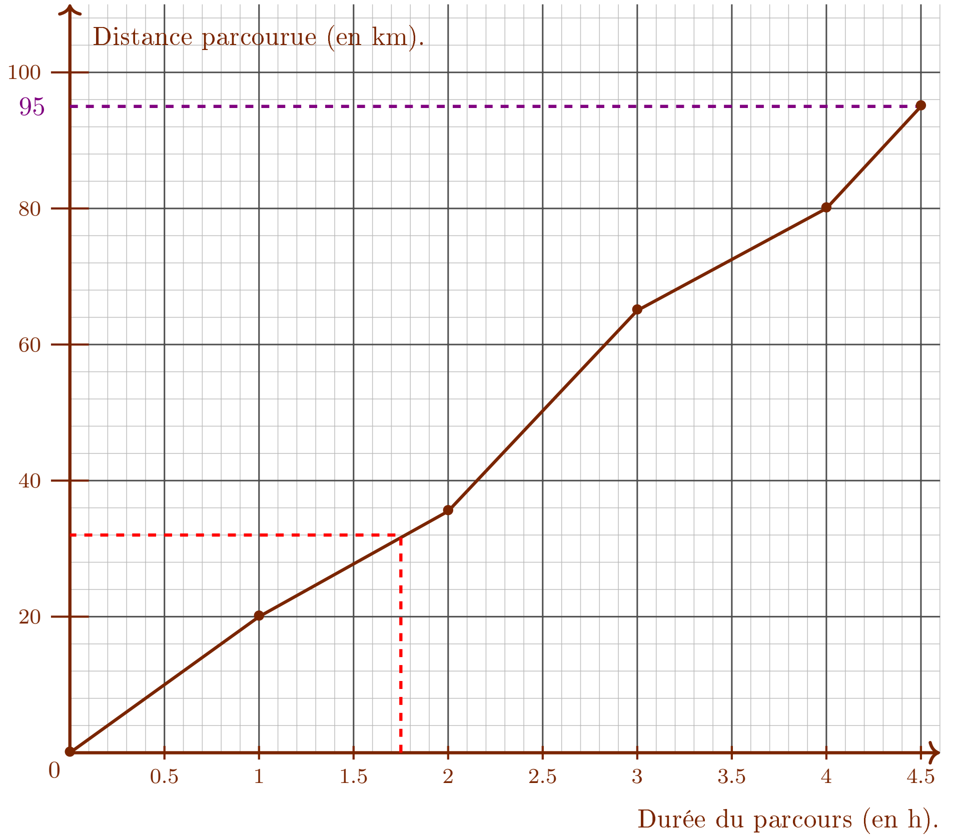
$$\begin{aligned}
v_1 &= \frac{20\ \text{km}}{1\ \text{h}}\\
&= \frac{20 \times 1000\ \text{m}}{1 \times 60\ \text{min}}\\
&= \frac{20000\ \text{m}}{60 \times 60\ \text{s}}\\
&= \frac{50}{9}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\\
&\approx 5{,}555\ \text{m/s en tronquant,}
\end{aligned}$$

donc en arrondissant au centième

$$\boxed{v_1 \approx 5{,}56\ \text{m/s}.}$$

(d) Quelle distance Quentin a-t-il parcouru en 1 h 45 ?

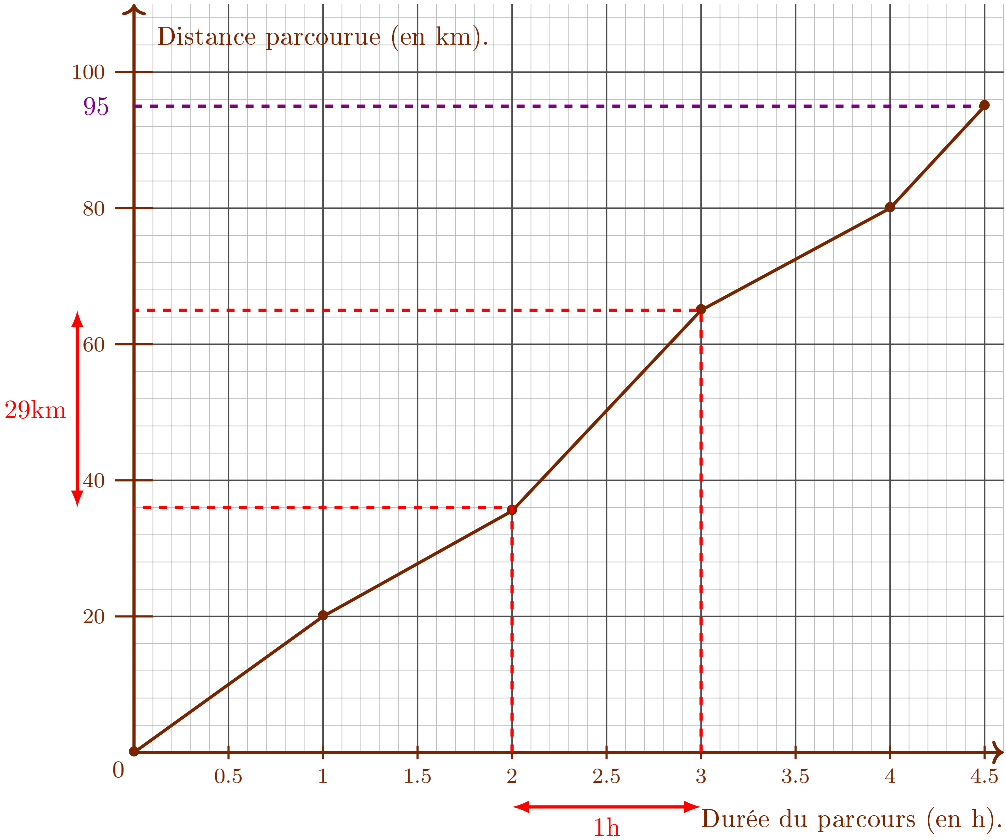
1 h 45 = 1,75 h.




En 1 h 45 il a parcouru 32 km.

(e) Estimer la vitesse de Quentin durant la troisième heure de son parcours, en kilomètre par heure.

Déterminons la vitesse, $v_2$, pendant la troisième heure.




$$v_2 = \frac{29 \text{ km}}{1\text{km}}$$

$$\boxed{v_2 = 29 \text{ km/h.}}$$

(f) Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40 % à sa vitesse moyenne lors de la première heure ? Justifier.

Comparons $v_1$ et $v_2$.

Calculons le taux d'évolution entre ces deux vitesses exprimé en pourcentage :

$$\begin{aligned} t &= \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100 \\ &= \frac{29 - 20}{20} \times 100 \\ &= 45 \end{aligned}$$

Autrement dit $t > 40$.

Sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40 % à sa vitesse moyenne lors de la première heure.

(g) Quelle est la vitesse moyenne de Quentin lors de cette sortie, en kilomètre par heure, avec un arrondi au centième.

Déterminons la vitesse moyenne $v_3$ durant la sortie.

$$\begin{aligned} v_3 &= \frac{95 \text{ km}}{4{,}5 \text{ h}} \\ &= \frac{19}{9} \frac{\text{km}}{\text{h}} & \approx 2{,}111 \text{ en tronquant} \end{aligned}$$

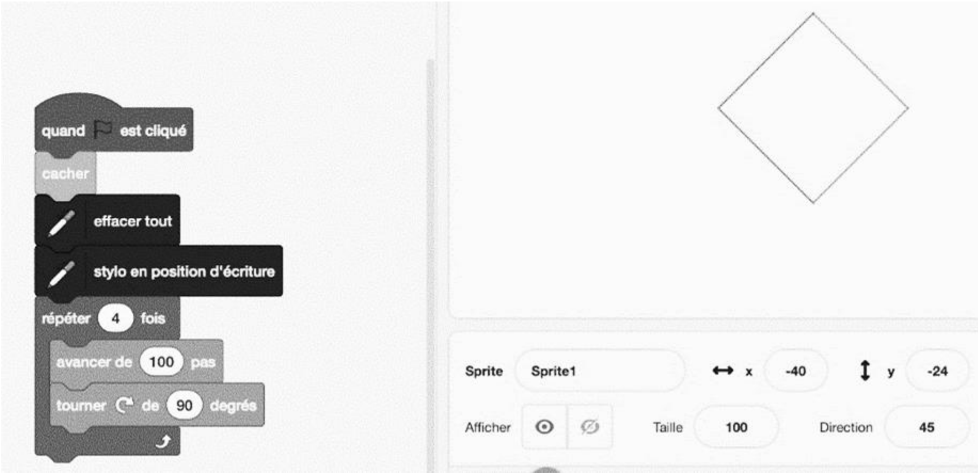
donc

$$v_3 \approx 2{,}11 \text{ km/h}.$$

## Exercice 3.

Un enseignant de CM2 souhaite créer avec ses élèves des décorations pour la salle de classe.

1. Un premier groupe fabriquera une guirlande constituée d'un motif proposé par l'enseignant dans le script ci-dessous.




En voyant apparaître la figure,

- Pierre dit : « c'est un losange ».
- Ana dit : « ce n'est pas un rectangle ».
- Karim dit : « c'est un quadrilatère ».
- Lucie dit : « c'est un carré ».

En utilisant le script et les propriétés des quadrilatères, dire si chaque affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

- Puisque la figure à quatre côtés

  l'affirmation « c'est un quadrilatère » est vraie.

- Puisque le quadrilatère à quatre côtés de même longueur, 100 pas

  l'affirmation « c'est un losange » est vraie.

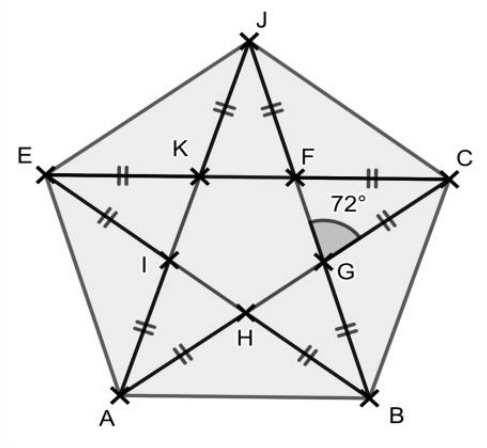
- Puisque le quadrilatère a trois angles droits (de 90°)

  l'affirmation « c'est un rectangle » est vraie.

- Puisque le quadrilatère est à la fois un losange et un rectangle

  l'affirmation « c'est un carré » est vraie.

2. Un second groupe fabriquera des étoiles. L'enseignant leur a montré comment dessiner une étoile à cinq branches sur GeoGebra en utilisant un pentagone :




Pour pouvoir construire des pentagones avec la règle et le compas, il propose le programme de construction ci-dessous.

| |
|---|
| Tracer un segment [RS].<br>Placer le point $O$ au milieu du segment $[RS]$.<br>Tracer le cercle de diamètre $[RS]$.<br>Soit $L$ un point de ce cercle tel que $(OL) \perp (RS)$.<br>Placer le point $I$ au milieu du segment $[OS]$.<br>Le cercle de centre $I$ et de rayon $IL$ coupe le segment $[RO]$ en $D$.<br>$LD$ est la longueur des côtés du pentagone régulier inscrit dans le cercle de diamètre $[RS]$, placer les 5 sommets du pentagone sur le cercle.<br>Construire le pentagone. |

La longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à la longueur du segment $[RS]$ choisi au départ. En choisissant un segment $[RS]$ de longueur 4 cm, on obtient un pentagone dont les côtés mesurent $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ cm.

(a) Montrer que pour obtenir un pentagone dont les côtés mesurent 7 cm, il faut commencer par construire un segment $[RS]$ mesurant environ 11,9 cm.

Déterminons $RS$ de sorte que les cotés mesurent 7 cm.

Puisque la longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à $RS$ nous avons le tableau de proportionnalité suivant, où toutes les longueurs sont exprimées en centimètres :

| $RS$ | 4 | $x$ |
|---|---|---|
| Côté | $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ | 7 |

À l'aide d'un produit en croix :

$$x = \frac{4 \times 7}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$$
$$\approx 11{,}909 \text{ en tronquant.}$$

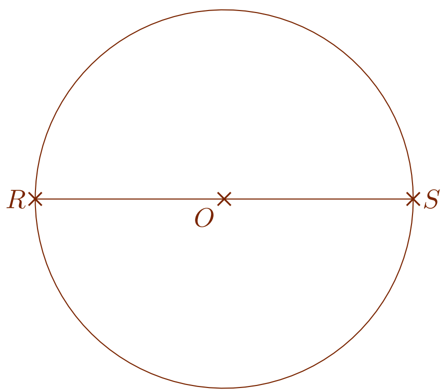
Pour que le côté mesure 7 cm il faut que $RS \approx 11{,}9$ cm.

(b) En utilisant le programme de construction précédent, construire un pentagone régulier $LMNPQ$ dont les côtés mesurent 7 cm.

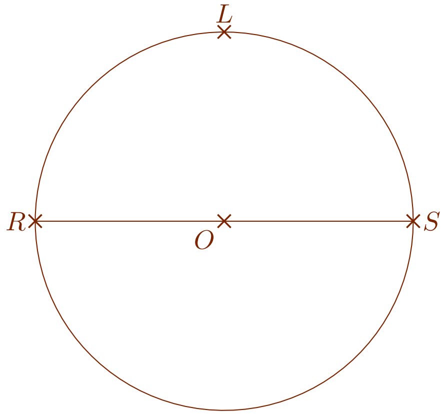
Tracer un segment [RS].
*Avec* $RS = 12$ cm.


Placer le point $O$ au milieu du segment $[RS]$.

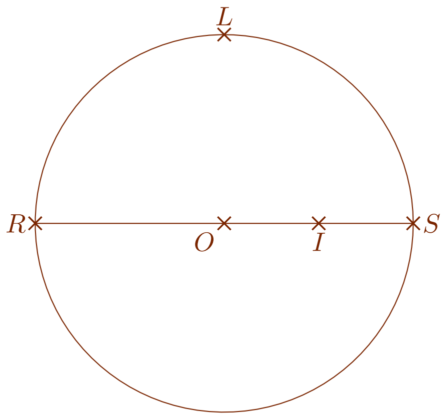

Tracer le cercle de diamètre $[RS]$.



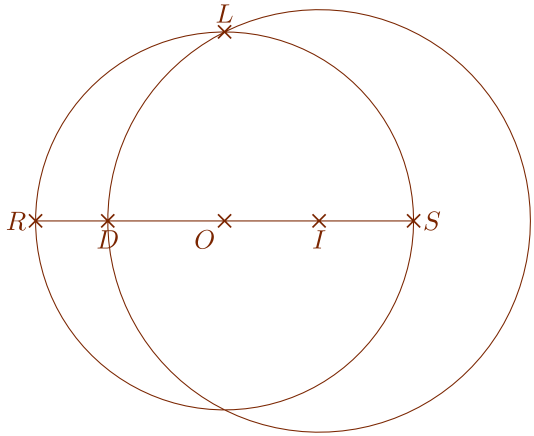

Soit $L$ un point de ce cercle tel que $(OL) \perp (RS)$.



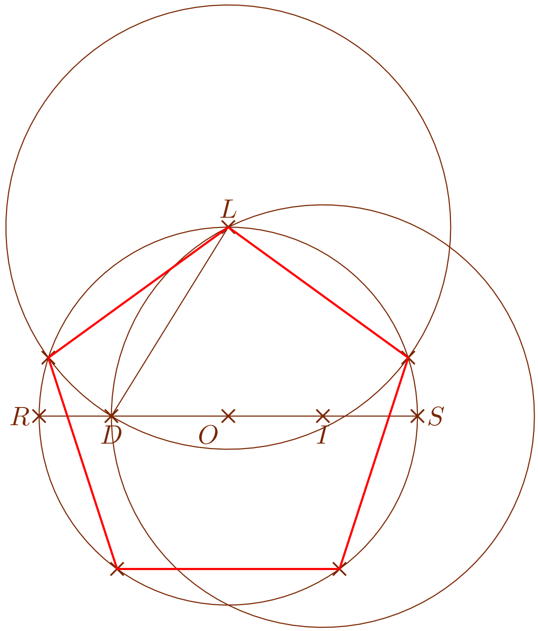

Placer le point $I$ au milieu du segment $[OS]$.



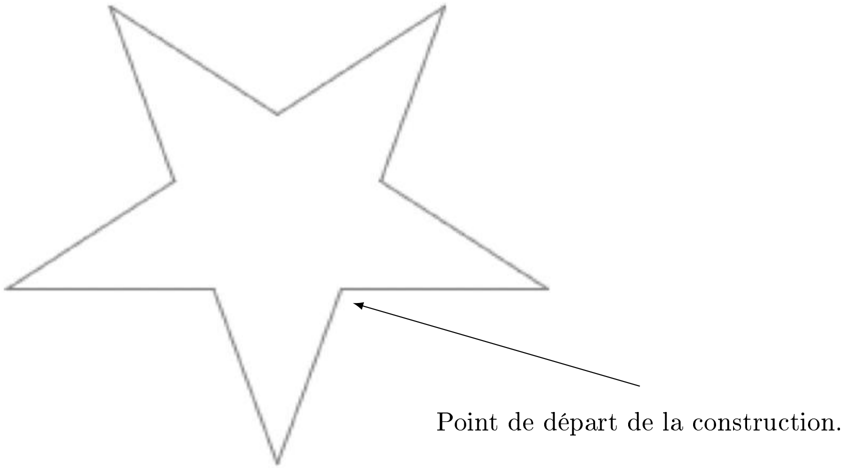

Le cercle de centre $I$ et de rayon $IL$ coupe le segment $[RO]$ en $D$.




$LD$ est la longueur des côtés du pentagone régulier inscrit dans le cercle de diamètre $[RS]$, placer les 5 sommets du pentagone sur le cercle.




Puis, il leur montre l'étoile à cinq branches ci-dessous, obtenue en utilisant le logiciel Scratch :




(c) Recopier et compléter les lignes 7 et 9 du script utilisé pour construire l'étoile.

*On rappelle que lorsque le lutin est orienté à 90° cela signifie qu'il va se déplacer vers la droite.*

Ligne 7 ⟶

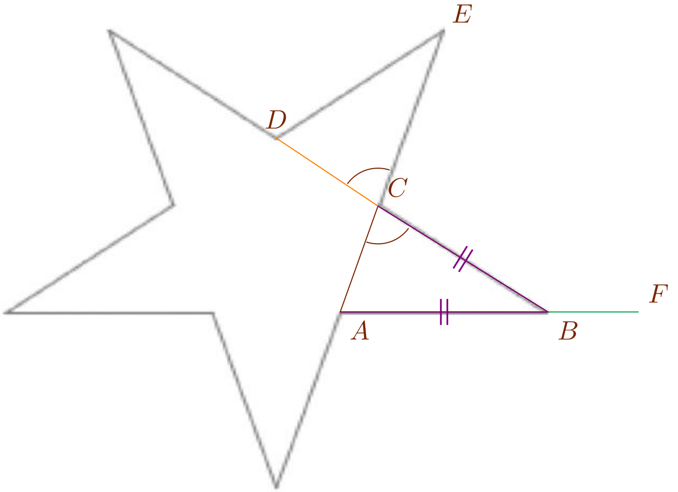
Ligne 9 ⟶


(d) Quel est le périmètre, en pas, de cette étoile ?

L'étoile est formée de 10 segments faisant tous 80 pas donc

L'étoile a un périmètre de 800 pas.

(e) L'enseignant souhaite doubler le périmètre de son étoile. Recopier les quatre lignes à l'intérieur du bloc « répéter », ligne 8 à 11, en apportant les modifications nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.




D'après le programme fourni $\widehat{DCE} = 72°$ donc $\widehat{ACB} = 72°$.
Comme $ABC$ est isocèle en $B$, $\widehat{CAB} = 72°$.
Puisque la somme des mesures des angles d'un triangle égale 180°, $\widehat{ABC} = 180° - 72° - 72° = 36°$.
Finalement $\widehat{FBC} = 180° - 36° = 144°$.

```
avancer de (160) pas
tourner ↺ de (144) degrés
avancer de (160)
tourner ↺ de (72) degrés
```

## Exercice 4.

Dans une classe de Grande Section, l'enseignant propose à ses élèves le jeu suivant dans lequel il s'agit d'être le premier à avoir exactement 15 jetons (source : *Découvrir les maths GS* - Éditions Hatier). Chaque élève lance deux dés bien équilibrés, identiques, à 6 faces numérotées de 1 à 6.

Il considère les deux nombres indiqués sur les faces supérieures de chacun des dés.

Lorsque les deux dés indiquent le même nombre, l'élève prend autant de jetons que l'indique l'un des deux dés. Sinon, il prend autant de jetons que le plus grand des deux nombres ou le double de jetons du plus petit.

Après avoir lancé les dés, un élève a la possibilité de passer son tour. Dans ce cas, il ne prend aucun jeton.

1. Un élève lance les deux dés ; il obtient un 3 et un 2. Combien de jetons peut-il prendre ? Donner tous les cas possibles.

   Les deux nombres étant distincts il peut prendre le nombre de jeton égale soit au plus grand des deux nombres obtenus, c'est-à-dire 3, soit le double du plus petit donc $2 \times 2 = 4$, soit encore passer son tour et n'obtenir aucun jeton.

   L'ensemble des cas possibles est $\{3; 4; 0\}$.

2. Dresser la liste des tirages permettant d'obtenir 3 jetons.

   En distinguant les deux dés, un tirage est assimilable à un couple de nombre entiers compris (au sens large) entre 1 et 6. Par exemple (1,3) représente l'événement obtenir 1 avec le premier dé et 3 avec le second.

   Intuitivement :

   L'ensemble des tirages permettant d'obtenir 3 est $\{(1{,}3),(2{,}3),(3{,}3),(3{,}2),(3{,}1)\}$.

   Pour s'en convaincre nous pouvons représenter dans un tableau double entrée le nombre de jetons obtenus en fonction des résultats des dés (sans tenir compte de la possibilité de passer son tour qui rajouterai un zéro dans chaque casse du tableau.

| $D_1$ \ $D_2$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 / 3 | 2 / 4 | 2 / 5 | 2 / 6 |
| 2 | 2 | 2 | 4 / 3 | 4 | 4 / 5 | 4 / 6 |
| 3 | 3 / 2 | 3 / 4 | 3 | 6 / 4 | 6 / 5 | 6 |
| 4 | 4 / 2 | 4 | 4 / 6 | 4 | 8 / 5 | 8 / 6 |
| 5 | 5 / 2 | 5 / 4 | 5 / 6 | 5 / 8 | 5 | 10 / 6 |
| 6 | 6 / 2 | 6 / 4 | 6 | 6 / 8 | 6 / 10 | 6 |

3. Un élève lance les deux dés.

(a) Montrer que la probabilité de l'événement « les nombres obtenus sont un 3 et un 2 » est $\dfrac{1}{18}$.

Notons $A$ : « les nombres obtenus sont un 3 et un 2 ».

Calculons $\mathbb{P}(A)$.

Les deux dés étant bien équilibrés il semble naturel de modéliser la situation en choisissant pour univers l'ensemble des 36 couples de nombres que donnent les dés et pour loi de probabilité la loi uniforme (équiprobabilité).
Il y a équiprobabilité, l'univers comporte 36 issues et $A = \{(2,3),(3,2)\}$ est réalisé par deux issues donc

$$\mathbb{P}(A) = \frac{2}{36}.$$

$$\boxed{\mathbb{P}(A) = \tfrac{1}{18}.}$$

(b) Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des nombres obtenus est 3 » ?

Notons $B$ : « au moins un des nombres obtenus est 3 ».

Calculons $\mathbb{P}(B)$.

Il y a équiprobabilité, l'univers comporte 36 issues et

$$B = \{(1{,}3),(2{,}3),(3{,}3),(4{,}3),(5{,}3),(6{,}3),(2{,}6),(3{,}5),(3{,}4),(3{,}2),(3{,}1)\}$$

est réalisé par 11 issues donc

$$\boxed{\mathbb{P}(B) = \frac{11}{36}.}$$

(c) Quelle est la probabilité de l'événement « les nombres obtenus permettent de prendre 4 jetons » ?

Notons $C$ : « les nombres obtenus permettent de prendre 4 jetons ».

Calculons $\mathbb{P}(C)$.

Il y a équiprobabilité, l'univers comporte 36 issues et, d'après ce tableau

| $D_1$ \ $D_2$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 \ 3 | 2 \ 4 | 2 \ 5 | 2 \ 6 |
| 2 | 2 | 2 | 4 \ 3 | 4 | 4 \ 5 | 4 \ 6 |
| 3 | 3 \ 2 | 3 \ 4 | 3 | 6 \ 4 | 6 \ 5 | 6 |
| 4 | 4 \ 2 | 4 | 4 \ 6 | 4 | 8 \ 5 | 8 \ 6 |
| 5 | 5 \ 2 | 5 \ 4 | 5 \ 6 | 5 \ 8 | 5 | 10 \ 6 |
| 6 | 6 \ 2 | 6 \ 4 | 6 | 6 \ 8 | 6 \ 10 | 6 |

$C$ est réalisé par 13 issues donc

$$\boxed{\mathbb{P}(C) = \frac{13}{36}.}$$

4. Après un nouveau lancer des deux dés, un élève a pris 3 jetons. Au lancer suivant, la probabilité qu'il prenne de nouveau 3 jetons augmente-t-elle, reste-t-elle identique ou diminue-t-elle par rapport à la probabilité d'avoir pris 3 jetons au tirage précédent ? Justifier.

Il n'y a aucun lien entre deux lancés de dé. Les lancés sont indépendants. Ces sont des expériences aléatoires indépendantes et par conséquent la probabilité reste identique.

5. En fin de partie, un élève possède 12 jetons. Lors de son lancer de dés, il obtient un 1 et un 4. Pourquoi est-il préférable pour lui de passer son tour ?

   Il peut prendre $2 \times 1 = 2$ jetons ou 4 jetons.

   Il ne peut pas prendre 4 jetons puisqu'il a déjà 12 jetons et qu'il dépasserait l'objectif de 15 jetons.

   S'il prend les 2 jetons il en aura maintenant 14 et il devra n'en obtenir qu'un seul ensuite. Or la probabilité d'obtenir un seul jeton est de $\frac{1}{36}$ et celle d'obtenir directement 3 jetons est bien plus élevée.

   Il est préférable qu'il passe son tour en espérant obtenir un 3 au tour suivant.

## Exercice 5.

*Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.*

**Affirmation 1 :** « 257 est un nombre décimal. »

257 admet une écriture décimale dont la partie décimale ne comporte que des 0.

On peut aussi bien argumenté que 257 peut s'écrire comme une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 puisque : $257 = \frac{257}{10^0}$.

L'affirmation 1 est vraie.

**Affirmation 2 :** « $\dfrac{7}{3} - 8$ est un nombre rationnel. »

La somme (ou différence) de deux nombres rationnels est un nombre rationnel. Nous pouvons le vérifier dans ce cas particulier.

$$\begin{aligned}\frac{7}{3}-8 &= \frac{7}{3}-\frac{8}{1}\\ &= \frac{7}{3}-\frac{8\times 3}{1\times 3}\\ &= \frac{7}{3}-\frac{24}{3}\\ &= \frac{7-24}{3}\\ &= \frac{-17}{3}\end{aligned}$$

Nous avons obtenu un quotient d'entiers donc il s'agit bien d'une fraction ;

$$\boxed{\text{L'affirmation 2 est vraie.}}$$

**Affirmation 3 :** « la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de trois. »

Quelques essais permettent de conjecturer que le résultat est vrai. Démontrons-le.

Démontrons que l'affirmation est vraie.

Soit $n$ un nombre entier. Les nombres entiers qui le suivent sont $n+1$ et $n+2$.
Considérons leur somme :

$$\begin{aligned}n+(n+1)+(n+2) &= n+n+1+n+2\\ &= 3n+3\times 1\\ &= 3n+3\times 1\\ &= 3(n+1)\end{aligned}$$

On a montré que, pour tout entier $n$, $n+(n+1)+(n+2)$ est un multiple de 3.

$$\boxed{\text{L'affirmation 3 est vraie.}}$$

**Affirmation 4 :** « l'équation $(x+1)(x-2)=(x-3)(x+4)$ admet un nombre entier comme solution. »

Résolvons l'équation.

$$(x+1)(x-2) = (x-3)(x+4)$$

équivaut successivement à :

$$(x+1)(x-2) - (x-3)(x+4) = 0x \times x + x \times (-2) + 1 \times x + 1 \times (-2) - (x \times x +$$
$$x^2 - 2x + x - 2 - (x^2 + 4x - 3x - 12) = 0$$
$$x^2 - x - 1 - (x^2 + x - 12) = 0$$
$$x^2 - x - 1 - x^2 - x + 12 = 0$$
$$-2x + 11 = 0$$
$$-2x = -11$$
$$x = \frac{-11}{-2}$$
$$x = \frac{11}{2}$$

Puisque $\frac{11}{2}$ est une forme irréductible nous pouvons conclure

L'affirmation 4 est fausse.

**Affirmation 5 :** « augmenter une quantité de 15 % puis de 10 % revient à l'augmenter de son quart.

Calculons le taux d'évolution global correspondant aux deux augmentations.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 15 % est

$$\begin{aligned} CM_1 &= 1 + \frac{t}{100} \\ &= 1 + \frac{15}{100} \qquad = 1{,}15 \end{aligned}$$

De même pour une hausse de 10 % le coefficient multiplicateur est $CM_2 = 1{,}1$.
Donc le coefficient multiplicateur global des deux hausses successives est

$$\begin{aligned} CM_g &= CM_1 \times CM_2 \\ &= 1{,}15 \times 1{,}1 \\ &= 1{,}265 \end{aligned}$$

Donc le taux d'évolution global en pourcentage est de

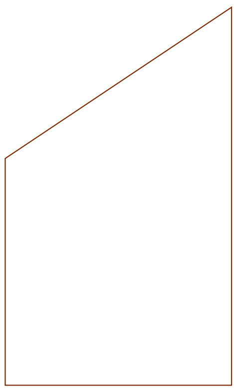
$$\begin{aligned} t_g &= 100 \times (CM_g - 1) \\ &= 100 \times (1{,}265 - 1) \\ &= 26{,}5 \end{aligned}$$

Or les taux d'évolution correspondant à une augmentation d'un quart est 25 % donc

l'affirmation 5 est fausse.

**Affirmation 6 :** « un quadrilatère ayant un angle droit est un rectangle. »

Donnons un contre-exemple



L'affirmation 6 est fausse.

**Affirmation 7 :** « un triangle rectangle peut être équilatéral. »

L'un des angles d'un triangle rectangle a forcément une mesure de 90°.
Tous les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°.

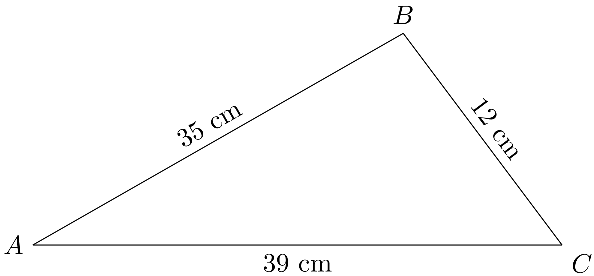
L'affirmation 7 est fausse.

**Affirmation 8 :** « par la fonction $f$ définie par $f(x) = -3x + 1$, l'antécédent de 4 est $-11$. »

$f(-11) = -3 \times (-11) + 1 = 34 \neq 4$ donc $-11$ n'est pas un antécédente de 4 par $f$ et donc

l'affirmation 8 est fausse.

**Affirmation 9 :** « le triangle ABC, schématisé ci-dessous, est rectangle. »




Déterminons si $ABC$ est rectangle.

Le plus grand côté de $ABC$ est $[AC]$ donc s'il est rectangle ce ne peut être qu'en $B$.
Le problème se ramène à déterminer si $ABC$ est rectangle en $B$.
D'une part $AB^2 + BC^2 = 35^2 + 12^= 1329$ et d'autre part $39^2 = 1521$ donc, d'après la contraposée du théorème de Pythagore $ABC$ n'est pas rectangle en $B$.
Et donc il n'est âs rectangle (tout court).

L'affirmation 9 est fausse.

**Affirmation 10 :** « si on multiplie par 3 les longueurs des côtés d'un rectangle, alors son aire est également multipliée par 3. »

Il s'agit d'un résultat classique : si les dimensions d'une surface sont multipliées par 3 alors son aire est multipliée par $3^2 = 9$. C'est un résultat évident sur un carré un peu moins sur un triangle.
Toujours est-il que l'aire n'est pas multipliée par 3.

L'affirmation 10 est fausse.