Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 1.

Lien vers le sujet seul : pdf.

Exercice 1.

1. Déterminons si $\widehat{CFE}$ est droit.

   D'une part :
   $$CF^2 + FE^2 = 6^2 + 3{,}2^2 = 46{,}24,$$
   et d'autre part :
   $$CE^2 = 6{,}8^2 = 46{,}24.$$
   Ainsi $CF^2 + FE^2 = CE^2$ et, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, CFE est rectangle en F.

   $\widehat{CFE}$ est pas droit.

2. Calculons la longueur de $BCEFCDB$.

   * Calculons DB.
   BCD est rectangle en B donc, d'après le théorème de Pythagore,
   $$DB^2 + BC^2 = DC^2.$$
   Nous en déduisons successivement :
   $$\begin{aligned} DB^2 + 7{,}5^2 &= 8{,}5^2 \\ DB^2 + 7{,}5^2 - 7{,}5^2 &= 8{,}5^2 - 7{,}5^2 \\ BD^2 &= 16 \end{aligned}$$
   Enfin, BD étant une longueur donc un nombre positif :
   $$BD = 4$$
   * Nous pouvons maintenant déterminer la longueur du parcours entier :
   $$\begin{aligned} BCEFCDB &= BC + CE + EF + FC + CD + DB \\ &= 7{,}5 + 6{,}8 + 3{,}2 + 6 + 8{,}5 + 4 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Le parcours fait 36 km.

3. Calculons la distance parcourue en 2 h 45 min.

La distance parcourue en 2 h 45 min à 14 km/h est

$$\begin{aligned}
d &= (2 \text{ h} + 45 \text{ min}) \times (14 \text{ km/h}) \\
&= \left(2 \text{ h} + \frac{3}{4} \text{ h}\right) \times (14 \text{ km/h}) \\
&= (2{,}75 \text{ h}) \times (14 \text{ km/h}) \\
&= 2{,}75 \times 14 \text{ h} \cdot \text{km/h} \\
&= 38{,}5 \text{ km}
\end{aligned}$$

En 2 h 45 min la classe aura fini le parcours.

Exercice 2.

1. (a) Déterminons la proportion représentée par c.

Notons T la somme totale :

$$T = a + b + c + d$$

donc

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{4} \times T + \frac{1}{3} \times T + c + c \\
T &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) T + 2c \\
T &= \frac{7}{12} T + 2c \\
T - \frac{7}{12} T &= \frac{7}{12} T + 2c - \frac{7}{12} T \\
\frac{5}{12} T &= 2c \\
\frac{1}{2} \times \frac{5}{12} T &= \frac{1}{2} \times 2c \\
\frac{5}{24} T &= c
\end{aligned}$$

c représente $\frac{5}{24}$ de la somme totale.

(b) * Puisque $c = d$

$c = 55$ €.

* Puisque c représente $\frac{5}{24}$ du total :

$$c = \frac{5}{24} \times T$$
$$\frac{24}{5} \times c = \frac{24}{5} \times \frac{5}{24} \times T$$
$$\frac{24}{5} \times 55 \text{ €} = T$$
$$264 \text{ €} = T$$

Or :

$$a = \frac{1}{4} \times T$$

donc

$$a = \frac{1}{4} \times 264 \text{ €}$$

$a = 66$ €.

* De même

$$b = \frac{1}{3} \times T$$

donc

$$b = \frac{1}{3} \times 264 \text{ €}$$

$b = 88$ €.

2. Déterminons les différentes proportions demandées.

*

$$g + h = \frac{1}{3}s$$

or $g = h$ donc

$$2g = \frac{1}{3}s$$
$$\frac{1}{2}\times 2g = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}s$$

$$\boxed{g = \frac{1}{6}s.}$$

* Puisque $g = h$

$$\boxed{h = \frac{1}{6}s.}$$

* On a

$$e + f + g + h = s$$
$$e + f + \frac{1}{3}s = s$$
$$e + f + \frac{1}{3}s - \frac{1}{3}s = s - \frac{1}{3}s$$
$$e + f = \frac{2}{3}s$$

Or $e = 3f$ donc

$$3f + f = \frac{2}{3}s$$
$$4f = \frac{2}{3}s$$
$$\frac{1}{4}\times 4f = \frac{1}{4}\times\frac{2}{3}s$$

$$\boxed{f = \frac{1}{6}s.}$$

* Puisque $e = 3f = 3 \times \frac{1}{6}s$ donc

$$e = \frac{1}{2}s.$$

Exercice 3.

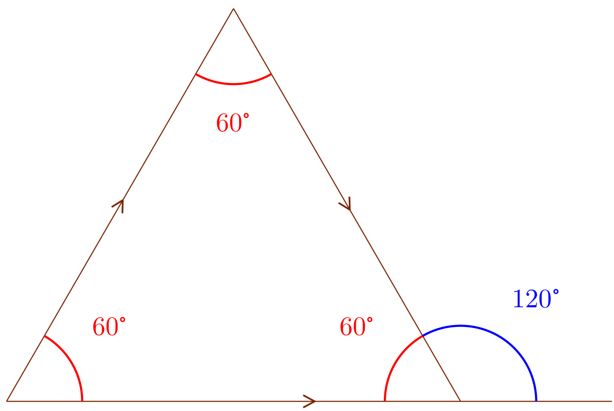
Les programmes de cet exercice sont téléchargeables ici : lien de téléchargement.

1. (a) aller à x: -75 y: 50 donc

   Le point de départ é pour coordonnées : $(-75; 50)$.

   (b) Triangle est répété 5 fois donc

   5 triangles sont dessinés par le script

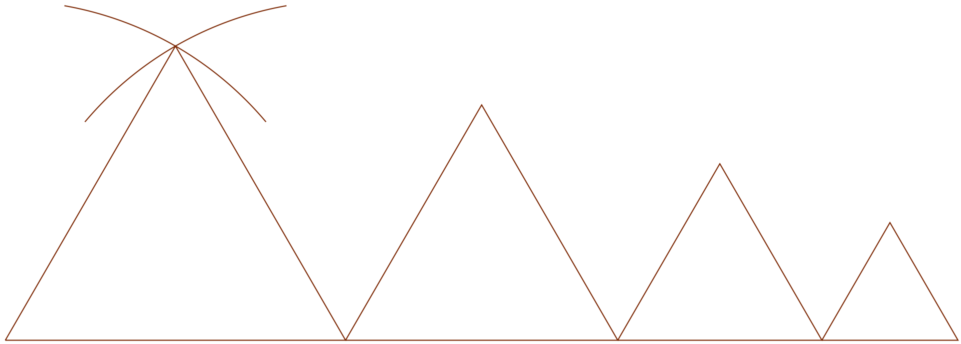


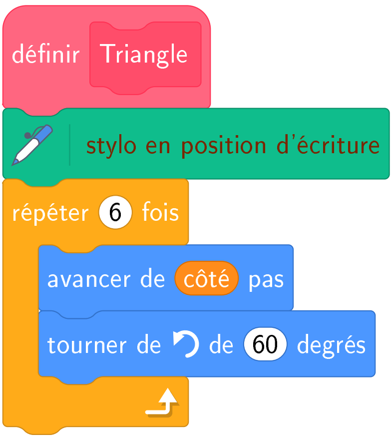
   (c)

   Les triangles dessinés sont équilatéraux.

   (d) De mettre côté à 100 puis ajouter -20 à côté nous déduisons que la longueur d'un côté du deuxième triangle est 80 pas.

2. Je n'ai pas pu faire en taille réelle. La longueur des côtés des triangles est : 5 cm, 4 cm, 3 cm, 2 cm et 1 cm.



3. 

Exercice 4.

Partie A.

1.

2. Déterminons AC.

L'aire du terrain rectangulaire est de 100 m^2 donc

$$AC \times CE = 10 \text{ m}^2$$

ce qui équivaut successivement à :

$$AC \times (6{,}5\text{ m} + 2\text{ m} + 4\text{ m}) = 100\text{ m}^2$$
$$AC \times (12{,}5\text{ m}) = 100\text{ m}^2$$
$$\frac{AC \times (12{,}5\text{ m})}{12{,}5\text{ m}} = \frac{100\text{ m}^2}{12{,}5\text{ m}}$$
$$AC = \frac{100}{12{,}5}\,\frac{\text{m}^2}{\text{m}}$$

$AC = 8$ m.

3. (a) Déterminons AD.

Puisque ACD est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore,

$$\begin{aligned} AD^2 &= AC^2 + CD^2 \\ &= 6{,}5^2 + 8^2 \\ &= 106{,}25 \end{aligned}$$

AD étant une longueur, doncun nombre positif,

$$AD = \sqrt{106{,}25}$$

$AD = \sqrt{106{,}25}$ m.

(b) Calculons la longueur, ℓ_b, de la bordure.

$$\begin{aligned} \ell_b &= AC + CD + DA \\ &= 6{,}5\text{ m} + \sqrt{106{,}25}\text{ m} + 8\text{ m} \\ &\approx 24{,}8 \text{ en tronquant} \end{aligned}$$

En arrondissant à l'unité $\ell_b \approx 24{,}8$ m.

(c) Calculons le nombre de rouleaux n_r.

Procédons à une division :

$$24{,}8 = 8 \times 4 + 0{,}8$$

Il faut 9 rouleaux pour entourer la zone 1.

4. (a) Calculons l'aire $\mathscr{A}_1$ de la zone 1.

ACD est rectangle en C donc

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_1 &= \frac{1}{2} \times CD \times CA \\ &= \frac{1}{2} \times (6{,}5 \text{ m}) \times (8 \text{ m}) \\ &= \frac{1}{2} \times 6{,}5 \times 8 \text{ m} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$\mathscr{A}_1 = 26 \text{ m}^2$.

(b) Calculons l'aire $\mathscr{A}_2$ de la zone 2.

FEB est rectangle en E donc

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_2 &= \frac{1}{2} \times FE \times EB \\ &= \frac{1}{2} \times (4 \text{ m}) \times (8 \text{ m}) \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \text{ m} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$\mathscr{A}_2 = 16 \text{ m}^2$.

(c) Calculons l'aire $\mathscr{A}_3$ de la zone 3.

L'aire de l'entrée e forme de demi-disque est $\mathscr{A}_e = \frac{1}{2} \times \pi \left(1\text{m}\right)^2 = \frac{\pi}{2}\ \text{m}^2$ donc

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_3 &= 100\ \text{m}^2 - \mathscr{A}_1 - \mathscr{A}_2 - \frac{\pi}{2}\ \text{m}^2 \\ &= 100\ \text{m}^2 - 26\ \text{m}^2 - 16\ \text{m}^2 \frac{\pi}{2}\ \text{m}^2 \\ &= \left(100 - 26 - 16 - \frac{\pi}{2}\right)\ \text{m}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}_3 = \left(58 - \tfrac{\pi}{2}\right)\ \text{m}^2.}$$

En tronquant

$$\mathscr{A}_3 \approx 56{,}42\ \text{m}^2$$

$$\boxed{\text{En arrondissant au dixième } \mathscr{A}_3 \approx 56{,}4\ \text{m}^2.}$$

5. Déterminons la masse totale m_f de fraises.

Puisqu'on peut planter 6 fraisier par mètre carré, le nombre total de fraisier est, en prenant une valeur approchée par défaut :

$$6 \times 56{,}4 \approx 338.$$

Nous en déduisons la masse totale de fraises escomptée :

$$\begin{aligned}m_f &\approx 338 \times 650\ \text{g} \\ &\approx 219700 \times \frac{1}{1000}\ \text{kg} \\ &\approx 219{,}7\ \text{kg}\end{aligned}$$

$$\boxed{m_f \approx 220\ \text{kg}.}$$

Partie B.

1. Déterminons la masse m_s de sucre.

   La masse de sucre doit représenté 55 % de la masse totale m_T autrement dit

$$m_s = \frac{55}{100} \times m_T$$

   Par conséquent la masse de fraisse représente 45 % de la masse totale :

$$\frac{45}{100} \times m_T = 25 \text{ kg}$$

   Nous pouvons en déduire la masse totale :

$$\begin{aligned} \frac{100}{45} \times \frac{45}{100} m_T &= \frac{100}{45} \times 25 \text{ kg} \\ m_T &= \frac{500}{9} \text{ kg} \end{aligned}$$

   Nous en déduisons la masse de sucre :

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{55}{100} \times \frac{500}{9} \text{ kg} \\ &= \frac{275}{9} \text{ kg} \\ &\approx 30{,}55 \text{ kg} \end{aligned}$$

   En arrondissant à l'entier par excès $m_s \approx 31$ kg.

2. Calculons le volume V_c de confiture.

Masse (en kg)	3	25
Volume (en L)	4,8	V_c

   Puisqu'il y a proportionnalité, nous pouvons utiliser un produit en croix :

$$V_c = \frac{25 \times 4{,}8}{3} \text{ L}$$

   $V_c = 40$ L.

3. Déterminons le nombre n_p de pot.

   * Le volume d'un pot, cylindrique, est

$$\begin{aligned} V_p &= \pi \left(\frac{8{,}4 \text{ cm}}{2} \right)^2 \times (11 \text{ cm}) \\ &= 194{,}04\pi \text{ cm}^3 \\ &= 194{,}04\pi \times \frac{1}{1000} \text{ L} \\ &= 0{,}19404\pi \text{ L} \end{aligned}$$

   * Le volume utilisable dans chaque pot est

$$\begin{aligned} V_u &= \frac{8}{9} \times V_p \\ &= \frac{8}{9} \times 0{,}19404\pi \text{ L} \\ &\approx 0{,}5420 \text{ L} \end{aligned}$$

   * Connaissant la contenance de chaque pot nous pouvons trouver le nombre de pots nécessaires :

$$\begin{aligned} n_p &= \frac{40 \text{ L}}{0{,}542 \text{ L}} \\ &\approx 73{,}8 \end{aligned}$$

   En arrondissant :

   Il faut prévoir 74 pots.

Exercice 5.

1. Déterminons le nombre de feuilles nécessaires.

   * La frise aura une longueur de

$$8{,}8 \text{ m} + 7 \text{ m} + 8{,}8 \text{ m} = 24{,}6 \text{ m}$$

* Nous en déduisons le nombre de feuilles nécessaires

$$\frac{24{,}6 \text{ m}}{29{,}7 \text{ cm}} = \frac{24{,}6 \times 100\text{cm}}{29{,}7 \text{ cm}}$$
$$= 82{,}828282\ldots$$

Il faudra 83 feuilles.

2. Déterminons l'échelle de la frise.

   La frise doit représenter $2023 - 476 = 1547$.
   Nous avons une situation de proportionnalité

Années	1547	1
Longueur	2460 cm	?

   En faisant un produit en croix :

$$\frac{1 \times 2460}{1547} \approx 1{,}590.$$

Chaque année sera représentée par 1,6 cm.

3. (a) En `C2` :

   $= (\texttt{B2} - 476) * 1{,}6.$

   (b) La colonne `D` indique le nombre de feuilles entières à utiliser depuis le début de la frise.

4. * La longueur de la frise jusqu'à l'année 1492 est

$$(1492 - 496) \times 1{,}6 \text{ cm} = 1593{,}6 \text{ cm}.$$

   * $8{,}8 \text{ m} = 8{,}8 \times 100 \text{ cm} = 880 \text{ cm}.$
   De même : $7 \text{ m} = 700 \text{ cm}.$
   Or $800 \text{ cm} + 700 \text{ cm} = 1500 \text{ cm} < 1593{,}6 \text{ cm}$ donc

   la date sera sur le mur sud.

Exercice 6.

1.

	Nombres d'élèves musiciens	Nombre d'élèves non-musiciens	Total
Nombre de filles	20 (1)	60 (2)	80
Nombre de garçons	16	54 (3)	70 (4)
Total	36	114	150

* Nombre de filles : 80.
* 24 % des élèves sont musiciens : $\frac{24}{100} \times 150 = 36$.
* Parmi les élèves musiciens 16 sont des garçons.

Les autres les valeurs se déduisent par sommes ou différences dans l'ordre (1), (2), (3) puis (4) (d'autres ordres sont possibles).

2. (a) Notons G l'événement « l'élève choisi est un garçon ».

Calculons $\mathbb{P}(G)$.

Modélisons l'expérience aléatoire : Ω, l'univers, est l'ensemble des élèves, et nous le munissons de l'équiprobabilité.

G est réalisé par 70 issues, Ω en en contient 150 donc

$$\mathbb{P}(G) = \frac{70}{150}.$$

Des décompositions en facteurs premiers $70 = 2 \times 5 \times$ et $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ nous déduisons la forme irréductible de la réponse :

$$\boxed{\mathbb{P}(G) = \frac{7}{15}.}$$

(b) Notons FM : « l'élève est une fille musicienne ».

Calculons $\mathbb{P}(FM)$.

FM étant réalisé par 20 issues donc

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(FM) &= \frac{20}{150} \\ &= \frac{2^2 \times 5}{2 \times 3 \times 5^2}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(FM) = \frac{2}{15}.}$$

(c) Notons M : « l'élève est un musicien ».

Calculons $\mathbb{P}(\overline{M})$.

$\overline{M}$ est réalisé par 114 issues donc

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(M) &= \frac{114}{150}\\ &= \frac{2\times 3\times 19}{2\times 3\times 5^2}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(M) = \tfrac{19}{25}.}$$

3. Avec les probabilités conditionnelles :

Calculons $\mathbb{P}_G(M)$.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}_G(M) &= \frac{\mathbb{P}(G\cap M)}{\mathbb{P}(G)}\\ &= \frac{\frac{16}{150}}{\frac{70}{150}}\\ &= \frac{16}{70}\\ &= \frac{2^4}{3\times 5\times 7}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbb{P}_G(M) = \tfrac{16}{70}.}$$

Il est possible de raisonner en changer de modélisation.
Notons Ω' l'ensemble 70 garçons et munissons-le de l'équiprobabilité.
Dans cet univers M est réalisé par 16 donc

$$\mathbb{P}'(M) = \frac{16}{70}.$$

4. Calculons la proportion de musiciennes d'instruments à vent dans l'école.

* Le nombre de filles jouant d'un instrument à vent est

$$\frac{30}{100} \times 20 = 6.$$

* La proportion représentée par les 6 filles est

$$\frac{6}{150} = \frac{1}{25}.$$

Enfin, comme $\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$.

4 % des élèves sont des filles jouant d'un instrument à vent.