

Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : [pdf](#).

Durée : 3 heures.

Épreuve notée sur 20.

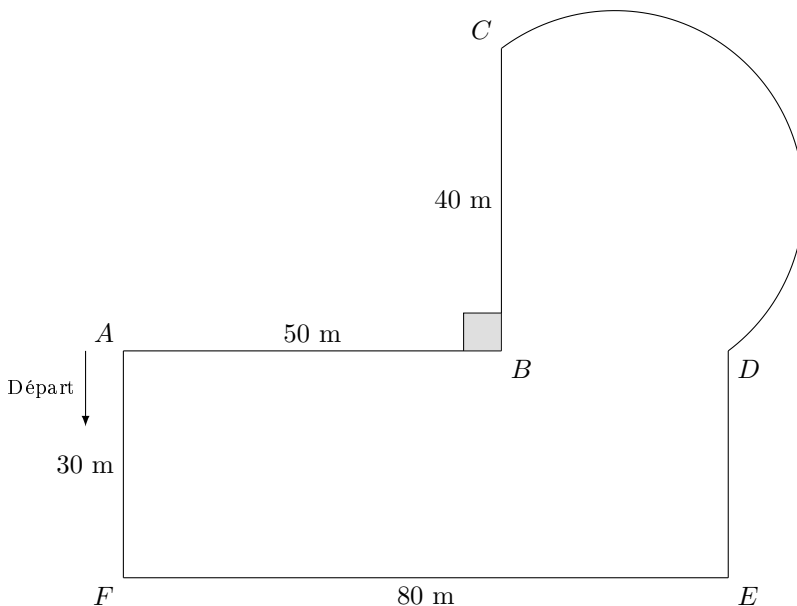
Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.

Exercice 1.

Une directrice d'école primaire souhaite inscrire les élèves de l'école à une course solidaire d'action contre la faim afin de les sensibiliser à la sous-nutrition dans le monde.

Il s'agit pour chaque élève de faire le plus de tours possible d'un parcours prédéfini. Pour chaque tour effectué, l'élève récolte une somme d'argent fixe qui sera versée à l'association caritative.

La directrice décide de faire courir les élèves dans la cour de l'école, le long d'un parcours schématisé ci-dessous. Une partie du parcours est constituée d'un demi-cercle de diamètre $[CD]$ et les longueurs sont données en mètre.



Les points A , B et D sont alignés et le quadrilatère $AFED$ est un rectangle. Les élèves partent du point A et se déplacent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

On a : $AB = 50$ m ; $BC = 40$ m ; $EF = 80$ m et $FA = 30$ m.

1. Calculer la longueur du segment $[CD]$.
2. Montrer que la longueur du parcours, arrondie au mètre, est 309 m. On utilisera cette valeur dans la suite de l'exercice.
3. Construire un plan du parcours à l'échelle 1/800.
4. Killian a effectué un tour complet en 3 minutes.
À quelle vitesse moyenne Killian a-t-il couru ? On donnera le résultat en mètre par seconde arrondi au centième, puis en kilomètre par heure, arrondi au dixième.
5. On suppose que Sophia court à une vitesse constante de 7 km/h.
 - (a) Combien de tours complets pourrait-elle effectuer à cette vitesse en 18 minutes ?
 - (b) On désigne par S le point du parcours où Sophia se trouve au bout de 18 minutes de course. Placer le point S sur le plan réalisé à la question 3.
6. L'école est composée de 325 élèves. Le tableau ci-dessous indique le nombre de tours complets effectués par les élèves.

Nombre de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	52	52	78	65	39	26	13

- (a) Quel est le nombre moyen de tours complets effectués ?
- (b) Quelle est l'étendue de cette série statistique ?
- (c) Déterminer la médiane de cette série statistique.
- (d) Interpréter le résultat de la question (c).

Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série.

- (e) Quel pourcentage d'élèves a réussi à faire au moins 4 tours ?

Exercice 2.

Un rectangle est défini dans le dictionnaire de la façon suivante :

« Un rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits. »

1. Un quadrilatère qui possède deux angles droits est-il un rectangle ? Justifier.
2. Dans une classe de CE2, une enseignante demande à ses élèves de compléter la phrase suivante : « Un rectangle est un quadrilatère dont ... ».

Voici deux réponses proposées :

Élève A : « Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur ».

Élève B : « Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur ».

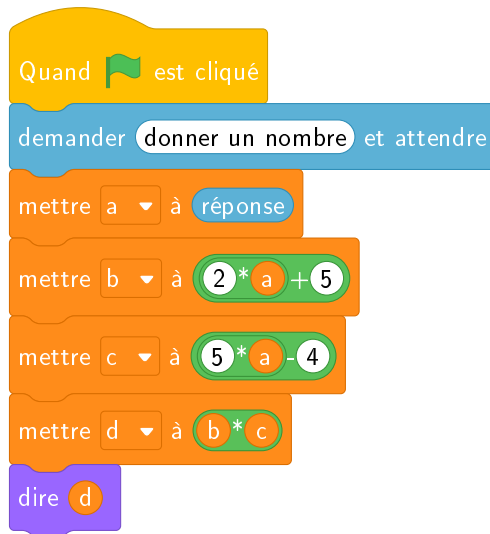
- (a) Préciser en quoi la réponse de l'élève A ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.
 - (b) Préciser en quoi la réponse de l'élève B ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.
3. Qu'elle est la nature d'un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires ?
 4. En s'appuyant sur le codage du quadrilatère ci-après dessiné à main levée, préciser la nature du quadrilatère en question en justifiant la réponse.



Exercice 3.

Voici deux programmes de calcul :

Programme A.



Programme B.

Choisir un nombre.
Prendre son double.
Ajouter 5.
Calculer le carré du résultat.
Retourner le résultat trouvé.

1. Montrer que si l'utilisateur saisit le nombre 2, alors le programme A retourne le nombre 54.
2. Calculer le résultat obtenu avec le programme A si le nombre saisi par l'utilisateur est 1,15.
3. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le nombre 0 ?
4. (a) Si l'utilisateur saisit le nombre 3, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
(b) Si l'utilisateur saisit le nombre $\frac{3}{4}$, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
5. On détermine les résultats suivants retournés par le programme B à l'aide d'une feuille de calcul automatisé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	25	49	81	121	169	225	289	361	441	
3										

- (a) Quelle cellule du tableur permet de retrouver la réponse à la question 4.a. ci-dessus ?
- (b) Quelle formule a pu être saisie dans la cellule A2 de la feuille de calcul automatisé afin de la copier-glisser sur la ligne 2 ?
6. (a) Pour quel nombre de départ le programme B retourne-t-il le nombre zéro ?
(b) Ce nombre de départ est-il rationnel ? Justifier.
(c) Ce nombre de départ est-il décimal ? Justifier.
7. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le même résultat que le programme B ?

Exercice 4.

Deux élèves de CM2, Jeanne et Teddy, jouent à la bataille navale. Il s'agit d'un jeu de société, appelé également « touché-coulé ».

Les deux joueurs doivent commencer par placer quatre navires horizontalement ou verticalement (sans chevauchement) sur leur grille de 8 lignes et 8 colonnes,

tenue secrète : 1 navire de deux cases, 2 navires de trois cases et 1 navire de quatre cases.

Ils doivent ensuite tenter de faire « couler » les navires adverses en « touchant » toutes les cases de chaque navire de l'autre joueur. Pour cela, chacun, à son tour, énonce une case de la grille, sous le format « lettre-nombre », par exemple C2.

Lorsqu'un joueur énonce une case, son adversaire répond :

- « À l'eau! », si la case énoncée est vide;
- « Touché! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si les autres parties du navire n'ont pas encore toutes été touchées;
- « Touché-coulé! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si toutes les autres parties du navire ont déjà été touchées.

Le gagnant est le joueur qui fait « couler » chez son adversaire tous les navires (au sens de toucher toutes les cases de chacun d'eux) avant que les siens ne le soient.

Voici ci-dessous la grille de Teddy : les quatre bateaux sont schématisés par des rectangles gris.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

On suppose qu'à chaque tir, Jeanne choisit au hasard et de manière équiprobable une case de la grille qu'elle n'a pas énoncée précédemment.

1. Au premier essai :

- (a) Quelle est la probabilité que Jeanne touche un bateau?
- (b) Quelle est la probabilité que Jeanne ne touche aucun bateau?
- (c) Un des bateaux a une chance sur seize d'être touché. De combien de cases est-il composé?

- (d) Jeanne choisit une case de la colonne B. Quelle est la probabilité qu'elle touche un bateau ?
2. Au premier essai de la partie, Jeanne désigne la case « E1 ». Teddy annonce « Touché ! ». Jeanne souhaite couler le bateau touché et choisit une case adjacente à la case « E1 ».
- Quelle est la probabilité qu'elle coule le bateau au coup suivant ? Justifier.
3. Teddy annonce « À l'eau ! » pour les deux premiers essais de Jeanne. Quelle est la probabilité de toucher un bateau pour son troisième essai ?

Exercice 5.

Pour choisir une unité de température, les physiciens se sont heurtés à l'absence de « température zéro » (le zéro absolu n'était pas connu à l'époque). Deux systèmes principaux ont été créés et restent utilisés : le degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$) et le degré Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$).

Voici ci-dessous une formule permettant de passer de la mesure d'une température en degré Fahrenheit (notée F) vers la mesure de la même température en degré Celsius (notée C)

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}.$$

1. En utilisant cette formule, convertir 95°F en degré Celsius.
2. En utilisant cette formule, convertir 5°C en degré Fahrenheit.

Déterminons la température F , exprimée en degré Fahrenheit, égale 5°C .

$$5 = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

équivalent successivement à :

$$5 \times \frac{9}{5} = (F - 32) \times \frac{5}{9} \times \frac{9}{5}$$

$$9 = F - 32$$

$$9 + +32 = F - 32 + 32$$

$$41 = F$$

$$5^{\circ}\text{C} = 41^{\circ}\text{F}.$$

3. Existe-t-il des températures pour lesquelles la mesure en degrés Celsius est égale à la mesure en degrés Fahrenheit ? Donner toutes les réponses possibles en justifiant.

Exercice 6.

Un professeur des écoles d'une classe de CE1 présente à ses élèves une règle de calcul qui permet de déterminer avec ses dix doigts et ses dix orteils le produit de deux nombres entiers compris entre 5 et 10 en utilisant les résultats des tables appris précédemment. Il s'appuie sur l'exemple suivant.

Effectuons 6×7 .

- Avec le pied et la main gauches, on lève les 5 orteils et 1 doigt, représentant ainsi le 6.
- Avec le pied et la main droites, on lève les 5 orteils et 2 doigts, représentant ainsi le 7.

Pour le calcul on ne regarde que les mains et on procède de la manière suivante : la somme du nombre de doigts levés nous indique un nombre de dizaines, le produit des doigts baissés nous indique un nombre d'unités. Ici on a : $(1 + 2)$ dizaines et (4×3) unités, soit encore 3 dizaines et 12 unités. On obtient donc le nombre 42.

1. Appliquer cette règle pour calculer le produit 6×8 .
2. On note g le nombre de doigts levés de la main gauche et d le nombre de doigts levés de la main droite.
 - (a) Que représentent dans ce contexte les nombres $(5 - g)$ et $(5 - d)$?
 - (b) Démontrer l'égalité : $(5 + g)(5 + d) = 10(g + d) + (5 - g)(5 - d)$.
 - (c) Conclure quant à la validité de la règle de calcul.