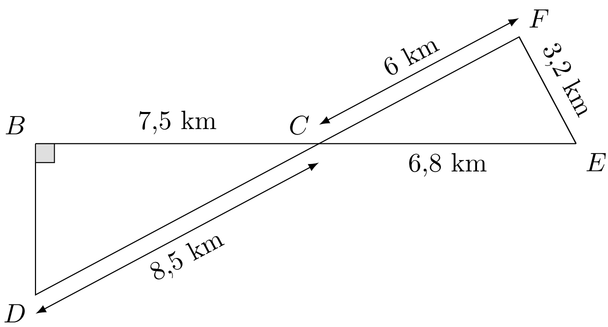
Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 1.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 3 heures.
Épreuve notée sur 20.
Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.

Exercice 1.

Un professeur des écoles, organise avec sa classe de CM1 une randonnée à vélo. Le parcours $BCEFCDB$ est représenté ci-contre.



1. Montrer que l'angle $\widehat{CFE}$ est droit.

2. Déterminer la longueur totale du parcours.

3. Sachant que la vitesse moyenne du groupe est de 14 km/h, la classe fera-t-elle le parcours en moins de 2 h 45 min ? Justifier la réponse.

Exercice 2.

1. Quatre personnes A, B, C, D se partagent une somme d'argent. On appelle a, b, c et d les montants respectivement reçus par A, B, C et D. On sait par ailleurs que :

   - a représente $\frac{1}{4}$ de la somme totale ;
   - b représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
   - C et D se partagent ce qui reste en prenant chacun le même montant.

(a) Déterminer la proportion que représente c par rapport à la somme totale.

(b) D reçoit 55 €. Déterminer les valeurs de a, b et c.

2. Quatre personnes E, F, G, H se partagent une somme d'argent s. On appelle e, f, g et h les montants respectivement reçus par E, F, G et H. On sait par ailleurs que :

   - E perçoit le triple de F ;
   - $g + h$ représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
   - $g = h$.

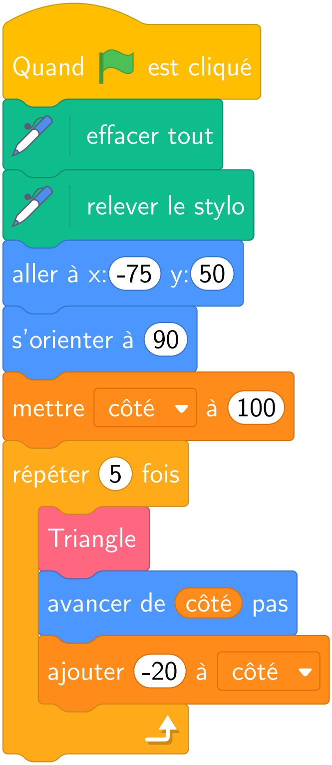
   Exprimer la part de chacun en fonction de s.

Exercice 3.

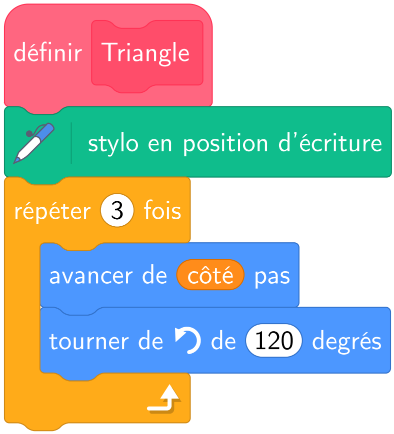
On donne le programme ci-contre qui permet de tracer des triangles de tailles différentes.

Ce programme comporte une variable nommée « côté ». Les longueurs sont données en pixels.

Script.



Bloc Triangle.



On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » signifie que l'on se dirige vers la droite.

1. Répondre aux questions suivantes sans justifier.
   L'utilisateur clique sur le drapeau.

   (a) Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?

   (b) Combien de triangles sont dessinés par le script ?

   (c) Quelle est la nature des triangles dessinés ?

   (d) Quelle est la longueur (en pas) d'un côté du deuxième triangle tracé ?

2. Tracer le dessin obtenu par ce programme en prenant comme échelle 1 cm pour 20 pas.

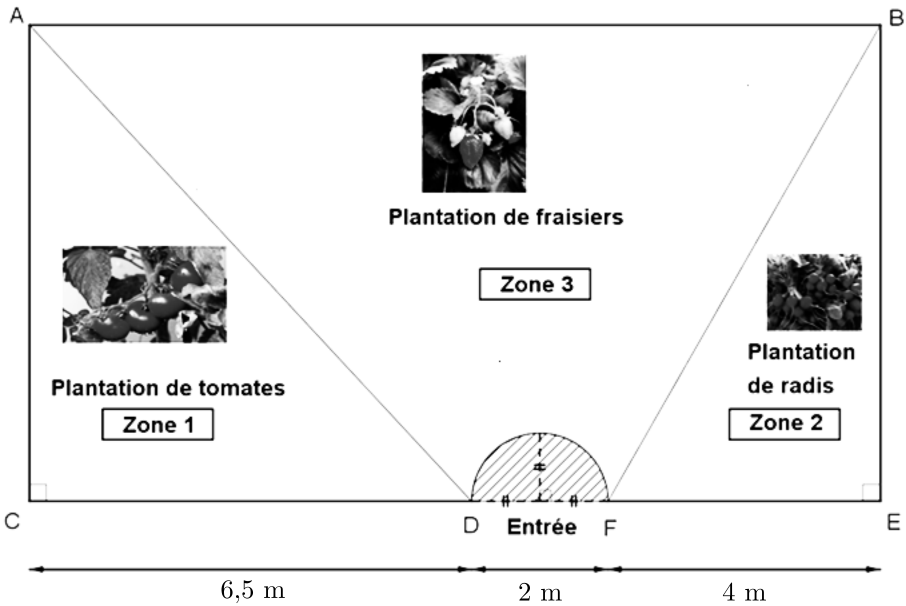
3. Si au lieu de triangles on voulait obtenir des hexagones réguliers, que devrait-on changer dans les instructions du bloc triangle ?

Exercice 4.

Partie A.

Dans une école, un jardin pédagogique est constitué d'un terrain rectangulaire $ABEC$ dont l'aire est égale à 100 m^2.

Des enseignants de l'école décident de planter avec les élèves différentes cultures sur ce terrain : des fraisiers, des pieds de tomates et des radis.
La répartition dans le terrain est la suivante :



L'entrée est un demi-disque délimité par le demi-cercle de diamètre $[DF]$ (zone hachurée sur la figure ci-dessus). Elle doit rester libre de toute plantation.

1. Justifier que la largeur du terrain correspondant au segment $[CA]$ est égale à 8 m.

2. Tracer un plan du terrain avec les différentes zones à l'échelle 1 : 80.

3. Le directeur de l'école veut installer une bordure sur les trois côtés autour de la zone 1 où on plante des tomates.

   (a) Montrer que $AD = \sqrt{106{,}25}$ m.

   (b) Déterminer la longueur de la bordure qu'il doit acheter. On donnera le résultat en mètre arrondi à l'unité.

   (c) Les bordures sont vendues par rouleaux de 4 mètres. Déterminer le nombre de rouleaux nécessaire pour entourer la zone 1.

4. On veut déterminer l'aire de chacune des zones.

   (a) Calculer l'aire de la zone 1, en mètre carré.

   (b) Calculer l'aire de la zone 2, où on plante des radis, en mètre carré.

   (c) En déduire l'aire de la zone 3, où on plante des fraisiers (sans la zone « Entrée » hachurée sur la figure), en mètre carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

5. On s'intéresse à la culture des fraisiers.
   Sachant qu'on peut planter 6 pieds de fraisiers par m^2 et qu'un pied de fraisier produit en moyenne 650 grammes de fraises par année, quelle masse de fraises les élèves peuvent-ils espérer récolter ? On donnera le résultat en kilogramme, arrondi à l'unité.

Partie B.

Fin juin, l'école décide de récolter des fraises pour faire de la confiture. Les élèves récoltent ainsi 25 kg de fraises.

1. La recette de confiture de fraise dit que la quantité de sucre nécessaire doit correspondre à 55 % de la masse totale avant cuisson. Quelle masse de sucre, arrondi au kilogramme, le directeur doit-il acheter pour respecter cette recette ?

2. Sachant que 3 kg de fraises permettent de réaliser 4,8 L de confiture, combien de litres de confiture peut-on réaliser ?

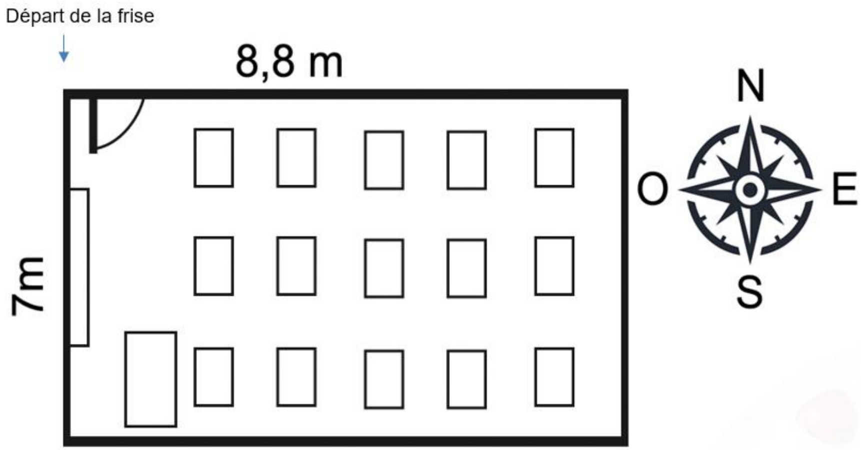
3. Il décide de conditionner cette confiture dans des pots cylindriques dont la base est un disque de diamètre 8,4 cm et dont la hauteur mesure 11 cm.
   Sachant que les pots ne peuvent être remplis qu'au 8/9 de leur capacité maximale, déterminer le nombre de pots de confiture qu'il devrait réaliser.

   On rappelle la formule suivante :

Volume d'un prisme ou d'un cylindre : $V = B \times h$,
où B *désigne l'aire de la base du prisme ou du cylindre et* h *sa hauteur.*

Exercice 5.

Un enseignant souhaite décorer sa salle de classe avec une frise chronologique allant de la chute de l'Empire romain (476) à nos jours. Cette frise devra couvrir trois murs de la salle de classe rectangulaire en commençant par le coin nord-ouest et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. La frise passe au-dessus de la porte et s'étend ainsi sur les murs nord, est et sud.



1. Pour effectuer cette frise l'enseignant prévoit d'assembler bord à bord des feuilles de format A4 ($21 \times 29{,}7$ cm) dans le sens de la longueur.
   Montrer qu'il faudra 83 feuilles pour réaliser la frise.

2. Par combien de centimètres est représentée une année sur cette frise chronologique ?
   Arrondir au millimètre près.

3. L'enseignant a répertorié dans une feuille de calcul automatisé des dates importantes qu'il aimerait faire figurer sur cette frise.

D2 | =(C2/29,7)+1

	A	B	C	D	E
1		Année	Nombre de cm du début de la frise		
2	Fin de l'antiquité / Début du Moyen-Âge	476	0	1	
3	Fin du Moyen-Âge / Début de l'époque moderne	1492			
4	Fin de l'époque moderne / Début de l'époque contemporaine	1789			
5					
6					

(a) Proposer une formule à valider dans la cellule `C2`, pouvant être étirée vers le bas afin de trouver tous les résultats de la colonne `C`.

(b) Sachant que la formule validée dans la cellule `D2` est « = `ENT(C2/29,7)` + 1 », déterminer à quoi correspondent les nombres de la colonne `D` au sein de la salle de classe.
On rappelle que « ENT(x) » renvoie la partie entière du nombre x.

4. Sur quel mur de la classe se trouvera l'événement « l'accostage de Christophe Colomb sur le continent américain », marquant la fin du Moyen-Âge, si on le positionne sur la frise ?

Exercice 6.

Dans une école élémentaire de 150 élèves, 80 sont des filles. Le directeur veut mettre en place un « orchestre à l'école ». Il réalise une enquête auprès des familles de l'école afin de connaître les élèves qui pratiquent déjà un instrument de musique.

À l'issue de l'enquête, il apparaît que 24 % des élèves sont musiciens.
Parmi ces élèves, 16 sont des garçons.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant.

	Nombres d'élèves musiciens	Nombre d'élèves non-musiciens	Total
Nombre de filles			
Nombre de garçons			
Total			150

2. Dans cette question, on écrira les résultats sous forme de fractions irréductibles.
On interroge un élève au hasard.

(a) Quelle est la probabilité pour que ce soit un garçon ?

(b) Quelle est la probabilité que ce soit une fille musicienne ?

(c) Quelle est la probabilité que ce soit un élève non-musicien ?

3. L'élève interrogé est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit musicien ?

4. 30 % des filles musiciennes jouent d'un instrument à vent. Quel pourcentage cela représente-t-il par rapport à l'effectif total de l'école ?

Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

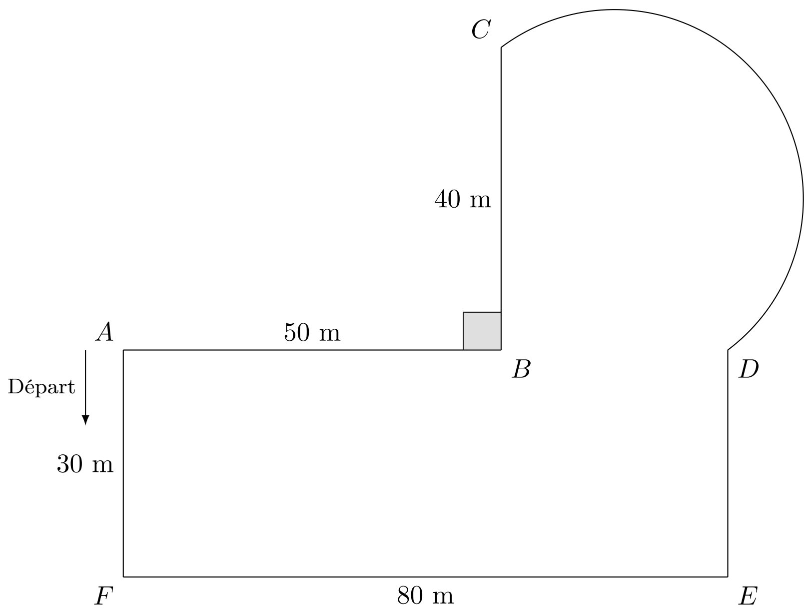
Durée : 3 heures.
Épreuve notée sur 20.
Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.

Exercice 1.

Une directrice d'école primaire souhaite inscrire les élèves de l'école à une course solidaire d'action contre la faim afin de les sensibiliser à la sous-nutrition dans le monde.

Il s'agit pour chaque élève de faire le plus de tours possible d'un parcours prédéfini. Pour chaque tour effectué, l'élève récolte une somme d'argent fixe qui sera versée à l'association caritative.

La directrice décide de faire courir les élèves dans la cour de l'école, le long d'un parcours schématisé ci-dessous. Une partie du parcours est constituée d'un demi-cercle de diamètre $[CD]$ et les longueurs sont données en mètre.



Les points A, B et D sont alignés et le quadrilatère $AFED$ est un rectangle. Les élèves partent du point A et se déplacent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

On a : $AB = 50$ m ; $BC = 40$ m ; $EF = 80$ m et $FA = 30$ m.

1. Calculer la longueur du segment $[CD]$.

2. Montrer que la longueur du parcours, arrondie au mètre, est 309 m. On utilisera cette valeur dans la suite de l'exercice.

3. Construire un plan du parcours à l'échelle 1/800.

4. Killian a effectué un tour complet en 3 minutes.
   À quelle vitesse moyenne Killian a-t-il couru ? On donnera le résultat en mètre par seconde arrondi au centième, puis en kilomètre par heure, arrondi au dixième.

5. On suppose que Sophia court à une vitesse constante de 7 km/h.

   (a) Combien de tours complets pourrait-elle effectuer à cette vitesse en 18 minutes ?

(b) On désigne par S le point du parcours où Sophia se trouve au bout de 18 minutes de course. Placer le point S sur le plan réalisé à la question 3.

6. L'école est composée de 325 élèves. Le tableau ci-dessous indique le nombre de tours complets effectués par les élèves.

Nombre de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	52	52	78	65	39	26	13

(a) Quel est le nombre moyen de tours complets effectués ?

(b) Quelle est l'étendue de cette série statistique ?

(c) Déterminer la médiane de cette série statistique.

(d) Interpréter le résultat de la question (c).

Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série.

(e) Quel pourcentage d'élèves a réussi à faire au moins 4 tours ?

Exercice 2.

Un rectangle est défini dans le dictionnaire de la façon suivante :

« Un rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits. »

1. Un quadrilatère qui possède deux angles droits est-il un rectangle ? Justifier.

2. Dans une classe de CE2, une enseignante demande à ses élèves de compléter la phrase suivante : « Un rectangle est un quadrilatère dont ... ».
Voici deux réponses proposées :

Élève A : « Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur ».

Élève B : « Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur ».

(a) Préciser en quoi la réponse de l'élève A ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.

(b) Préciser en quoi la réponse de l'élève B ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.

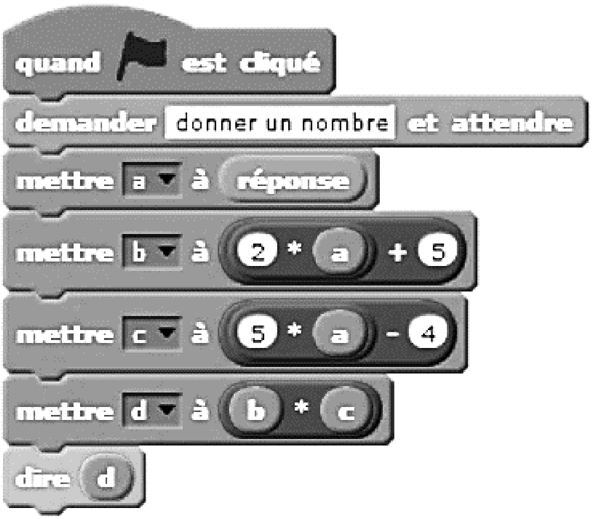
3. Qu'elle est la nature d'un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires ?

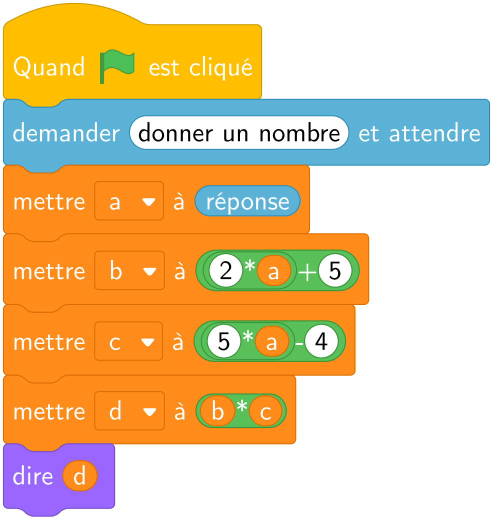
4. En s'appuyant sur le codage du quadrilatère ci-après dessiné à main levée, préciser la nature du quadrilatère en question en justifiant la réponse.

Exercice 3.

Voici deux programmes de calcul :

Programme A.





Programme B.

Choisir un nombre. Prendre son double. Ajouter 5. Calculer le carré du résultat. Retourner le résultat trouvé.

1. Montrer que si l'utilisateur saisit le nombre 2, alors le programme A retourne le nombre 54.
2. Calculer le résultat obtenu avec le programme A si le nombre saisi par l'utilisateur est 1,15.
3. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le nombre 0 ?
4. (a) Si l'utilisateur saisit le nombre 3, quel résultat le programme B retourne-t-il ?

   (b) Si l'utilisateur saisit le nombre $\frac{3}{4}$, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
5. On détermine les résultats suivants retournés par le programme B à l'aide d'une feuille de calcul automatisé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	25	49	81	121	169	225	289	361	441	
3										

   (a) Quelle cellule du tableur permet de retrouver la réponse à la question 4.a. ci-dessus ?

   (b) Quelle formule a pu être saisie dans la cellule `A2` de la feuille de calcul automatisé afin de la copier-glisser sur la ligne 2 ?

6. (a) Pour quel nombre de départ le programme B retourne-t-il le nombre zéro ?

   (b) Ce nombre de départ est-il rationnel ? Justifier.

   (c) Ce nombre de départ est-il décimal ? Justifier.

7. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le même résultat que le programme B ?

Exercice 4.

Deux élèves de CM2, Jeanne et Teddy, jouent à la bataille navale. Il s'agit d'un jeu de société, appelé également « touché-coulé ».

Les deux joueurs doivent commencer par placer quatre navires horizontalement ou verticalement (sans chevauchement) sur leur grille de 8 lignes et 8 colonnes, tenue secrète : 1 navire de deux cases, 2 navires de trois cases et 1 navire de quatre cases.

Ils doivent ensuite tenter de faire « couler » les navires adverses en « touchant » toutes les cases de chaque navire de l'autre joueur. Pour cela, chacun, à son tour, énonce une case de la grille, sous le format « lettre-nombre », par exemple C2.

Lorsqu'un joueur énonce une case, son adversaire répond :

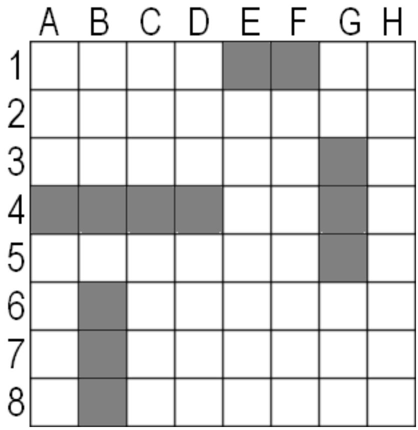
— « À l'eau ! », si la case énoncée est vide ;

— « Touché ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si les autres parties du navire n'ont pas encore toutes été touchées ;

— « Touché-coulé ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si toutes les autres parties du navire ont déjà été touchées.

Le gagnant est le joueur qui fait « couler » chez son adversaire tous les navires (au sens de toucher toutes les cases de chacun d'eux) avant que les siens ne le soient.

Voici ci-dessous la grille de Teddy : les quatre bateaux sont schématisés par des rectangles gris.



On suppose qu'à chaque tir, Jeanne choisit au hasard et de manière équiprobable une case de la grille qu'elle n'a pas énoncée précédemment.

1. Au premier essai :

   (a) Quelle est la probabilité que Jeanne touche un bateau ?

   (b) Quelle est la probabilité que Jeanne ne touche aucun bateau ?

   (c) Un des bateaux a une chance sur seize d'être touché. De combien de cases est-il composé ?

   (d) Jeanne choisit une case de la colonne B. Quelle est la probabilité qu'elle touche un bateau ?

2. Au premier essai de la partie, Jeanne désigne la case « E1 ». Teddy annonce « Touché ! ». Jeanne souhaite couler le bateau touché et choisit une case adjacente à la case « E1 ».
   Quelle est la probabilité qu'elle coule le bateau au coup suivant ? Justifier.

3. Teddy annonce « À l'eau ! » pour les deux premiers essais de Jeanne. Quelle est la probabilité de toucher un bateau pour son troisième essai ?

Exercice 5.

Pour choisir une unité de température, les physiciens se sont heurtés à l'absence de « température zéro » (le zéro absolu n'était pas connu à l'époque). Deux systèmes principaux ont été créés et restent utilisés : le degré Celsius (°C) et le degré Fahrenheit (°F).

Voici ci-dessous une formule permettant de passer de la mesure d'une température en degré Fahrenheit (notée F) vers la mesure de la même température en degré Celsius (notée C)

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}.$$

1. En utilisant cette formule, convertir 95°F en degré Celsius.
2. En utilisant cette formule, convertir 5°C en degré Fahrenheit.

   Déterminons la température F, exprimée en degré Fahrenheit, égale 5°C.

   $$5 = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

   équivaut successivement à :

   $$\begin{aligned} 5 \times \frac{9}{5} &= (F - 32) \times \frac{5}{9} \times \frac{9}{5} \\ 9 &= F - 32 \\ 9 + +32 &= F - 32 + 32 \\ 41 &= F \end{aligned}$$

   $$\boxed{5°\text{C} = 41°\text{F}.}$$

3. Existe-t-il des températures pour lesquelles la mesure en degrés Celsius est égale à la mesure en degrés Fahrenheit ? Donner toutes les réponses possibles en justifiant.

Exercice 6.

Un professeur des écoles d'une classe de CE1 présente à ses élèves une règle de calcul qui permet de déterminer avec ses dix doigts et ses dix orteils le produit de deux nombres entiers compris entre 5 et 10 en utilisant les résultats des tables appris précédemment. Il s'appuie sur l'exemple suivant.

Effectuons 6×7.
- Avec le pied et la main gauches, on lève les 5 orteils et 1 doigt, représentant ainsi le 6.
- Avec le pied et la main droites, on lève les 5 orteils et 2 doigts, représentant ainsi le 7.

Pour le calcul on ne regarde que les mains et on procède de la manière suivante : la somme du nombre de doigts levés nous indique un nombre de dizaines, le produit des doigts baissés nous indique un nombre d'unités. Ici on a : $(1 + 2)$ dizaines et (4×3) unités, soit encore 3 dizaines et 12 unités. On obtient donc le nombre 42.

1. Appliquer cette règle pour calculer le produit 6×8.

2. On note g le nombre de doigts levés de la main gauche et d le nombre de doigts levés de la main droite.

   (a) Que représentent dans ce contexte les nombres $(5 - g)$ et $(5 - d)$?

   (b) Démontrer l'égalité : $(5 + g)(5 + d) = 10(g + d) + (5 - g)(5 - d)$.

   (c) Conclure quant à la validité de la règle de calcul.

Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 3.

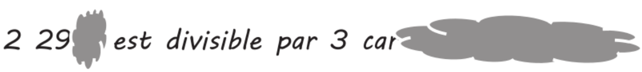
Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 3 heures.
Épreuve notée sur 20.
Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.

Exercice 1.

1. L'entier 4 216 est-il un multiple de 17 ? Justifier.

2. Guillaume veut revoir sa leçon en prenant son petit déjeuner. Malheureusement, il a renversé son chocolat sur sa feuille. Le chiffre des unités et la justification de l'exemple du maître, sont illisibles...



   (a) Rappeler le critère de divisibilité par 3.

(b) Donner toutes les valeurs possibles du chiffre des unités, caché par la tâche située à gauche.

3. On admet qu'un nombre entier n est divisible par 7 si et seulement si la différence entre son nombre de dizaines et le double de son chiffre des unités est un multiple de 7, positif ou négatif.
   Par exemple, 294 est divisible par 7 car $29 - 4 \times 2 = 21$, et 21 est divisible par 7.

   (a) En détaillant les étapes, vérifier que 413 est bien divisible par 7 en utilisant le critère indiqué ci-dessus.

   (b) Le nombre 5 292 est-il divisible par 7 ? Répondre en appliquant, plusieurs fois si nécessaire, le critère précédent.

   (c) Pour déterminer si 1 138 984 est divisible par 7, on utilise le critère précédent à l'aide d'un tableur. On rappelle que la fonction ENT renvoie la partie entière d'un nombre.

B1 | =ENT(A1/10)

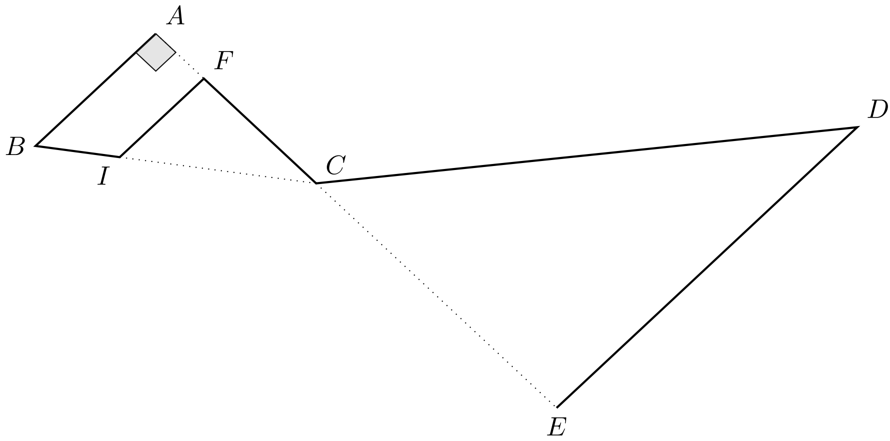
	A	B	C	D
1	1138984	113898	4	113890
2	113890	11389	0	11389
3	11389	1138	9	1120
4	1120	112	0	112
5	112	11	2	7

   Dans la cellule `B1` on a saisi la formule : « = `ENT(A1/10)` ».
   Observer la feuille de calcul puis indiquer des formules ayant pu être saisies dans les cellules `C1` et `D1` qui, étirées vers le bas de la feuille de calcul, permettent d'obtenir directement la feuille de calcul ci-dessus.

   (d) Le nombre 1 138 984 est-il divisible par 7 ? Justifier en interprétant les résultats fournis par la feuille de calcul.

Exercice 2.

1. Nadia se prépare pour le cross organisé par son école dont le parcours, $ABIFCDE$, est représenté ci-dessous.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
$F \in [AC]$ et $I \in [BC]$.
Les droites (AB), (FI) et (DE) sont parallèles.
ABC est un rectangle en A.
$AB = 300$ m ; $AC = 400$ m ; $CD = 1250$ m et $IC = 350$ m.

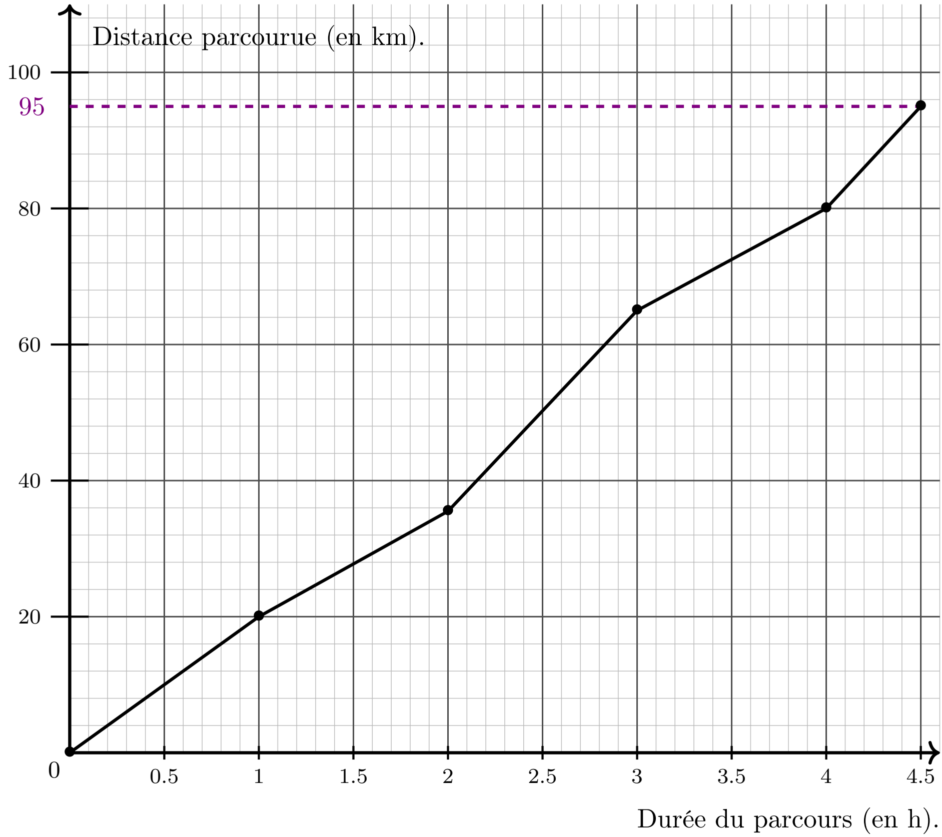
(a) Déterminer la longueur BC.

(b) Déterminer les longueurs IF et CF.

(c) Déterminer la longueur ED.

(d) Calculer la longueur du parcours $ABIFCDE$.

2. Quentin, un adolescent de 16 ans, fait du vélo. On a représenté ci-dessous la distance parcourue en fonction de la durée de parcours lors de sa dernière sortie.



(a) La durée du parcours en heure est-elle proportionnelle à la distance parcourue en kilomètre ? Justifier.

Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par le graphique.

(b) Quelle distance Quentin a-t-il parcouru en 1 h ?

(c) Déterminer la vitesse moyenne de Quentin durant la première heure, en mètre par seconde, avec un arrondi au centième.

(d) Quelle distance Quentin a-t-il parcouru en 1 h 45 ?

(e) Estimer la vitesse de Quentin durant la troisième heure de son parcours, en kilomètre par heure.

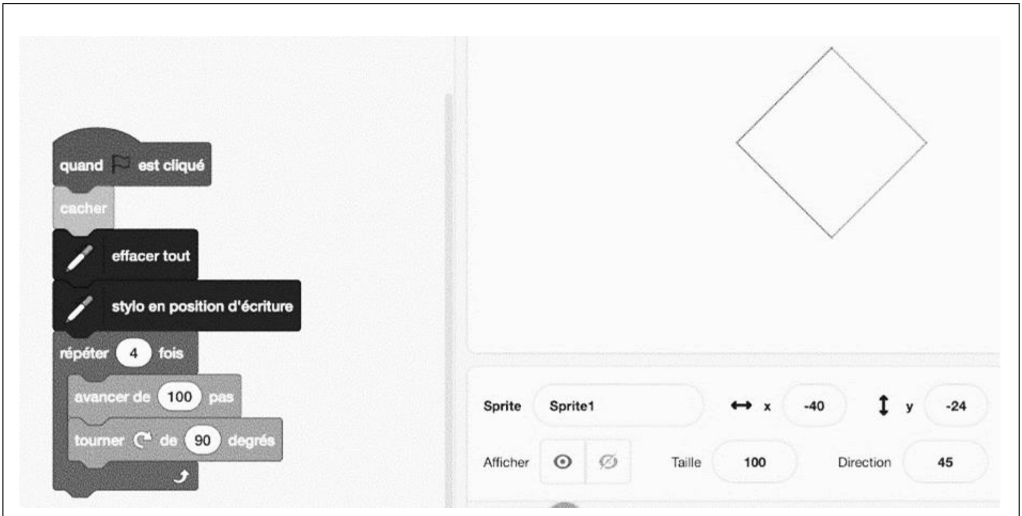
(f) Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40 % à sa vitesse moyenne lors de la première heure ? Justifier.

(g) Quelle est la vitesse moyenne de Quentin lors de cette sortie, en kilomètre par heure, avec un arrondi au centième.

Exercice 3.

Un enseignant de CM2 souhaite créer avec ses élèves des décorations pour la salle de classe.

1. Un premier groupe fabriquera une guirlande constituée d'un motif proposé par l'enseignant dans le script ci-dessous.

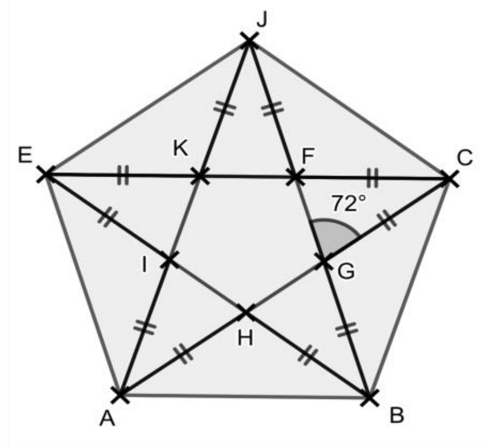


En voyant apparaître la figure,

- Pierre dit : « c'est un losange ».
- Ana dit : « ce n'est pas un rectangle ».
- Karim dit : « c'est un quadrilatère ».
- Lucie dit : « c'est un carré ».

En utilisant le script et les propriétés des quadrilatères, dire si chaque affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

2. Un second groupe fabriquera des étoiles. L'enseignant leur a montré comment dessiner une étoile à cinq branches sur GeoGebra en utilisant un pentagone :



Pour pouvoir construire des pentagones avec la règle et le compas, il propose le programme de construction ci-dessous.

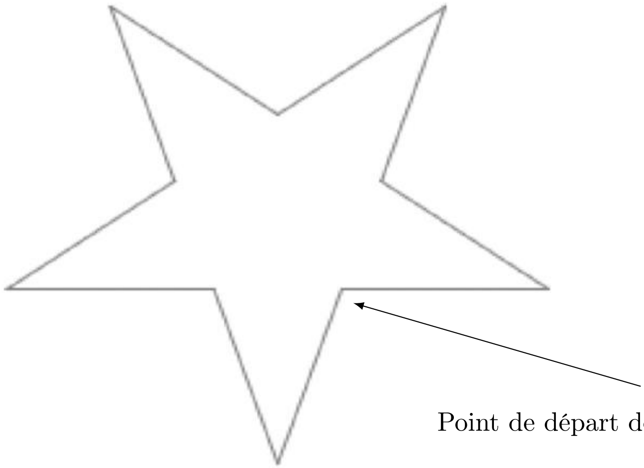
Tracer un segment [RS]. Placer le point O au milieu du segment $[RS]$. Tracer le cercle de diamètre $[RS]$. Soit L un point de ce cercle tel que $(OL) \perp (RS)$. Placer le point I au milieu du segment $[OS]$. Le cercle de centre I et de rayon IL coupe le segment $[RO]$ en D. LD est la longueur des côtés du pentagone régulier inscrit dans le cercle de diamètre $[RS]$, placer les 5 sommets du pentagone sur le cercle. Construire le pentagone.

La longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à la longueur du segment $[RS]$ choisi au départ. En choisissant un segment $[RS]$ de longueur 4 cm, on obtient un pentagone dont les côtés mesurent $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ cm.

(a) Montrer que pour obtenir un pentagone dont les côtés mesurent 7 cm, il faut commencer par construire un segment $[RS]$ mesurant environ 11,9 cm.

(b) En utilisant le programme de construction précédent, construire un pentagone régulier $LMNPQ$ dont les côtés mesurent 7 cm.

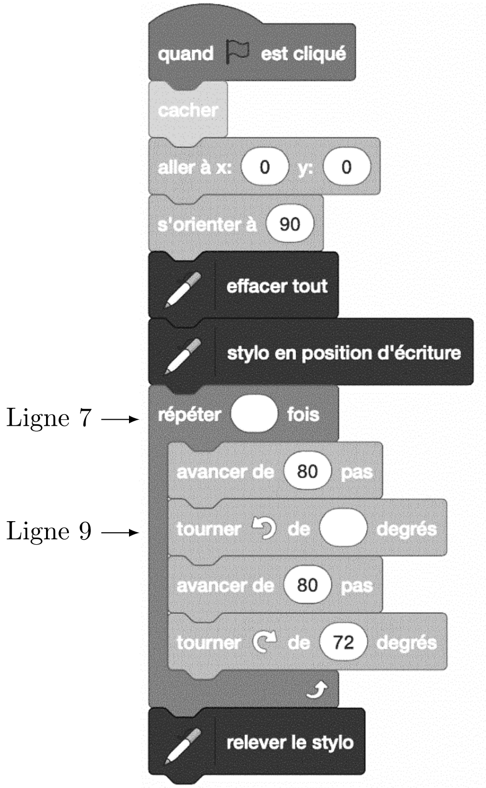
Puis, il leur montre l'étoile à cinq branches ci-dessous, obtenue en utilisant le logiciel Scratch :



Point de départ de la construction.

(c) Recopier et compléter les lignes 7 et 9 du script utilisé pour construire l'étoile.

On rappelle que lorsque le lutin est orienté à 90° *cela signifie qu'il va se déplacer vers la droite.*



(d) Quel est le périmètre, en pas, de cette étoile ?

(e) L'enseignant souhaite doubler le périmètre de son étoile. Recopier les quatre lignes à l'intérieur du bloc « répéter », ligne 8 à 11, en apportant les modifications nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.

Exercice 4.

Dans une classe de Grande Section, l'enseignant propose à ses élèves le jeu suivant dans lequel il s'agit d'être le premier à avoir exactement 15 jetons (source : *Découvrir les maths GS* - Éditions Hatier). Chaque élève lance deux dés bien équilibrés, identiques, à 6 faces numérotées de 1 à 6.

Il considère les deux nombres indiqués sur les faces supérieures de chacun des dés.

Lorsque les deux dés indiquent le même nombre, l'élève prend autant de jetons que l'indique l'un des deux dés. Sinon, il prend autant de jetons que le plus grand des deux nombres ou le double de jetons du plus petit.

Après avoir lancé les dés, un élève a la possibilité de passer son tour. Dans ce cas, il ne prend aucun jeton.

1. Un élève lance les deux dés ; il obtient un 3 et un 2. Combien de jetons peut-il prendre ? Donner tous les cas possibles.

2. Dresser la liste des tirages permettant d'obtenir 3 jetons.

3. Un élève lance les deux dés.

   (a) Montrer que la probabilité de l'événement « les nombres obtenus sont un 3 et un 2 » est $\dfrac{1}{18}$.

   (b) Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des nombres obtenus est 3 » ?

   (c) Quelle est la probabilité de l'événement « les nombres obtenus permettent de prendre 4 jetons » ?

4. Après un nouveau lancer des deux dés, un élève a pris 3 jetons. Au lancer suivant, la probabilité qu'il prenne de nouveau 3 jetons augmente-t-elle, reste-t-elle identique ou diminue-t-elle par rapport à la probabilité d'avoir pris 3 jetons au tirage précédent ? Justifier.

5. En fin de partie, un élève possède 12 jetons. Lors de son lancer de dés, il obtient un 1 et un 4. Pourquoi est-il préférable pour lui de passer son tour ?

Exercice 5.

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

Affirmation 1 : « 257 est un nombre décimal. »

Affirmation 2 : « $\dfrac{7}{3} - 8$ est un nombre rationnel. »

Affirmation 3 : « la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de trois. »

Affirmation 4 : « l'équation $(x+1)(x-2) = (x-3)(x+4)$ admet un nombre entier comme solution. »

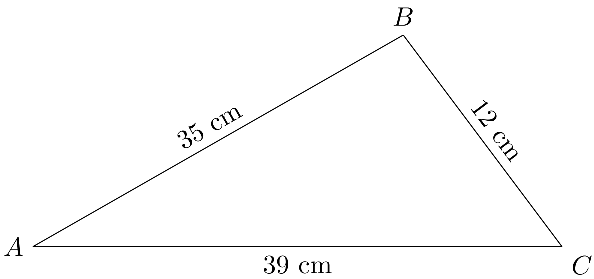
Affirmation 5 : « augmenter une quantité de 15 % puis de 10 % revient à l'augmenter de son quart.

Affirmation 6 : « un quadrilatère ayant un angle droit est un rectangle. »

Affirmation 7 : « un triangle rectangle peut être équilatéral. »

Affirmation 8 : « par la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1$, l'antécédent de 4 est -11. »

Affirmation 9 : « le triangle ABC, schématisé ci-dessous, est rectangle. »



Affirmation 10 : « si on multiplie par 3 les longueurs des côtés d'un rectangle, alors son aire est également multipliée par 3. »

Épreuve de mathématiques CRPE 2023 groupe 4.

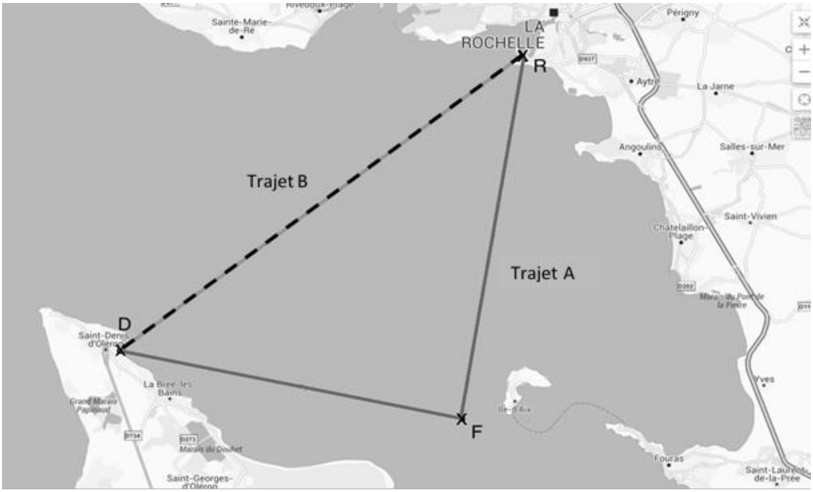
Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 3 heures.
Le sujet est composé de sept exercices indépendants.

Exercice 1.

Une enseignante organise une sortie scolaire autour de La Rochelle. Le voyage s'effectue par navette maritime en deux étapes :

- un trajet aller, appelé trajet A, qui part du port de La Rochelle (point R), se rend autour du fort Boyard (point F), fait deux tours du fort puis se rend à St-Denis d'Oléron (point D) ;
- un trajet retour, appelé trajet B, qui part de Saint-Denis d'Oléron (point D) et se rend directement au port de La Rochelle (point R).



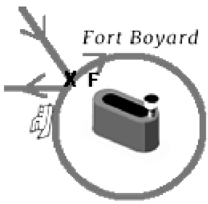
Partie A : étude des trajets.

1. On donne $DF = 13{,}80$ km, $DR = 23{,}41$ km et $RF = 18{,}91$ km.
   Démontrer que le triangle RDF est un triangle rectangle en F.

Le nœud est une unité de vitesse utilisée dans le domaine maritime. 1 nœud correspond à 1 852 mètres par heure.

2. Sachant que la vitesse moyenne de la navette sur le trajet B est de 10 nœuds, calculer la durée du trajet B, en minute, arrondie à l'unité.

3. Le trajet A prévoit un détour vers le Fort Boyard. La navette effectue deux fois le tour du fort avant de repartir.
   On modélise le tour du fort par un trajet circulaire, de rayon 500 m.



   (a) Montrer que la longueur d'un tour du fort, ainsi modélisée, est d'environ 3142 m.

(b) Calculer la distance totale du trajet A. Donner le résultat en kilomètre, arrondi à l'unité.

4. Le trajet A dure au total 2 h. Calculer la vitesse moyenne de la navette, exprimée en nœuds et arrondie à l'unité.

Partie B : étude de tarifs.

L'entreprise qui réalise ce trajet étudie le prix à fixer pour le voyage.

Une étude de marché montre qu'en fixant le prix d'une place sur la navette à 30 €, l'entreprise vendrait 450 places en moyenne par jour.

La même étude montre que :

- à chaque augmentation de 10 centimes, l'entreprise vendra 3 places de moins ;
- à chaque diminution de 10 centimes, l'entreprise vendra 3 places de plus.

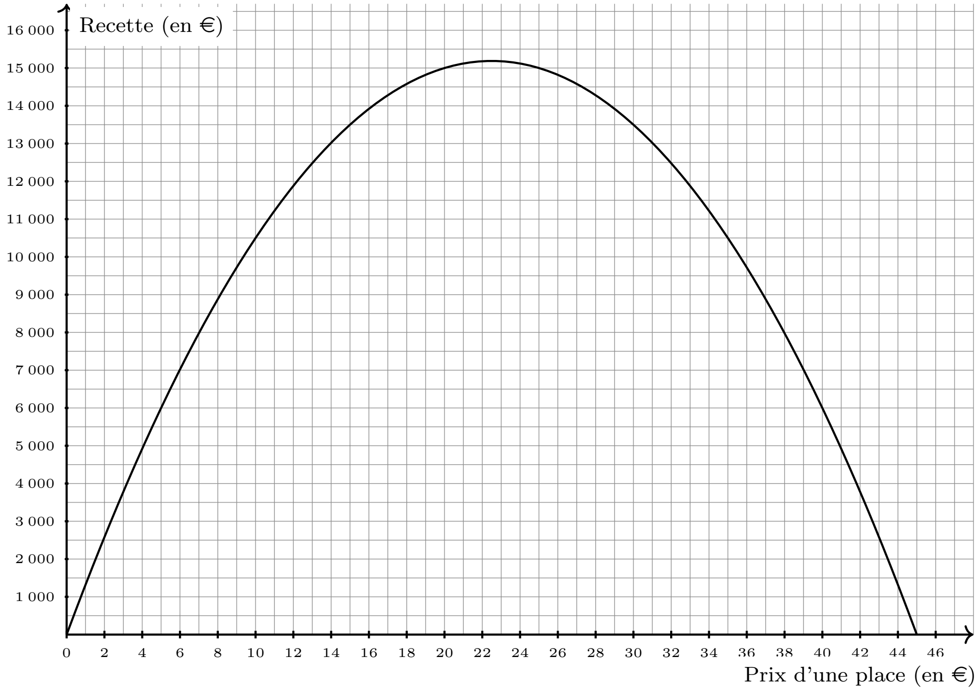
On appelle recette journalière moyenne de l'entreprise le montant récolté lors de la vente des places.

1. Calculer la recette journalière moyenne si l'entreprise fixe le prix d'une place à 30 €.

2. (a) Montrer que si l'entreprise décide de fixer la place à 40 €, alors la recette journalière moyenne est de 6 000 €.

   (b) Calculer la recette journalière moyenne si l'entreprise décide de fixer la place à 10 €.

3. Le graphique suivant donne la recette journalière prévue par l'étude de marché en fonction du prix d'une place.



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique

(a) Donner la recette journalière pour un prix unitaire de 10 €.

(b) Déterminer le(s) prix unitaire(s) correspondant à une recette journalière de 14 000 €.

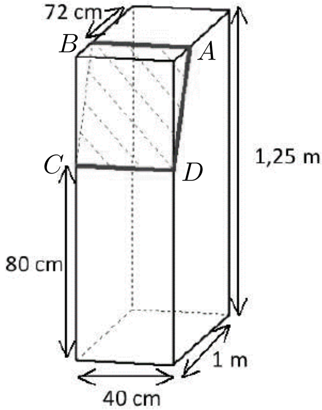
(c) Quel prix unitaire permet d'obtenir une recette journalière maximale ? Indiquer le montant de cette recette maximale.

Exercice 2.

Une mairie souhaite végétaliser la cour de son école.

Sur un sol de copeaux de bois, la mairie souhaite installer des appuis conçus à partir de parallélépipèdes rectangles.

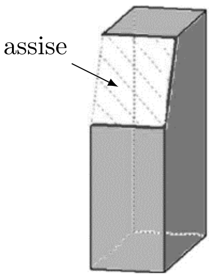
Les appuis sont obtenus à partir de blocs de bois écoresponsables, qui sont ensuite tronçonnés en partie de façon à obtenir une assise rectangulaire $ABCD$ sur laquelle les élèves peuvent s'appuyer.



La mairie décide d'installer dans la cour de l'école trente de ces appuis.

1. Calculer, en mètre cube, le volume de bois nécessaire avant tronçonnage, à la fabrication des trente appuis.

2. Une fois tronçonnés, les blocs prennent donc la forme ci-dessous.



Les assises des appuis sont alors peintes en blanc.

(a) Montrer que l'aire d'un rectangle à peindre en blanc est égale à 2120 cm^2.

(b) Calculer l'aire totale des rectangles à peindre en blanc pour les 30 appuis en mètre carré.

(c) D'après la fiche technique suivante, combien de pots de couleur blanche seront nécessaires ?

Fiche technique
— Peinture laque glycero aspect satiné.
— Usage : intérieur, extérieur, monocouche.
— Rendement : 10 m^2/L.
— Protège des UV et intempéries.
— Conditionnement : 0,5 L.

Exercice 3.

Une enseignante propose à ses élèves un jeu de 52 cartes. Le jeu contient 13 cartes (As, 2,3, ..., 10, Valet, Dame, Roi) de chacune des familles suivantes : carreau, cœur, pique, trêfle.

Cœur et carreau sont des familles de couleur rouge. Pique et trêfle sont de couleur noire.

1. L'enseignante donne une carte, choisie au hasard, à Ana.

   (a) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit rouge ?

   (b) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit un pique ?

   (c) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit un valet ?

   (d) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit une dame de couleur rouge ?

   (e) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit une carte de couleur rouge ou une dame ?

2. L'enseignante décide d'ajouter des cartes Joker à son jeu. Combien doit-elle ajouter de carte joker pour que la probabilité qu'Ana reçoive une carte Joker soit de $\frac{1}{14}$.

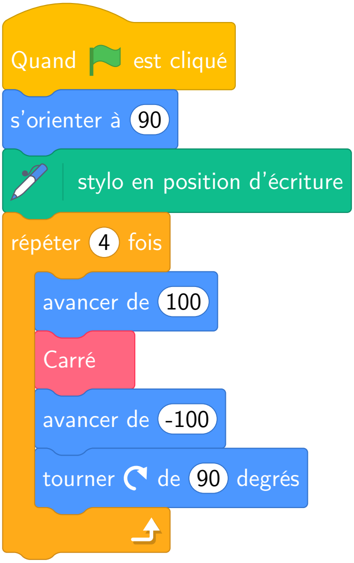
Exercice 4.

On considère les deux scripts ci-dessous.

Script principal.

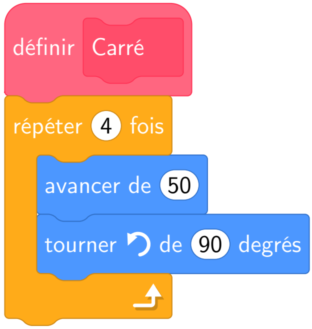
Ligne A

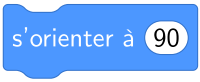
Ligne B



Bloc Carré.

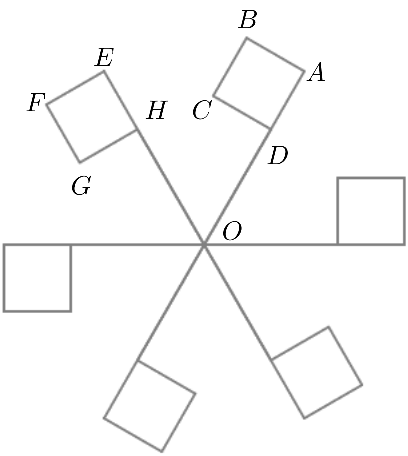
Ligne C



On rappelle que l'instruction 

signifie que l'on se dirige vers la droite.

1. Représenter sur la copie la figure réalisée par le script principal. Le lutin se déplace selon le nombre de pixels défini. On représentera 25 pixels par 1 cm.
2. On souhaite réaliser la figure ci-dessous en modifiant les scripts ci-dessus.



(a) Quelles modifications doit-on apporter aux lignes A, B et C pour obtenir cette figure ?

(b) Proposer une transformation géométrique, dont on donnera les caractéristiques, permettant de passer du carré $ABCD$ au carré $EFGH$.

Exercice 5.

Les effectifs et les salaires mensuels des différents employés d'une entreprise sont inscrits dans la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F
1	Fonction dans l'entreprise	Ouvrier	Technicien	Secrétaire	Cadre	Directrice
2	Effectif	4	5	2	3	1
3	Salaire brut (€)	1923	2307	2693	4200	5500
4	Charges (22%)					
5	Salaire net (€)					
6						

Dans la suite de l'exercice, on considère que les charges s'élèvent à 22 % du salaire brut. Le salaire brut moins les charges est appelé salaire net.

1. Quelle est l'étendue des salaires mensuels bruts dans cette entreprise ?
2. Montrer que le salaire mensuel net de la directrice est de 4 290 €.
3. Le comptable souhaite calculer le salaire mensuel net des autres employés. Quelle formule doit-il écrire dans la cellule B4 pour calculer les charges sociales d'un ouvrier ? Cette formule doit pouvoir être étendue pour calculer les charges dans toutes les colonnes.
4. Quelle formule entrer dans la cellule `B5` pour calculer le salaire net de l'ouvrier ? Cette formule doit pouvoir être étendue pour calculer les salaires nets dans toutes les colonnes.
5. Calculer le salaire mensuel brut moyen dans cette entreprise. Arrondir à l'euro.
6. Déterminer la médiane des salaires mensuels bruts de cette entreprise.
7. L'entreprise envisage l'embauche d'un nouvel ingénieur. Celui-ci souhaite un salaire net de 3 200 €. À combien doit s'élever son salaire brut ? Arrondir à l'euro.

Exercice 6.

On considère un nombre entier à deux chiffres et l'on appelle son « retourné » le nombre obtenu en permutant le chiffre des dizaines et celui des unités.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre choisi	43	57	52	60	16
Nombre retourné	34	75			
Différence entre le nombre choisi et son « retourné »					

2. Quelle conjecture peut-on faire sur la différence entre un nombre et son retourné ?

3. On note N le nombre choisi, u son chiffre des unités et d son chiffre des dizaines.

   (a) Exprimer N en fonction de d et u.

   (b) Exprimer le « retourné » R du nombre choisi en fonction de d et u.

   (c) Montrer que la différence $N - R$ est égale à $9(d - u)$.

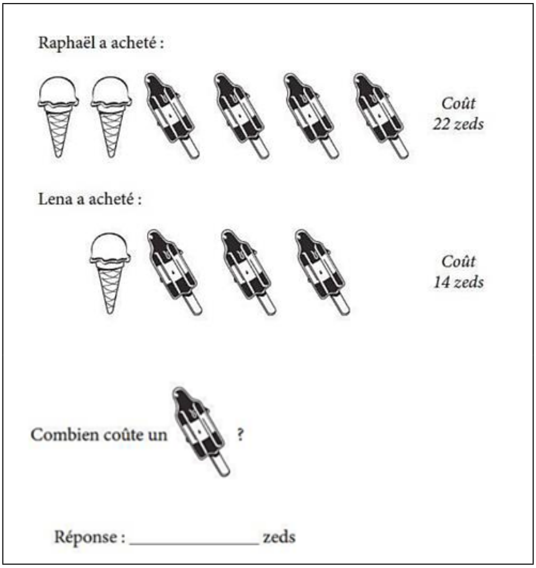
   (d) En déduire que la différence entre un nombre et son retourné est un multiple de 9.

   (e) Pour obtenir une différence $N - R$ égale à 63 quels nombres est-il possible de choisir au départ ? Donner l'ensemble des solutions.

   (f) Pour obtenir une différence $N - R$ égale à 56 quels nombres est-il possible de choisir au départ ? Donner l'ensemble des solutions.

Exercice 7.

Cet exercice est inspiré d'un problème proposé à des élèves de fin CM1 en 2015 aux évaluations internationales TIMSS.



1. Un élève propose la réponse suivante :

$$\boxed{\begin{array}{c} 2 \times 14 - 22 = 6 \\ \textit{Une glace fusée vaut } 6 \textit{ zeds.} \end{array}}$$

   Identifier l'erreur de l'élève.

2. On note x le prix en zed d'un cône et y le prix en zed d'une glace fusée. Écrire les équations correspondantes au problème et en déduire le prix d'un cône et d'une glace fusée.