Épreuve de mathématiques CRPE 2022 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

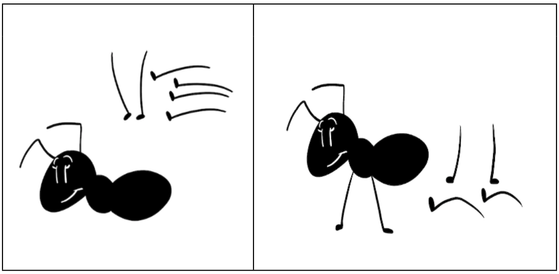
Lien vers le sujet seul : pdf.

Merci à Mme Elsa R. et Mme Codvelle pour les corrections apportées.

Durée : 3 heures.
Épreuve notée sur 20.
Le sujet est composé de cinq exercices indépendants.

Exercice 1.

Un enseignant de grande section propose à ses élèves un jeu pour travailler la décomposition et la recomposition de nombres. Le jeu se compose de deux dés cubiques équilibrés et de corps de fourmis à compléter avec des pattes comme sur le dessin ci-dessous.



Sur les six faces du premier dé sont inscrits les nombres suivants : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5.

Sur les six faces du deuxième dé sont inscrits les nombres suivants : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 5.

On donne à chaque élève un corps de fourmi et 6 pattes à fixer sur le corps.

Au début de la partie, chaque élève choisit un nombre compris entre 2 et 10. Ce nombre reste le même durant toute la partie. À tour de rôle, chaque élève joue. Il lance les deux dés :

- si la somme des nombres inscrits sur les faces supérieures des deux dés est égale au nombre choisi par cet élève, alors celui-ci fixe une patte à sa fourmi et relance les dés.
- sinon, c'est au joueur suivant de lancer les dés.

Il donne ensuite les dés au joueur suivant.

La partie se termine lorsqu'un élève a gagné, en fixant les six pattes de sa fourmi.

1. Un élève choisit un nombre et lance les dés.

   (a) Quelles sont les différentes sommes qu'il peut obtenir ?

   Indiquons toutes les sommes possibles avec ces deux dés sous forme d'un tableau (en distinguant les deux faces 1 et 2 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4	5	5
1	2	3	4	5	6	6
1	2	3	4	5	6	6
2	3	4	5	6	7	7
3	4	5	6	7	8	8
4	5	6	7	8	9	9
5	6	7	8	9	10	10

   L'ensemble des sommes possibles est $X(\Omega) = \{2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10\}$.

   (b) Montrer que la probabilité qu'il obtienne 8 est égale à $\dfrac{4}{36}$.

   Notons E : « obtenir une somme de 8 ».

   Calculons $\mathbb{P}(E)$.

   Tous les couples de faces des deux dés (en distinguant les deux faces 1 du premier dé et les deux faces 5 du second).
   Il est donc naturel de modéliser avec une équiprobabilité : toutes les cases du précédent tableau ont la même probabilité d'être obtenus.
   Ainsi E est réalisé par 4 issues sur un total de 36 donc

$$\mathbb{P}(E) = \frac{4}{36}$$

   $\mathbb{P}(E) = \frac{1}{9}$.

2. Un autre élève choisit le nombre 6 et lance les dés.

(a) Quelle est la probabilité qu'il gagne une patte pour sa fourmi dès son premier lancer ?

Notons F : « obtenir une somme de 6 ».

Calculons $\mathbb{P}(F)$.

Il y a équiprobabilité entre les couples de faces, F est réalisé par 8 issues (couples de faces) sur un total de 36 donc

$$\mathbb{P}(F) = \frac{8}{36}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(F) = \tfrac{2}{9}.}$$

(b) Quelle est la probabilité qu'il gagne deux pattes pour sa fourmi en 2 lancers ?

Notons F_1 : « obtenir une somme de 6 au premier lancer » et F_2 : « obtenir une somme de 6 au second lancer ».

Calculons $\mathbb{P}(F_1 \cap F_2)$.

Il est raisonnable d'estimer que le résultat du second lancer est indépendant de celui du premier donc

$$\mathbb{P}(F_1 \cap F_2) = \mathbb{P}(F_1) \times \mathbb{P}(F_2)$$

D'après la question précédente :

$$\mathbb{P}(F_1 \cap F_2) = \frac{4}{9} \times \frac{4}{9}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(F_1 \cap F_2) = \tfrac{16}{81}.}$$

3. Eden et Axelle commencent une partie. Eden choisit le nombre 6 et Axelle choisit un autre nombre.

(a) Qui a le plus de chance de gagner la partie ? Justifier.

En raisonnant comme dans les questions précédentes nous pouvons déterminer les probabilités de toutes les sommes possibles :

Sommes	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probabilité	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$

Puisque 6 est la somme qui a la plus grande probabilité

Eden a le plus de chance de gagner la partie.

(b) Eden est-il sûr de gagner la partie ? Justifier.

Il est possible que la somme choisir par Axelle soit obtenue 6 fois d'affilée (constitution de la fourmi entière) sans que Eden ne gagne une seule fois.

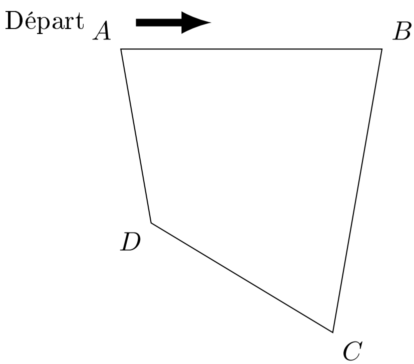
Eden n'est pas sûr de gagner la partie.

Exercice 2.

Dans le cadre d'une liaison écoles-collège, une professeure d'EPS et une professeure des écoles organisent une course à vélo dont le parcours est composé de quatre tronçons en ligne droite.

La figure ci-dessous représente le parcours et n'est pas à l'échelle. Les élèves partent du point A et tournent dans le sens des aiguilles d'une montre. Les dimensions sont les suivantes :

$$AB = 960 \text{ m}, \; BC = 1{,}05 \text{ km}, \; CD = 780 \text{ m et } AD = 660 \text{ m}.$$



1. Montrer que le parcours a pour longueur 3 450 m.

   Déterminons la longueur $\mathscr{L}_P$ du parcours.

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_p &= AB + ABC + CD + DA \\ &= 960 \text{ m} + 1{,}05 \text{ km} + 780 \text{ m} + 660 \text{ m} \\ &= 960 \text{ m} + 1{,}05 \times 1000 \text{ m} + 780 \text{ m} + 660 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{L}_P = 3\,450 \text{ m.}}$$

2. Durant l'épreuve, Léo a réalisé, en 48 minutes, 2 tours complets et un tiers de tour du parcours.

   (a) Déterminer la distance parcourue par Léo.

   Déterminons la distance totale, $\mathscr{D}_L$, parcourue par Léo.

   D'après l'énoncé :

$$\begin{aligned}\mathscr{D}_L &= 2 \times \mathscr{L}_P + \frac{1}{3} \times \mathscr{L}_P \\ &= 2 \times 3\,450 \text{ m} + \frac{1}{3} \times 3\,450 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{D}_L = 8\,050 \text{ m.}}$$

   (b) Donner la vitesse moyenne de Léo en km/h.

   Calculons la vitesse moyenne, v_L, de Léo.

$$\begin{aligned}
v_L &= \frac{\mathscr{D}_L}{48 \text{ min}} \\
&= \frac{8050 \text{ m}}{48 \times \frac{1}{60} \text{ h}} \\
&= \frac{8050 \times \frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{48}{60} \text{ h}} \\
&= \frac{\frac{8050}{1000}}{\frac{48}{60}} \frac{\text{km}}{\text{m}} \\
&= \frac{161}{16} \text{ km/h}
\end{aligned}$$

$\boxed{v_L = 10{,}0625 \text{ km/h.}}$

(c) En gardant la même vitesse moyenne, Léo aura-t-il parcouru 15 km en moins d'une heure et demie ? Justifier.

Déterminons le temps t_L qu'aurait mis Léo à parcourir 15 km.

$$\begin{aligned}
v_L &= \frac{15 \text{ km}}{t_L} \\
v_L \times t_L &= \frac{15 \text{ km}}{t_L} \times t_L \\
v_L \times t_L &= 15 \text{ km} \\
\frac{v_L \times t_L}{v_L} &= \frac{15 \text{ km}}{v_L} \\
t_L &= \frac{15 \text{ km}}{10{,}0625 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} \\
t_L &= \frac{15}{10{,}0625} \text{ km} \cdot \text{km}^{-1} \cdot \text{h} \\
t_L &\approx 1{,}49068 \text{ h}
\end{aligned}$$

Donc $t_L < 1{,}5$ h.

Léo aurait effectivement parcouru 15 km en moins d'une heure et demie.

3. Une épreuve en relais est ensuite proposée. Tara parcourt les distances AB et BC à une vitesse moyenne de 10 km/h et Kevin parcourt les distances CD et DA à une vitesse moyenne de 6 km/h.

   Quelle est la vitesse moyenne de ce binôme sur l'ensemble du parcours ? Justifier.

   Déterminons leur vitesse moyenne v_m.

   Commençons par déterminer le temps mis pour faire le parcours.

   * $AB + BC = 960\text{ m} + 1050\text{ m} = 2010\text{ m} = 2{,}01\text{ km}$.
     Le temps mis par Tara pour parcourir cette distance est :

$$\begin{aligned} t_T &= \frac{2{,}01\text{ km}}{10\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} \\ &= \frac{2{,}01}{10}\text{ h} \\ &= 0{,}201\text{ h} \end{aligned}$$

   * $CD + DA = 780\text{ m} + 660\text{ m} = 1440\text{ m} = 1{,}44\text{ km}$
     Le temps mis par Kevin pour parcourir cette distance est :

$$\begin{aligned} it_K &= \frac{1{,}44\text{ km}}{6\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} \\ &= \frac{1{,}44}{6}\text{ h} \\ &= 0{,}24\text{ h} \end{aligned}$$

   * Ainsi le temps de parcours total est $t_P = 0{,}201\text{ h} + 0{,}24\text{ h} = 0{,}441\text{ h}$.

   Nous en déduisons la vitesse moyenne

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{3{,}45\text{ km}}{0{,}441\text{ h}} \\ &\approx 7{,}823129252\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

$$\boxed{v_m \approx 7{,}823\text{ km/h}.}$$

4. (a) La diagonale $[BD]$ mesure 1,05 km. Représenter le parcours à l'échelle $\dfrac{1}{20\,000}$.

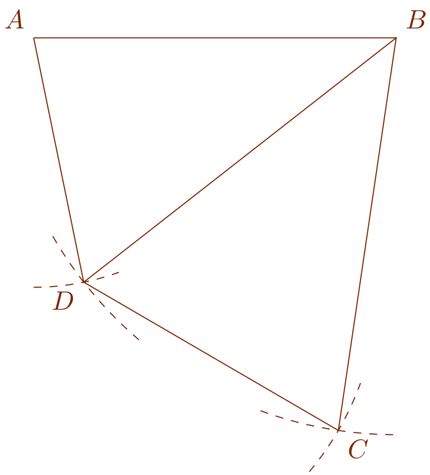
La longueur BD sera représentée par une longueur de

$$\begin{aligned}\ell_{BD} &= BD \times \frac{1}{20000}\\ &= 1050 \times \frac{1}{20000}\text{ m}\\ &= 0{,}0525\text{ m}\\ &= 0{,}0525 \times 100\text{ cm}\\ &= 5{,}25\text{ cm}\end{aligned}$$

En procédant de même pour les autres longueurs :

Nom	AB	BC, BD	CD	AD
Distances réelles (en m)	960	1050	780	660
À l'échelle (en cm)	4,8	5,25	3,9	3,3

Il n'y a plus qu'à dessiner $[AB]$, puis D (comme troisième sommet de ABD avec un compas), et enfin C (comme troisième sommet de BCD avec un compas).



(b) Amina a roulé à vélo pendant 25 minutes à une vitesse moyenne de 11,5 km/h.
Placer sur la figure tracée à la question 4.a. le point S à l'endroit où se trouve Amina au bout de sa course. Justifier.

Déterminons la distance, d_A, parcourue par Amina.

$$\begin{aligned}
d_A &= v \times t \\
&= \left(11{,}5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}\right) \times (25 \text{ min}) \\
&= \left(11500 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}\right) \times \left(\frac{25}{60} \text{ h}\right) \\
&= 11500 \times \frac{25}{60} \text{ m} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{h} \\
&= \frac{14375}{3} \text{ m} \\
&= 4791{,}666\ldots \text{ m}
\end{aligned}$$

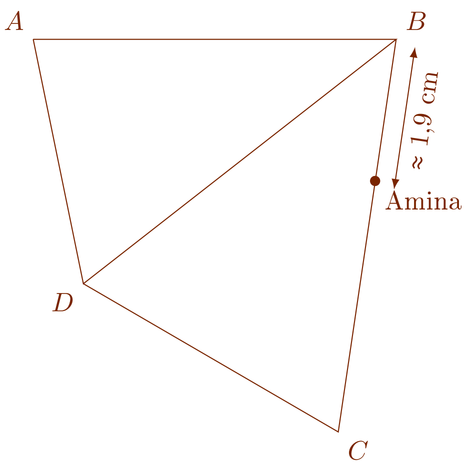
Nous remarquons que :

$$d_A = 3450 \text{ m} + 960 \text{ m} + 381{,}666\ldots \text{ m}$$

Ainsi Amina a parcourue un tour complet, la distance AB et sur le trajet de B à C elle a encore parcourue $381{,}666\ldots$ m.
Or

$$\begin{aligned}
381{,}666\ldots \text{ m} \times \frac{1}{20000} &= 0{,}01908333\ldots \text{ m} \\
&= 1{,}908333\ldots \text{ cm}
\end{aligned}$$

donc

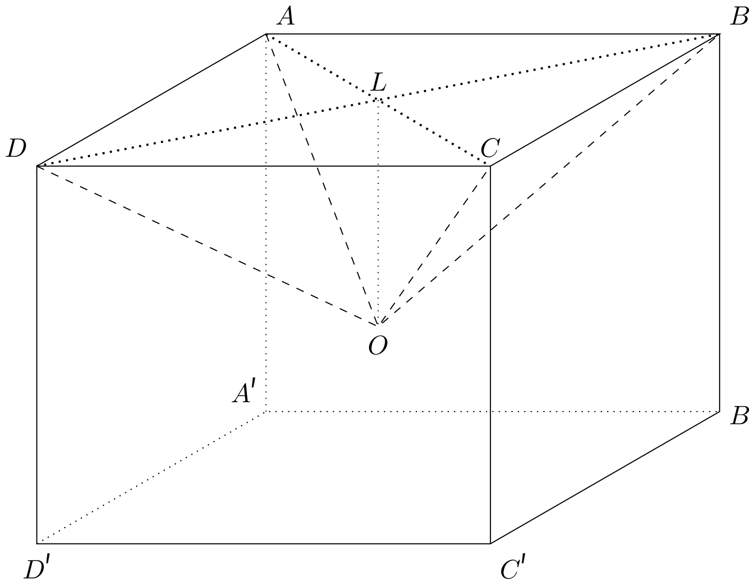


Exercice 3.

On considère un pavé droit $ABCDA'B'C'D'$ avec $DD' = 5$ cm ; $DC = 6$ cm et $DA = 7$ cm.

On note L le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

On souhaite creuser ce pavé, en retirant une pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$.



Partie A.

Dans cette partie, on suppose que $OL = 4$ cm.

1. Montrer que $AL \approx 4{,}6$ cm.

   Déterminons AL.

   * Déterminons d'abord AC.
     Puisque le solide est un pavé droit, ADC est rectangle en D. Par conséquent, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2.$$

Nous en déduisons (toutes les longueurs étant exprimées en centimètre) :

$$\begin{aligned} AC^2 &= 7^2 + 6^2 \\ &= 85 \end{aligned}$$

Puisque AC est une longueur, c'est un nombre positif et donc

$$AC = \sqrt{85}$$

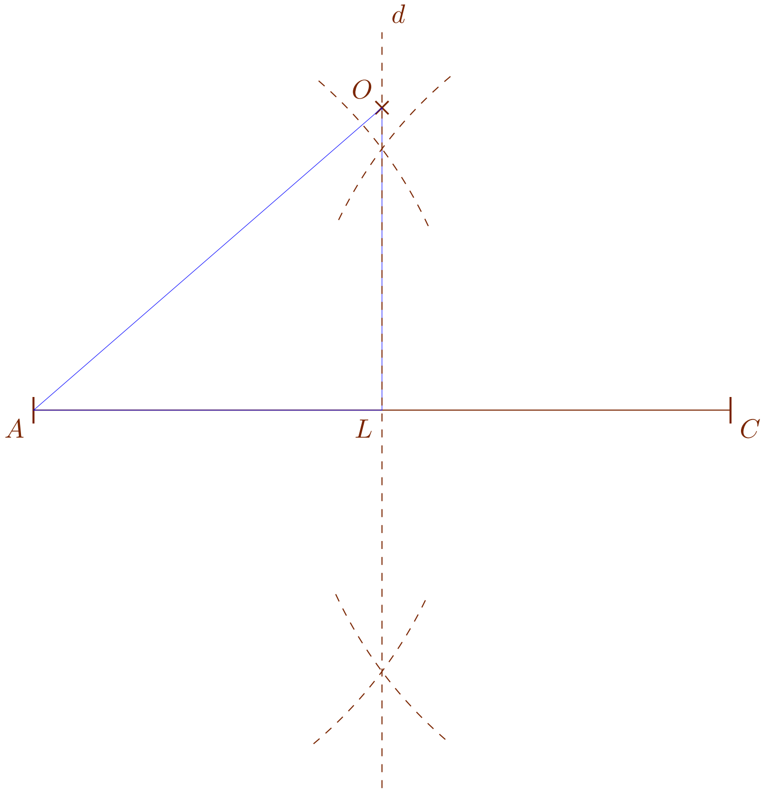
* Puisque le solide est un pavé droit $ABCD$ est un parallélogramme. Donc ses diagonales se coupent en leu milieu. Autrement dit L est le milieu de $[AC]$. Par conséquent :

$$\begin{aligned} AL &= \frac{1}{2}AC \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{85} \text{ cm} \\ &\approx 4{,}60977 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\boxed{AL \approx 4{,}6 \text{ cm. i}}$$

2. Construire le triangle ALO en vraie grandeur.

Traçons le segment $[AC]$ tel que $AC \approx 9{,}2$ cm, puis sa médiatrice d (passant par L) avec le compas, enfin plaçons sur cette médiatrice O tel que $OL = 4$ cm.



3. (a) Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.
On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Calculons le volume $\mathscr{V}_p$ de la pyramide $OABCD$.

Puisque OL est la hauteur de cette pyramide :

$$\mathscr{V}_p = \frac{1}{3} \times OL \times \mathscr{A}(ABCD),$$

où $\mathscr{A}(ABCD)$ désigne l'aire délimitée par le quadrilatère $ABCD$.
Or $ABCD$ est un rectangle donc :

$$\begin{aligned}\mathscr{A}(ABCD) &= DA \times DC\\ &= (7\text{ cm}) \times (6\text{ cm})\\ &= 7 \times 6\text{ cm} \cdot \text{cm}\\ &= 42\text{ cm}^2\end{aligned}$$

Nous en déduisons

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_p &= \frac{1}{3} \times 4\text{ cm} \times 42\text{ cm}^2\\ &= \frac{1}{3} \times 4 \times 42\text{ cm} \cdot \text{cm}^2\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{V}_p = 56\text{ cm}^3.}$$

(b) Calculer le volume du pavé creusé.

Calculons le volume $\mathscr{V}_{pc}$ du pavé creusé.

En notant $\mathscr{V}_{\text{pavé}}$ le volume du pavé droit nous avons

$$\mathscr{V}_{pc} = \mathscr{V}_{\text{pavé}} - \mathscr{V}_p$$

Or :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{\text{pavé}} &= DD' \times DC \times DA\\ &= 5\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 7\text{ cm}\\ &= 5 \times 6 \times 7\text{ cm} \cdot \text{cm} \cdot \text{cm}\\ &= 210\text{ cm}^3\end{aligned}$$

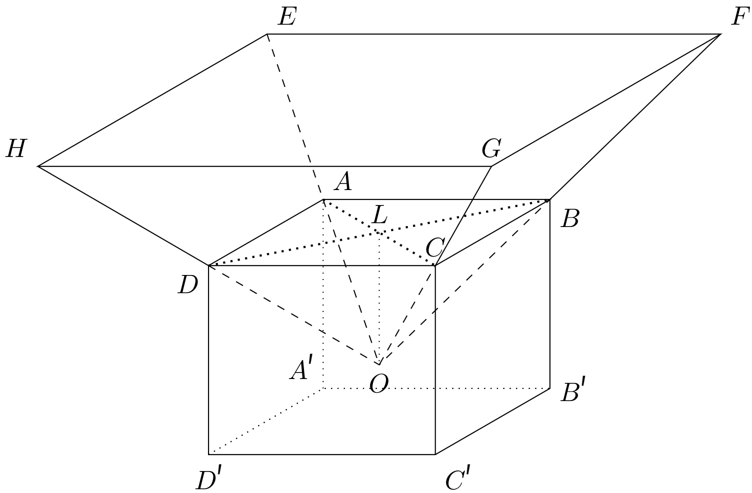
donc

$$\mathscr{V}_{pc} = 210\text{ cm}^3 - 56\text{ cm}^3$$

$$\boxed{\mathscr{V}_{pc} = 154\text{ cm}^3.}$$

Partie B.

Dans cette partie, on pose $OL = x$, où x est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$ de rapport 2.



1. Exprimer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de x.

   En reprenant le raisonnement de A.3.(a), avec $OL = x$, nous obtenons que

   le volume, exprimé en cm^3, est $\mathscr{V}_p = 14x$.

2. Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.

   En reprenant le raisonnement de A.3.(b) nous obtenons que :

   le volume, exprimé en cm^3, est $\mathscr{V}_{pc} = 210 - 14x$.

3. Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$.

   Puisque $OEFGH$ est un agrandissement de $OABCD$ de rapport 2, le volume, $\mathscr{V}_P$, de $OEFGH$ est, en centimètre cube :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_P &= 2^3 \times \mathscr{V}_p \\ &= 2^3 \times 14x\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{V}_P = 112x.}$$

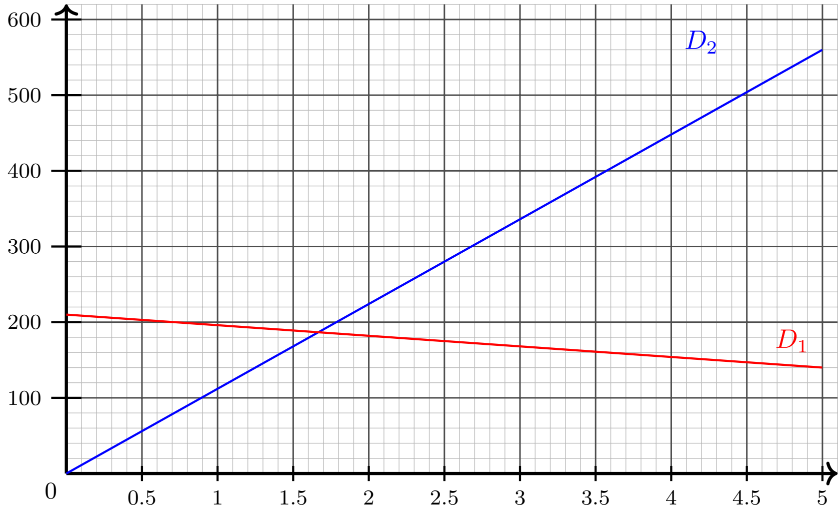
4. Quelle valeur choisir pour x, pour que le volume de la pyramide en verre soit égal au double du volume du socle en bois ?

   On souhaite x tel que : $\mathscr{V}_P = 2\mathscr{V}_{pc}$.
   Cette égalité équivaut successivement à

$$\begin{aligned}112x &= 2 \times (210 - 14x) \\ 112x &= 2 \times 210 - 2 \times 14x \\ 112x &= 420 - 28x \\ 112x + 28x &= 420 - 28x + 28x \\ 140x &= 420 \\ \frac{140x}{140} &= \frac{420}{140} \\ x &= 3\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Il faut choisir } x = 3.}$$

5. On considère les fonctions f et g définies pour tout x compris entre 0 et 5 par :
$$f(x) = 210 - 14x$$
   et
$$g(x) = 112x.$$
   On a représenté dans un repère orthogonal ces deux fonctions.

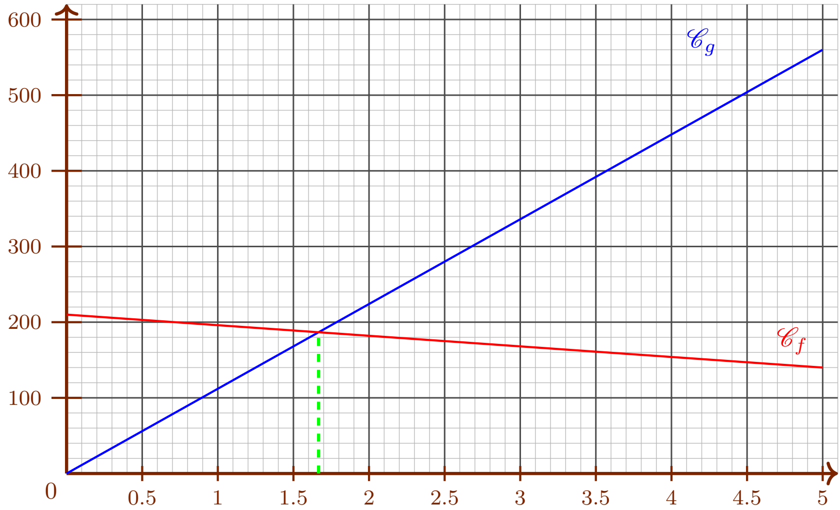


(a) Déterminer quelle fonction (f ou g) est représentée par chacune des droites D_1 et D_2 ? Justifier.

f et g sont des fonctions affines. Cependant g est linéaire donc sa courbe représentative passe par l'origine du repère. Nécessairement

> D_2 est la courbe représentative de g et donc D_1 est celle de f.

(b) Déterminer avec la précision permise par le graphique les valeurs de x pour lesquelles le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre.



Le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre pour $x \geqslant 1{,}65$.

(c) Retrouver le résultat précédent en posant puis en résolvant une inéquation.

$$g(x) \geqslant f(x)$$

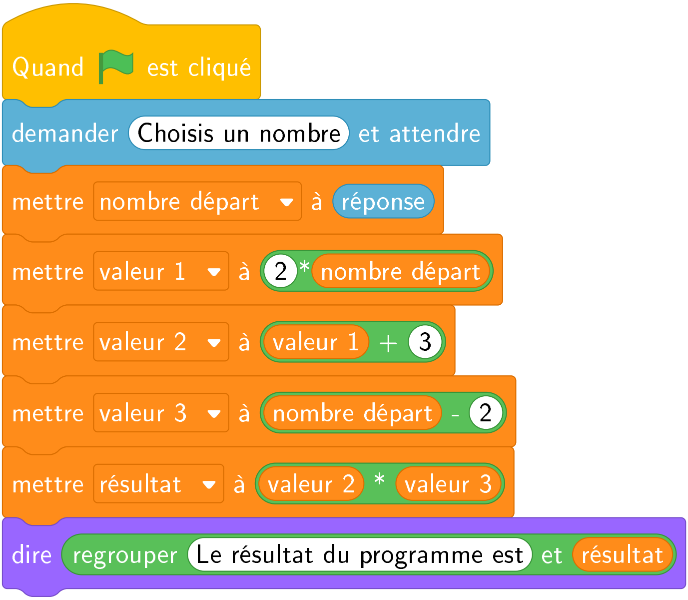
équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} 112x &\geqslant 210 - 14x \\ 112x + 14x &\geqslant 210 - 14x + 14x \\ 126x &\geqslant 210 \\ \frac{126x}{126} &\geqslant \frac{210}{126} \\ x &\geqslant \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$x \in \left[\frac{5}{3}; 5\right]$.

Exercice 4.

1. Adam a réalisé le programme ci-dessous à l'aide du logiciel Scratch.



Cliquez sur ce lien pour télécharger le programme.

(a) Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat est égal à 9.

Considérons un tableau d'état des variables du programme.

Lignes de codes.	demander Choisis un nombre et attendre	mettre nombre départ à réponse	mettre valeur 1 à 2 * nombre départ	mettre valeur 2 à valeur 1 + 3	mettre valeur 3 à nombre départ - 2	mettre résultat à valeur 2 * valeur 3
réponse	3	3	3	3	3	3
nombre départ		3	3	3	3	3
valeur 1			$2 \times 3 = 6$	6	6	6
valeur 2				$6 + 3 = 9$	9	9
valeur 3					$3 - 2 = 1$	1
résultat						$9 \times 1 = 9$

Si le nombre de départ est 3 alors le résultat est 9.

(b) Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est 2,4 ?

Lignes de codes.	demander Choisis un nombre et attendre	mettre nombre départ à réponse	mettre valeur 1 à 2 * nombre départ	mettre valeur 2 à valeur 1 + 3	mettre valeur 3 à nombre départ - 2	mettre résultat à valeur 2 * valeur 3
réponse	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
nombre départ			2,4	2,4	2,4	2,4
valeur 1			$2 \times 2{,}4 = 4{,}8$	4,8	4,8	4,8
valeur 2				$4{,}8 + 3 = 7{,}8$	7,8	7,8
valeur 3					$2{,}4 - 2 = 0{,}4$	0,4
résultat						$7{,}8 \times 0{,}4 = 3{,}12$

Si le nombre de départ est 2,4 alors le résultat est 3,12.

(c) Soit x le nombre de départ.
Montrer que le programme d'Adam retourne le nombre $2x^2 - x - 6$.

Lignes de codes.	demander Choisis un nombre et attendre	mettre nombre départ à réponse	mettre valeur 1 à 2 * nombre départ	mettre valeur 2 à valeur 1 + 3	mettre valeur 3 à nombre départ - 2	mettre résultat à valeur 2 * valeur 3
réponse	x	x	x	x	x	x
nombre départ			x	x	x	x
valeur 1			$2 \times x = 2x$	$2x$	$2x$	$2x$
valeur 2				$2x + 3$	$2x + 3$	$2x + 3$
valeur 3					$x - 2$	$x - 2$
résultat						$(2x + 3)(x - 2)$

Or en développant, simplifiant puis réduisant :

$$\begin{aligned}(2x + 3)(x - 2) &= 2x \times x + 2x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2)\\ &= 2x^2 - 4x + 3x - 6\\ &= 2x^2 - x - 6\end{aligned}$$

donc

$\boxed{\text{si le nombre de départ est } x \text{ alors le résultat est } 2x^2 - x - 6.}$

2. Pauline propose le programme de calcul suivant.

Choisis un nombre. Élève-le au carré. Soustrais 3. Multiplie par 2. Soustrais le nombre de départ.

(a) Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat obtenu est égal à 9.

Appliquons le programme en prenant 3 pour nombre de départ.

Choisis un nombre.	3
Élève-le au carré	$3^2 = 9$
Soustrais 3.	$9 - 3 = 6$
Multiplie par 2.	$6 \times 2 = 12.$
Soustrais le nombre de départ.	$12 - 3 = 9.$

Si le nombre de départ est 3 alors le résultat est 9.

(b) Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est $\dfrac{7}{3}$.

Appliquons le programme en prenant $\frac{7}{3}$ pour nombre de départ.

Choisis un nombre.	$\frac{7}{3}$
Élève-le au carré	$\left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$
Soustrais 3.	$\frac{49}{9} - 3 = \frac{22}{9}$
Multiplie par 2.	$\frac{22}{9} \times 2 = \frac{44}{9}.$
Soustrais le nombre de départ.	$\frac{44}{9} - \frac{7}{3} = \frac{23}{9}.$

Si le nombre de départ est $\frac{7}{3}$ alors le résultat est $\frac{23}{9}$.

3. Montrer que, pour un même nombre de départ, les programmes de calcul d'Adam et Pauline donnent le même résultat.

Appliquons le programme en prenant x pour nombre de départ.

Choisis un nombre.	x
Élève-le au carré	x^2
Soustrais 3.	$x^2 - 3$
Multiplie par 2.	$(x^2 - 3) \times 2.$
Soustrais le nombre de départ.	$2(x^2 - 3) - x$

Or en développant, simplifiant puis réduisant :

$$\begin{aligned}2(x^2-3)-x &= 2\times x^2-2\times 3-x\\ &= 2x^2-6-x\\ &= 2x^2-x-6\end{aligned}$$

donc on obtient bien le même résultat que pour le programme de la question 1.

Les deux programmes donnent le même résultat.

4. Déterminer le ou les nombres de départ possibles pour que les résultats des programmes de calcul soient nuls. Justifier.

Au cours des questions précédentes nous avons obtenu diverses expressions littérales du résultat des programmes : $(2x+3)(x-2)$, $2x^2-x-6$, $2(x^2-3)-x$. Nous préférons l'expression qui fait apparaître une équation produit nul.

Résolvons l'équation : $(2x+3)(x-2)=0$.

$$(2x+3)(x-2)=0$$

équivaut successivement à

$$\begin{aligned}2x+3 &= 0 \quad \text{et} \quad x-2=0\\ 2x+3-3 &= 0-3 \quad \text{et} \quad x-2+2=0+2\\ 2x &= -3 \quad \text{et} \quad x=2\\ \frac{2x}{2} &= \frac{-3}{2} \quad \text{et} \quad x=2\\ x &= -\frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x=2\end{aligned}$$

Le résultat sera zéro si et seulement si le nombre de départ est choisi dans l'ensemble $\left\{-\frac{3}{2};\ 2\right\}$.

5. Adam souhaite automatiser les calculs de son programme pour les entiers naturels. Il utilise un tableur dont la copie d'écran est donnée ci-dessous.
   Quelle formule doit-il saisir dans la case B2 pour qu'il puisse l'étirer vers le bas sur l'ensemble de la colonne ?

	A	B
1	Nombre de départ	Résultat du programme
2	1	-5
3	2	0
4	3	9
5	4	22
6	5	39

Utilisons la formule donnée dans l'énoncé :

$$= 2 \ast \mathtt{A2} \wedge 2 - \mathtt{A2} - 6.$$

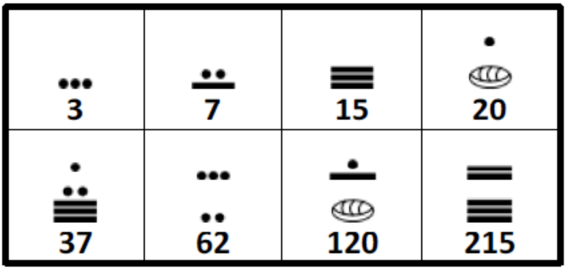
Exercice 5.

En Amérique centrale, les Mayas utilisaient un système de numération comprenant trois signes.

Le point	•
Le trait	—
La coquille	

Le signe « coquille » indique l'absence de quantité.

Quelques correspondances entre écriture Maya et écriture décimale sont données dans le tableau ci-dessous :

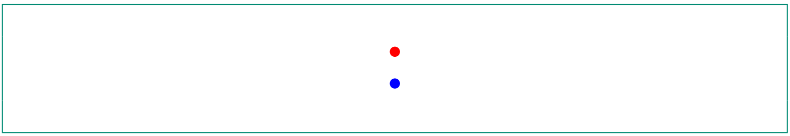


1. Donner la valeur du signe « point » et celle du signe « trait » dans l'écriture de 7 ?

   Le point signifie 1 et le trait signifie 5.

2. Le système maya est un système vigésimal (système qui a pour base 20). Donner l'écriture maya du nombre 21.

   $21 = 1 \times 20 + 1 \times 1$ donc :

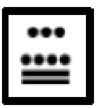


3. Justifier l'écriture maya du nombre 37.

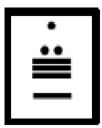
   $37 = 1 \times 20 + 3 \times 5 + 2 \times 1$ donc

4. Donner l'écriture des deux nombres suivants dans notre système de numération.

   a)



   b)



a) $3 \times 20 + 2 \times 5 + 4 \times 1 = 74$.

b) $1 \times 400 + 3 \times 100 + 2 \times 20 + 1 \times 5 = 745$.

5. (a) Donner l'écriture maya du nombre 25.

$25 = 1 \times 20 + 1 \times 5$.

(b) Donner l'écriture maya du nombre 101.

$101 = 1 \times 100 + 1 \times 1$.

(c) Le système de numération maya est qualifié, tout comme le système de numération que nous utilisons, de système positionnel. Expliquer pourquoi.

Suivant l'endroit où sont placés les points ou les traits (haut ou bas) ils représentent des unités ou des vingtaines. On retrouve également l'utilisation d'un zéro de position sous la forme du coquillage.