Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 4.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

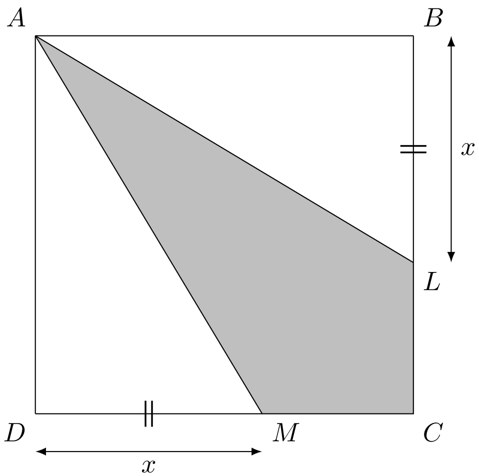
Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Dans ce problème, les figures qui sont dessinées ne sont pas représentées en vraie grandeur.

Partie A.

On souhaite partager un carré $ABCD$ de 10 cm de côté en trois parties comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



L est un point du segment $[BC]$ et M est le point du segment $[CD]$ tel que $DM = BL$. On note x la longueur, en centimètre, du segment $[BL]$.

1. Expliquez pourquoi $0 \leqslant x \leqslant 10$.

2. Vérifier que si $x = 2$, alors l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$ est égale à 80 cm^2.

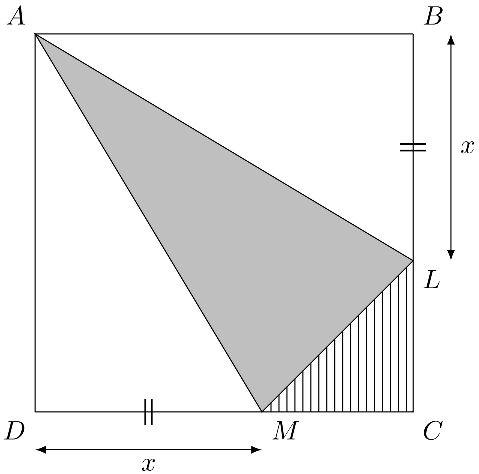
3. Calculer l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$ si $x = \dfrac{3}{5}$.

4. Montrer que l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$, exprimée en centimètre carré, en fonction de x, est égale à $100 - 10x$.

5. Déterminer x pour que les trois parties aient la même aire.

Partie B.

Dans cette partie, le triangle hachuré a été supprimé pour obtenir trois triangles ADM, AML et ALB.



1. (a) Vérifier que si $x = 2$, alors l'aire du triangle hachuré MCL est égale à 32 cm^2.

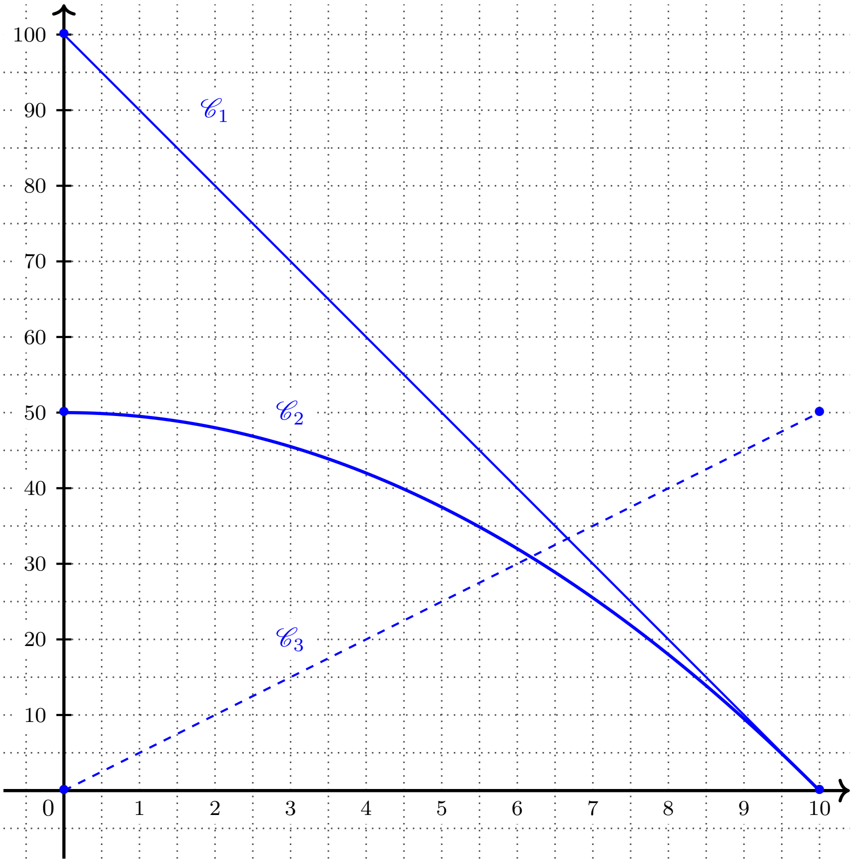
   (b) Exprimer l'aire, en centimètre carré, de la partie hachurée MCL en fonction de x.

   (c) Montrer que l'aire du triangle grisé AML, exprimée en centimètre carré, est égale à $50 - \frac{x^2}{2}$.

2. On a représenté dans le repère ci-dessous les fonctions f, g et h définies pour x entre 0 et 10 par :

$$f(x) = 5x, \quad g(x) = 100 - 10x, \quad h(x) = 50 - \frac{x^2}{2}.$$

On obtient les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$.



(a) Chacune des fonctions f, g et h permet de déterminer, en fonction de x, l'aire d'un des polygones ADM, $AMCL$ et AML de la figure précédente. Associer à chaque fonction le polygone dont elle permet de déterminer l'aire. Justifier.

(b) Associer chaque courbe $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ à la fonction quelle représente. Justifier.

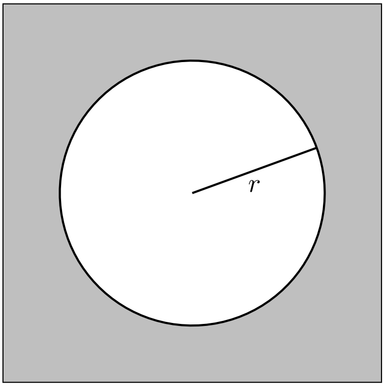
(c) Déterminer graphiquement l'aire du triangle grisé AML pour $x = 3$.

(d) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$ de la partie A est égale à 25 cm^2 ?

(e) Déterminer graphiquement la valeur de x pour que les trois triangles ABL, ADM et AML de la partie B aient la même aire. Justifier.

Partie C.

On veut maintenant partager un carré de 10 cm de côté en deux parties. L'une d'entre elles est un disque intérieur ayant pour centre celui du carré et pour rayon r. La seconde partie est l'extérieur du disque, grisée sur la figure ci-dessous.



1. Entre quelles valeurs le rayon r peut-il varier ? Justifier.

2. Déterminer pour quelle valeur du rayon r, exprimée en centimètre, l'aire du disque est égal au quart de celle du carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

3. Pour déterminer l'aire du disque dans le carré en fonction de son rayon, on réalise avec un tableur la feuille de calcul suivante :

	A	B
1	**Rayon**	**Aire**
2	0	0
3	0,5	0,78539816
4	1	3,14159265
5	1,5	7,06858347
6	2	12,5663706
7	2,5	19,6349541
8	3	28,2743339
9	3,5	38,48451
10	4	50,2654825
11	4,5	63,6172512
12	5	78,5398163

(a) Quelle formule permettant de calculer l'aire du disque doit être écrite dans la cellule B2 pour être ensuite copiée par glissement vers le bas ?
Note : on pourra utiliser la fonction PI() du tableur qui renvoie une valeur approchée du nombre π.

(b) Déduire de ce tableau, un encadrement d'amplitude minimale de la valeur r_0 du rayon du disque pour que l'aire du disque soit égale à l'aire de la surface grisée.

(c) Déterminer la valeur exacte de r_0, exprimée en centimètre, puis donner l'arrondi au centième.

(d) Déterminer la valeur exacte r_1 du rayon du disque telle que l'aire du disque soit égale au tiers de l'aire de la surface grisée et donner son arrondi au dixième de millimètre.

II Deuxième partie (13 points).

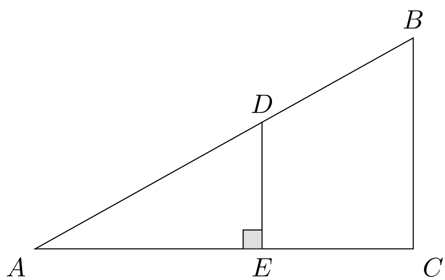
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 1.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1. Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle, D et E sont des points des côtés $[AB]$ et $[AC]$ tels que :

$$AD = 9 \text{ cm}, \quad DB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 10 \text{ cm}, \quad EC = 4 \text{ cm}.$$



Affirmation 1 : « Le triangle ABC est rectangle en C. »

2. **Affirmation 2** : « La somme de deux nombres entiers impairs consécutifs ne peut pas être un nombre premier. »

3. On suppose qu'une voiture perd chaque année 20 % de sa valeur.
   Affirmation 3 : « Dans 5 ans, la voiture vaudra encore plus d'un tiers de sa valeur initiale. »

4. Dans mon équipe, les trois quarts des joueurs sont mineurs et le tiers des majeurs a plus de 25 ans.
   Affirmation 4 : « Un équipier sur six a entre 18 et 25 ans. »

Exercice 2.

Dans une classe de 28 élèves, on souhaite comparer les tailles des filles et des garçons. Voici les données dont on dispose :

Taille des treize filles en centimètre : 149 155 161 142 167 163 157 150 165 152 161 159 160
Taille des garçons : Toutes les tailles sont des nombres entiers de centimètres et il n'y a pas deux garçons qui ont la même taille. On connaît également les indicateurs suivants : Étendue : 29 cm Moyenne : 159 cm Médiane : 161 cm.

1. Calculer l'écart, en centimètre, entre la taille moyenne des filles et la taille moyenne des garçons.

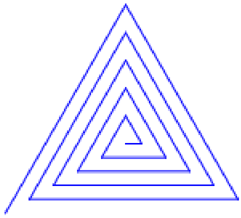
2. Dans la classe, l'élève de plus petite taille mesure 140 cm. Quelle est la taille de l'élève le plus grand ?

3. Dans la classe, combien d'élèves mesurent 162 cm ou plus ?

4. Calculer la taille moyenne, en centimètre, arrondie au millimètre, des élèves de cette classe.

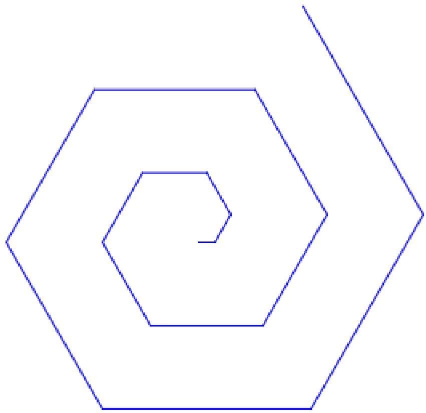
Exercice 3.

Un élève veut obtenir la figure ci-contre à l'aide du logiciel de programmation Scratch :



Le plus petit segment mesure 10 pixels et chaque segment mesure 10 *pixels de plus que le précédent.*

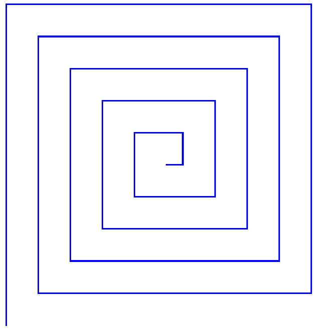
1. Un élève écrit le programme suivant et obtient la figure ci-dessous.



Que doit-il modifier dans son programme pour obtenir la figure attendue ? Aucune justification n'est attendue.

2. Quelle est la longueur, exprimée en pixel, du dernier segment tracé ?

3. Que doit-on modifier dans le programme précédent pour obtenir la spirale suivante ?



Le plus petit segment mesure 10 *pixels et chaque segment mesure* 10 *pixels de plus que le précédent.*

III Troisième partie (14 points).

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

Situation 1.

Extrait du Bulletin officiel n° 31 du 30-7-2020 pour le cycle 3 : « connaître des procédures élémentaires de calcul, notamment : multiplier par 5*, par* 25*, par* 50*, par* 0,1*, par* 0,5 *».*

Dans le cadre d'une séance de calcul mental, un enseignant propose à des élèves de CM1 de revenir sur les procédures qu'ils ont utilisées pour effectuer le calcul : 5×14. Ci-dessous sont présentées les productions de Paco, Léa, Julie et Ali.

Paco	**Léa**
$5 \times 4 = 20$ $5 \times 1 = 5 + 2 = 7$ $14 \times 5 = 70$	$10 \times 5 = 50$ $11 \times 5 = 50$ $12 \times 5 = 60$ $13 \times 5 = 65$ $14 \times 5 = 70$
Julie	**Ali**
$14 + 14 + 14 + 14 + 14 = 70$	$14 \times 5 = 70$ J'ai trouvé ce résultat car j'ai fait $5 \times 10 + 5 \times 4 = 70$

1. Pour chacun des quatre élèves, analyser les procédures et expliciter les faits numériques sollicités.

2. Que peut proposer l'enseignant pour encourager Julie à abandonner sa procédure additive ?

3. Indépendamment des nombres en jeu, comment l'enseignant peut-il procéder pour introduire la procédure suivante : $5 \times 14 = 10 \times 14 : 2$?

4. Proposer une trace écrite à faire noter dans les cahiers lors de l'institutionnalisation de la procédure introduite dans la question 3.

Situation 2.

Une enseignante de CM2 propose le problème suivant à ses élèves :

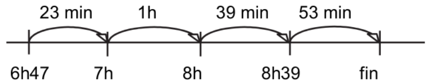
« Un touriste prend un train à Paris à 6 h 47, le train s'arrête une première fois en gare de Bourg-en-Bresse d'où il repart à 8 h 39. Le train arrive en gare de Bellegarde-sur-Valserine 53 minutes plus tard. Quelle a été la durée totale du voyage ? »

Matéo

$$\begin{array}{rr} & 8\text{ h }{}_{1}39 \\ - & 6_{1}\text{h } 47 \\ \hline & \cancel{1}\text{ h }\cancel{9}2 \\ & 2\quad\ 3 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 2\text{ h } 32 \\ + & 53 \\ \hline & \cancel{2}\text{ h }\cancel{8}5 \\ & 3\quad\ 2 \end{array}$$

La durée totale du voyage est 3 h 25.

Lucille



$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 23 \\ +\ 39 \\ +\ \underline{53} \\ 115 \end{array}$$

115 – 60 = 55

La durée est 2 h 55.

Léa

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 8\text{ h }39 \\ +\ \underline{\phantom{8\text{ h }}53} \\ \cancel{8}\text{ h }\cancel{9}2 \\ 9\phantom{\text{ h }}3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9\text{ h }32 \\ -\ \underline{6\text{ h }47} \\ 3\text{ h }15 \end{array}$$

La durée totale du voyage est 3 h 15.

1. Dans un tableau, analyser chacune des 3 productions d'élèves en termes de réussites et d'erreurs.
2. Quelle aide peut-on apporter à Lucille pour qu'elle comprenne et remédie à son ou ses erreur(s) ?
3. Parmi les procédures utilisées par ces 3 élèves, laquelle privilégier pour une mise en commun en classe de CM2 ? Justifier ce choix.

Situation 3.

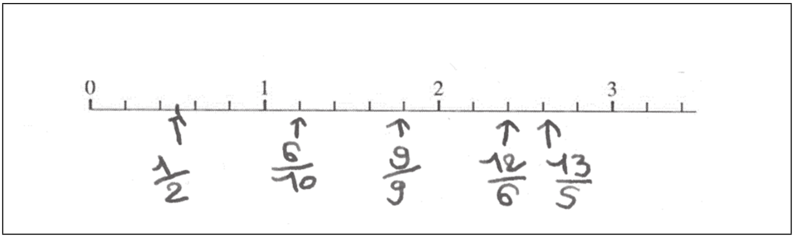
1. Voici une situation proposée par le manuel « Pour comprendre les maths » - Hachette éducation - CM1 :

Reproduis la droite graduée, puis place les fractions : $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{15}{5}$ $\frac{8}{5}$

Cet exercice a été réussi par l'ensemble des élèves d'une classe de CM1.
L'enseignant propose cette même situation avec les fractions :

$$\frac{13}{5};\ \frac{6}{10};\ \frac{12}{6};\ \frac{1}{2};\ \frac{9}{9}$$

Voici les réponses de Léo :



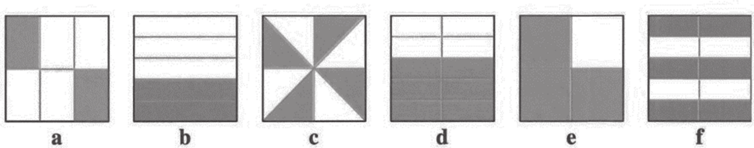
(a) Analyser les réponses proposées par Léo, en repérant ses erreurs et réussites.

(b) Expliquer la différence de réussites aux deux tâches proposées.

2. Voici une nouvelle situation extraite du même manuel :

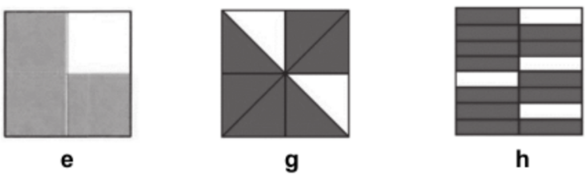
Pour chaque figure ci-dessous, indique :
a. la fraction de la figure coloriée ;
b. la fraction de la figure non coloriée.

Tu peux donner plusieurs réponses !



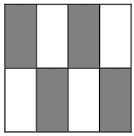
(a) Donner un intérêt et une limite de cet exercice par rapport à l'exercice proposé à la question 1 précédente.

(b) L'enseignant propose de comparer les figures **e**, **g** et une nouvelle figure **h**.



Quel est l'intérêt de proposer ces trois figures ?

(c) L'enseignant décide ensuite de proposer la figure **i**.



i

Lilou trouve $\frac{4}{8}$. Tom dit : « ce n'est pas possible car c'est la figure **c** et elles ne sont pas pareilles. »
Comment l'enseignant peut-il amener Tom à comprendre que son affirmation est fausse ?