Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

Première partie (13 points).

Romain et Aya souhaitent étudier quelques caractéristiques d'un terrain de rugby.

Partie A.

La zone de jeu est un rectangle d'une longueur de 100 m et d'une largeur de 68 m.

1. Calculer l'aire de la zone de jeu.

   Calculons l'aire $\mathscr{A}_{terrain}$ du terrain.

   Puisque le terrain est rectangulaire :

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_{terrain} &= 100 \text{ m} \times 68 \text{ m} \\ &= 100 \times 68 \text{ m} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}_{terrain} = 6\,800 \text{ m}^2.}$$

2. Calculer la longueur de la diagonale de la zone de jeu. Donner la valeur exacte et vérifier qu'elle mesure environ 121 m.

   Déterminons la longueur de la diagonale du terrain.

   Notons $ABCD$ le rectangle formé par le terrain.
   Le triangle ABD est rectangle en A donc, d'après le théorème de Pythagore, nous avons

$$AB^2 + AD^2 = BD^2.$$

   Nous en déduisons successivement

$$\begin{aligned} BD^2 &= 100^2 + 68^2 \\ &= 14624 \end{aligned}$$

BD étant une longueur c'est un nombre positif donc :

$$BD = \sqrt{14624}$$

Donc

$$\boxed{\begin{array}{c} BD = 4\sqrt{914} \text{ m} \\ BD \approx 121 \text{ m.} \end{array}}$$

3. Aya parcourt la diagonale de la zone de jeu en 18 secondes. Calculer sa vitesse moyenne en m/s, donner l'arrondi au centième.

   Déterminons la vitesse moyenne v.

$$\begin{aligned} v &\approx \frac{121 \text{ m}}{18 \text{ s}} \\ &\approx \frac{121}{18} \text{ m/s} \\ &\approx 6{,}722 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\boxed{v \approx 6{,}72 \text{ m/s.}}$$

4. Court-elle à une vitesse moyenne supérieure à 30 km/h ? Justifier.

   Convertissons la vitesse en km/h.

$$\begin{aligned} v &\approx 6{,}72 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx 6{,}72 \ \frac{\frac{1}{1000} \text{ m}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} \\ &\approx 6{,}72 \times \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{3600}} \ \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ &\approx 6{,}72 \times \frac{3600}{1000} \text{ km/h} \\ &\approx 24{,}192 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Elle ne court pas à plus de 30 km/h.

5. La championne Elaine Thompson parcourt 100 m en 10,93 s.
En courant avec la même vitesse moyenne, combien de temps, en seconde, aurait mis Elaine Thompson pour parcourir la même diagonale ? Arrondir au dixième.

Déterminons le temps $t_{Thompson}$ que mettrait la championne pour parcourir la diagonale.

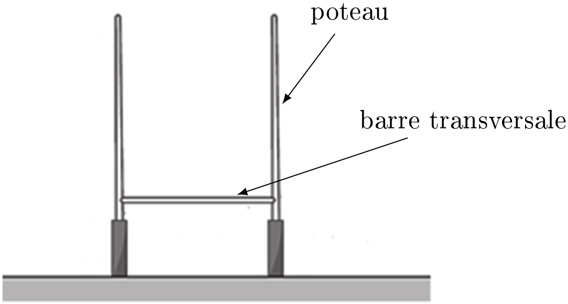
Puisque la diagonale mesure 121 m et que la vitesse de la championne est $\frac{100\ \text{m}}{10{,}93\ \text{s}}$ nous en déduisons

$$\begin{aligned}
t_{Thompson} &= \frac{121\ \text{m}}{\frac{100\ \text{m}}{10{,}93\ \text{s}}} \\
&= \frac{\frac{121\ \text{m}}{1}}{\frac{100\ \text{m}}{10{,}93\ \text{s}}} \\
&= \frac{121\ \text{m}}{1} \times \frac{10{,}93\ \text{s}}{100\ \text{m}} \\
&= \frac{121\ \text{m} \times 10{,}93\ \text{s}}{1 \times 100\ \text{m}} \\
&= \frac{121 \times 10{,}93}{100}\ \text{s} \\
&= 13{,}2253
\end{aligned}$$

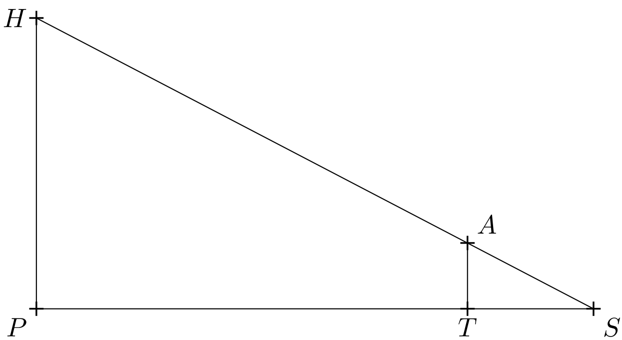
La diagonale aurait parcourue en 13,2 s.

Partie B.

Aya souhaiterait connaître la hauteur des poteaux de but représentés ci-dessous.



Pour ce faire, elle se place en un point T, de telle sorte que l'extrémité S de son ombre $[TS]$ coïncide avec celle de l'ombre $[PS]$ d'un des poteaux. Elle trace le schéma ci-dessous à main levée.



- Aya, représentée par le segment $[AT]$, mesure 1,74 m ; on a $AT = 1{,}74$ m.
- Aya est placée à 9,51 m du poteau représenté par le segment $[PH]$; on a $PT = 9{,}51$ m.
- L'ombre d'Aya mesure 2,78 m ; on a $TS = 2{,}78$ m.
- L'ombre du poteau est représentée par le segment $[PS]$.
- On considère que les poteaux et Aya sont orthogonaux au sol.

Déterminer la hauteur HP du poteau. Arrondir le résultat au dixième de mètre.

Calculons PH.

- Configuration de Thalès. S, T et P d'une part, S, A et H d'autre part sont alignés dans le même ordre.
- Hypothèse pour la forme directe du théorème. Puisque $(PH) \perp (PS)$ et $(TA) \perp (PS)$ nous en déduisons $(PH) \parallel (TA)$.

Des points précédents nous déduisons, d'après le théorème de Thalès que

$$\frac{AT}{HP} = \frac{TS}{PS}.$$

Nous en déduisons successivement (toutes les longueurs étant exprimées en mètres) :

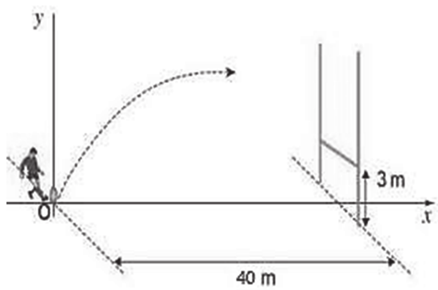
$$\begin{aligned}
\frac{1{,}74}{HP} &= \frac{2{,}78}{PT+TS}\\
\frac{1{,}74}{HP} &= \frac{2{,}78}{9{,}51+2{,}78}\\
\frac{1{,}74}{HP}\times HP &= \frac{2{,}78}{9{,}51+2{,}78}\times HP\\
1{,}74 &= \frac{2{,}78}{9{,}51+2{,}78}\times HP\\
\frac{12{,}29}{2{,}78}\times 1{,}74 &= \frac{12{,}29}{2{,}78}\times\frac{2{,}78}{12{,}29}\times HP\\
\frac{12{,}29}{2{,}78}\times 1{,}74 &= HP
\end{aligned}$$

$$\boxed{HP \approx 7{,}7 \text{ m.}}$$

Partie C.

Romain veut frapper du pied dans le ballon pour le faire passer au-dessus de la barre transversale et entre les poteaux de but. On suppose que le ballon se déplace dans un plan orthogonal au plan du but.

1.

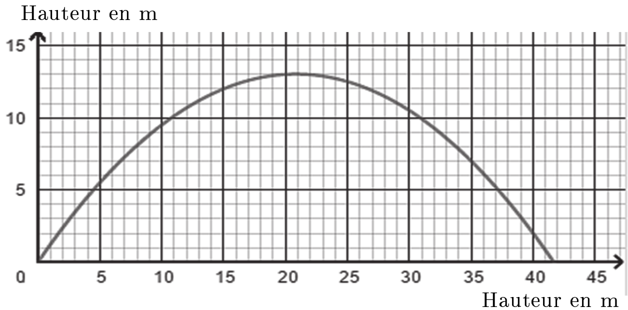


Au moment du coup de pied, le ballon se trouve au sol, au point O, face aux poteaux à une distance de 40 m de la ligne de but.

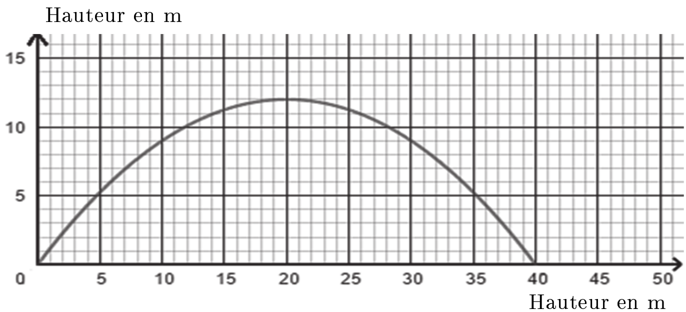
Romain tape trois coups de pied différents illustrés par les trajectoires de ballon données ci-dessous.

Le ballon se déplace dans un plan orthogonal au plan des buts.

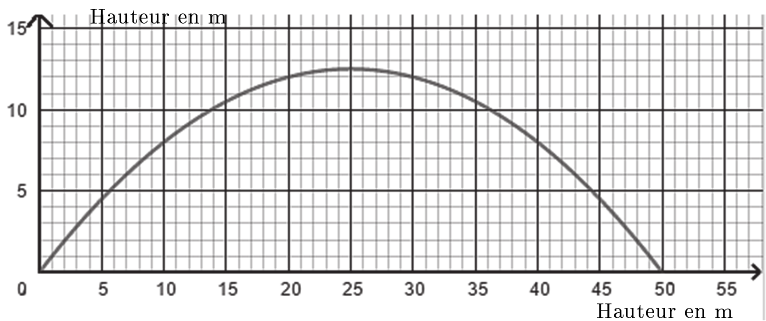
Coup de pied A.



Coup de pied B.



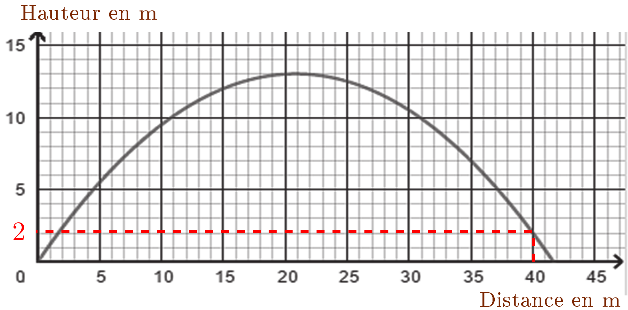
Coup de pied C.



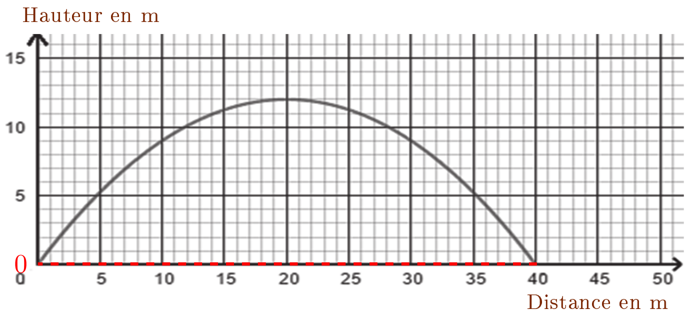
Quel(s) coup(s) de pied permet(tent) à Romain de faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

Pour que le ballon passe au-dessus de la barre transversale il faut qu'il soit à plus de 3 m de haut lorsqu'il a parcouru 40 m au sol.

Coup de pied A.

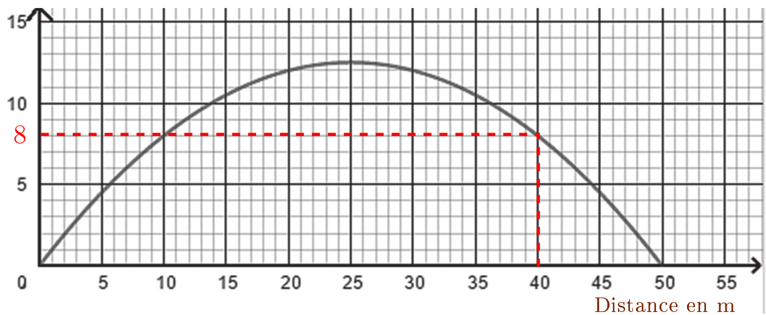


Coup de pied B.



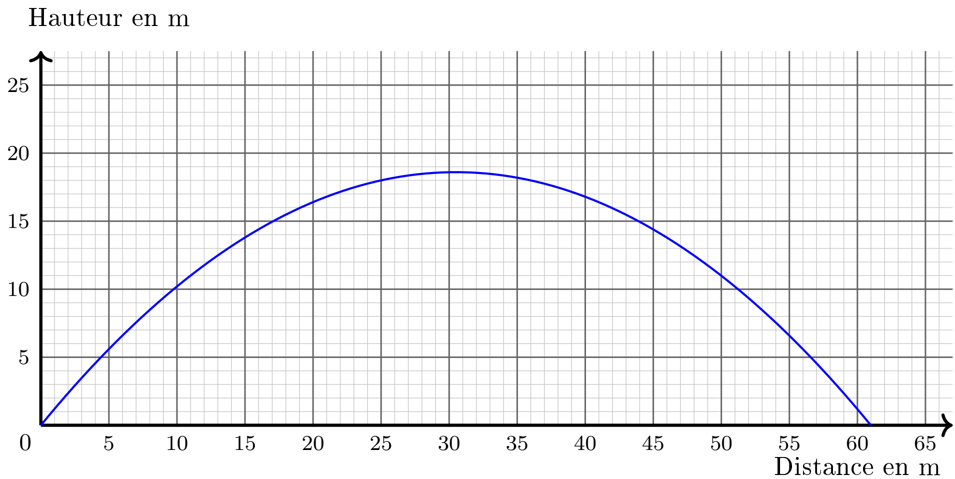
Coup de pied C.

Hauteur en m



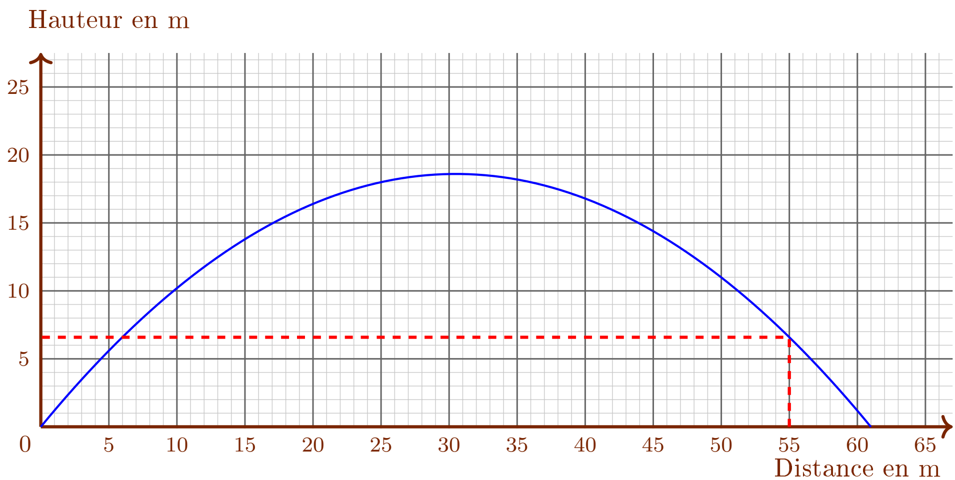
Seul le coup de pied C permet de faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale.

2. Romain se trouve maintenant à une distance de 55 m face au but. Il tente un coup de pied illustré par la trajectoire de ballon donnée ci-dessous.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

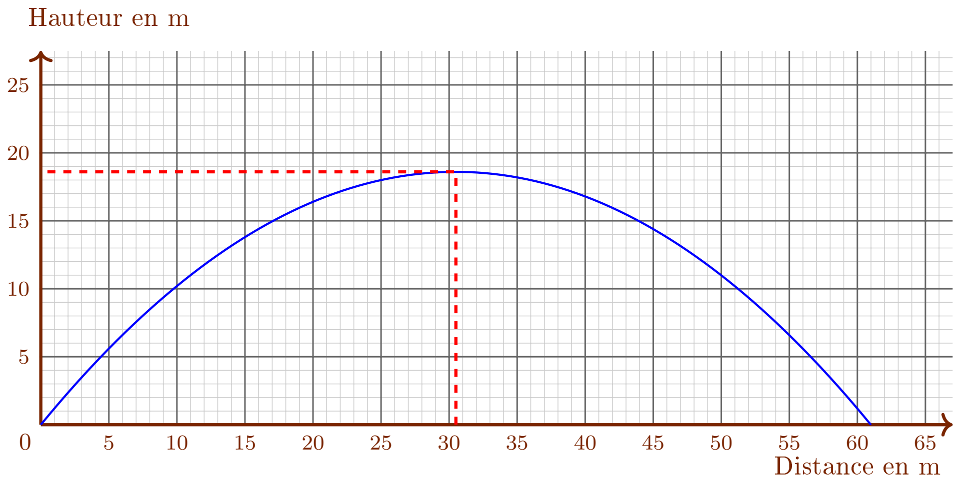
(a) Romain a-t-il réussi à faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale ? Justifier.



Le ballon franchit la ligne de la barre transversale à plus de 6 m donc très au-delà des 3 m de hauteur de la barre transversale.

Il a réussi à faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale.

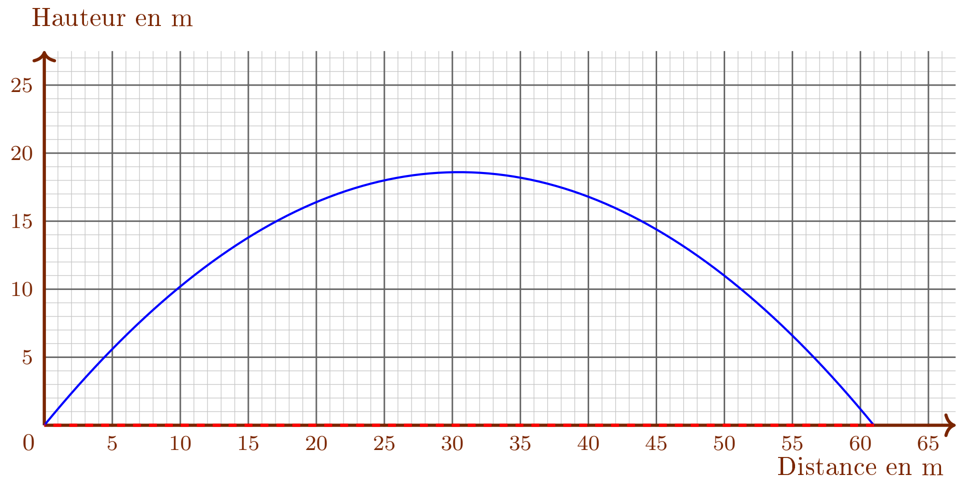
(b) À quelle hauteur maximale le ballon s'est-il élevé ?



Le ballon a atteint une hauteur maximale de 18,5 m.

(c) À quelle distance, derrière la ligne de but, le ballon est-il retombé à terre ? Justifier.

Dire que le ballon retombera au sol c'est dire que sa hauteur sera de 0 m.



Le ballon est retombé à 61 m du lanceur or la ligne de but est à 55 m du lanceur donc

le ballon est retombé 6 m derrière la ligne de but.

Pour la suite du problème, on admet que le ballon suit la trajectoire donnée par la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}22x$ représente la hauteur du ballon en mètre pour une longueur au sol x en mètre.

3. Romain étudie cette fonction f grâce à une feuille de calcul d'un tableur ; voici un extrait du travail obtenu :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	1	4	12	20	25	38	40	45	55
2	$f(x)$	1,2	4,56	11,76	16,4		17,48	16,8	14,4	6,6

(a) Quelle formule a-t-il entrée dans la cellule `B2` puis étirée pour compléter ce tableau ?

La formule de calcul entrée en `B2` est :

`= −0,02 ∗ B1 ∧ 2 + 1,22 ∗ B1.`

(b) Quelle valeur devrait-il obtenir dans la cellule F2 ? Justifier.

Déterminons le contenu de F2.

$$\begin{aligned} f(25) &= -0{,}02 \times 25^2 + 1{,}22 \times 25 \\ &= 18 \end{aligned}$$

La valeur affichée en F2 devrait être 18.

(c) Quelle cellule permet de confirmer que le ballon est bien passé au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

La cellule H2 permet de confirmer que le ballon passe au-dessus de la barre transversale.

4. Utiliser l'expression algébrique de la fonction f pour déterminer à quelle distance derrière la ligne de but le ballon est retombé à terre.

Le ballon retombera lorsque sa hauteur sera de 0 m. Autrement dit lorsque $f(x) = 0$.

Résolvons (E) : $-0{,}02x^2 + 1{,}22 = 0$.

Il s'agit de résoudre une équation qui n'est pas linéaire. A priori la première chose à tenter est de se ramener à une équation produit-nul et donc éventuellement factoriser.

$$\begin{aligned} (E) &\iff -0{,}02x^2 + 1{,}2xx = 0 \\ &\iff -0{,}02x \times x + 1{,}22x = 0 \\ &\iff (-0{,}02x + 1{,}22) \times x \\ &\iff -0{,}02x + 1{,}22 = 0 \text{ ou } x = 0 \\ &\iff -0{,}02x + 1{,}22 - 1{,}22 = 0 - 1{,}22 \text{ ou } x = 0 \\ &\iff -0{,}02x = -1{,}22 \text{ ou } x = 0 \\ &\iff \frac{-0{,}02x}{-0{,}02} = \frac{-1{,}22}{-0{,}02} \text{ ou } x = 0 \\ &\iff x = 61 \text{ ou } x = 0 \end{aligned}$$

Le cas $x = 0$ correspond au point de départ du ballon donc la seule solution qui convienne est $x = 61$. Donc

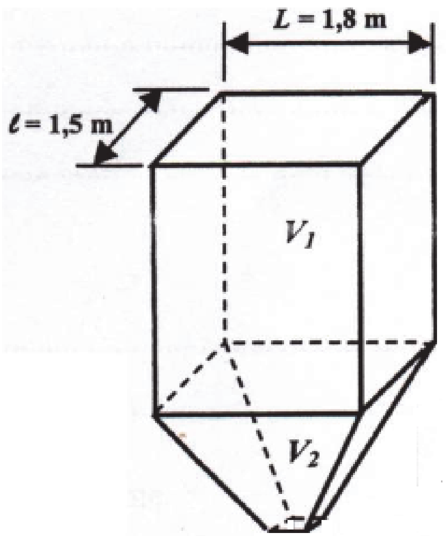
$$\boxed{\text{le ballon retombera 6 m derrière la ligne de but.}}$$

Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1.

La figure ci-dessous représente une vue en perspective d'un silo de stockage.



Le silo est composé de deux parties :
— la partie supérieure est un parallélépipède rectangle de volume V_1 ;
— la partie inférieure est une pyramide tronquée d'une hauteur de 1,2 m et de volume $V_2 = 2\ \text{m}^3$.

1. Sachant que le volume total V_T du silo est de $12{,}26\ \text{m}^3$, calculer la hauteur du parallélépipède rectangle.

   Déterminons la hauteur h_1 du parallélépipède rectangle.

   D'une part :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_T - V_2 \\ &= 12{,}26 \text{ m}^3 - 2 \text{ m}^3 \\ &= 10{,}26 \text{ m}^3 \ (1) \end{aligned}$$

et d'autre part, en utilisant la formule du volume d'un pavé droit :

$$\begin{aligned} V_1 &= h_1 \times \ell \times L \\ &= h_1 \times 1{,}5 \text{ m} \times 1{,}8 \\ &= h_1 \times 2{,}7 \text{ m}^2 \ (2) \end{aligned}$$

De (1) et (2) nous déduisons par transitivité :

$$10{,}26 \text{ m}^3 = h_1 \times 2{,}7 \text{ m}^2$$

ce qui équivaut successivement à :

$$\frac{10{,}26 \text{ m}^3}{2{,}7 \text{ m}^2} = \frac{h_1 \times 2{,}7 \text{ m}^2}{2{,}7 \text{ m}^2}$$
$$\frac{10{,}26}{2{,}7} \text{ m} = h_1$$

$$\boxed{h_1 = 3{,}8 \text{ m.}}$$

2. En déduire la hauteur totale du silo.

Déterminons la hauteur h_T du silo.

Puisque la hauteur de la pyramide est 1,2 m la hauteur du silo est

$$\begin{aligned} h_T &= 1{,}2 \text{ m} + h_1 \\ &= 1{,}2 \text{ m} + 3{,}8 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\boxed{h_1 = 5 \text{ m.}}$$

3. Pour un même volume et une même hauteur, quel serait le diamètre d'un silo cylindrique ?
   Arrondir au dixième de m.
   On rappelle que le volume d'un cylindre dont l'aire de la base est B et de hauteur h est égal à $B \times h$.

   Notons r le rayon d'un cylindre de hauteur 5 m et de volume 12,26 m^3.

   Déterminons r.

   Nous avons donc

$$12{,}26 \text{ m}^3 = \pi \times r^2 \times 5 \text{ m}^2$$

   ce qui équivaut successivement à :

$$\frac{12{,}26 \text{ m}^3}{\pi \times 5 \text{ m}} = \frac{\pi \times r^2 \times 5 \text{ m}}{\pi \times 5 \text{ m}}$$
$$\frac{12{,}26}{\pi \times 5} \text{ m}^2 = r^2$$

   Puisque r représente une longueur c'est un nombre positif :

$$\sqrt{\frac{12{,}26}{5\pi}} \text{ m} = r$$

   Ainsi en tronquant :

$$r \approx 0{,}883456 \text{ m}$$

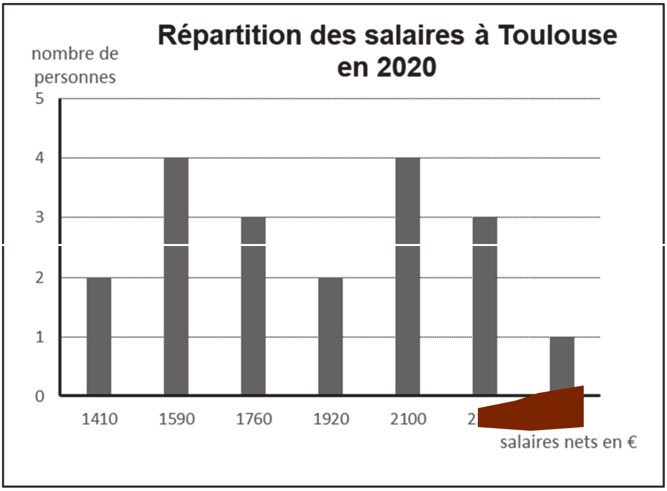
   Le diamètre du silo cylindrique serait de 1,8 m.

Exercice 2.

La cheffe d'une entreprise a commandé à son gestionnaire une étude sur les salaires de ses employés pour l'année 2020. L'entreprise est installée sur deux sites :
- le site de Toulouse où travaillent 19 employés ;
- le site de Montauban où travaillent 12 employés.

La répartition des salaires nets des employés du site de Toulouse est représentée par le diagramme en barres ci-dessous, les salaires étant rangés dans l'ordre croissant.

Une tasse de café est renversée sur le document réalisé par le gestionnaire et une tache vient masquer certaines informations concernant le site de Toulouse.



Informations sur les salaires à **Montauban** en 2020 :
Salaire moyen : 1520 €   12 employés   Salaire maximum : 2300 €   Salaire minimum : 1410 €

1. La cheffe d'entreprise affirme que plus de 40 % des personnes travaillant à Toulouse gagnent plus de 2000 €. Est-ce vrai ? Justifier la réponse.

   D'après le graphique 4 + 3 + 1 = 8 personne travaillent à Toulouse.
   Puisqu'il y a 19 employés à Toulouse cela représente une proportion, exprimée en pourcentage, de
   $$\frac{8}{19} \times 100 \approx 42{,}11.$$

   L'affirmation du chef est vraie.

2. Sur le site de Toulouse, l'étendue des salaires est égale à 1890 € et le salaire moyen est de 1935 euro.

   (a) Déterminer la valeur du plus haut salaire de Toulouse.

   L'étendue est définie par : $e = max - min$.
   Donc ici :

$$1890 = max - 1410$$

   ce qui équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} 1890 + 1410 &= max - 1410 + 1410 \\ 3300 &= max \end{aligned}$$

   Le salaire maximal dans l'entreprise est de 3 000 €.

   (b) Déterminer la valeur des salaires correspondant à l'avant-dernière barre du graphique présentant la répartition des salaires à Toulouse en 2020.

   Déterminons le salaire x correspondant à l'avant dernière barre du graphique.

   Le salaire moyen à Toulouse est :

$$1935 = \frac{2 \times 1410 + 4 \times 1590 + +3 \times 1760 + 2 \times 1920 + 4 \times 2100 + 3 \times x + 1 \times 3300}{2 + 4 + 4 + 3 + 1}.$$

   ce qui équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} 1935 &= \frac{3x + 300000}{19} \\ 1935 \times 19 &= \frac{3x + 30000}{19} \times 19 \\ 36765 &= 3x + 30000 \\ 36765 - 30000 &= 3x + 30000 - 30000 \\ 6765 &= 3x \\ \frac{6765}{3} &= \frac{3x}{3} \\ 2255 &= x \end{aligned}$$

Le salaire recherché est de 2255 €.

3. Déterminer le salaire médian des employés de Toulouse.

   Déterminons le salaire médian à Toulouse.

   * Les salaires dans le diagramme en barres sont déjà dans l'ordre croissant.
   * Il y a 19 employés et $\frac{19}{2} = 9{,}5$ donc le salaire médian est le dixième salaire.
   * Or, en cumulant les effectifs, $2 + 4 + 3 = 9$ et $2 + 4 + 3 + 2 = 11$ donc $Me = 1920$.

   le salaire médian à Toulouse est de 1920 €.

4. Calculer le salaire moyen en 2020 de l'ensemble du personnel de cette entreprise. Arrondir à l'unité.

   Déterminons le salaire moyen $\overline{x}$ dans l'entreprise.

$$\begin{aligned}\overline{x} &= \frac{19 \times 1935 + 12 \times 1520}{19 + 12} \\ &\approx 1774{,}354 \text{ en tronquant.}\end{aligned}$$

   Le salaire moyen est de 1 774 €.

5. En 2021, la cheffe d'entreprise souhaiterait octroyer une augmentation de 10 % à tous les employés travaillant à Montauban.

   (a) Quel sera alors le montant du salaire minimum à Montauban en 2021 ?

   Déterminons le salaire minimal m' après augmentation.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 10 % est : $CM = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$.
   Donc

$$m' = 1{,}1 \times 1410$$

$$\boxed{m' = 1551.}$$

(b) De quel pourcentage aurait-il fallu augmenter les salaires de Montauban pour que le salaire moyen soit le même sur les deux sites ? Justifier. On donnera le résultat arrondi au dixième d'unité de pourcentage.

Déterminons le coefficient multiplicateur, CM_1, qu'il faut appliquer aux salaires de Montauban pour que les salaires moyens soient les mêmes sur les deux sites.

$$\begin{aligned} CM_1 &= \frac{V_A}{V_D} \\ &= \frac{1935}{1520} \\ &\approx 1{,}27302 \text{ en tronquant.} \end{aligned}$$

Par linéarité de la moyenne (autrement dit l'augmentation appliquée à chaque salaire se traduit par la même augmentation appliquée à la moyenne des salaires) il faut que le salaire soit multiplié par 1,2730.
Le taux d'évolution correspondant à ce coefficient multiplicateur est

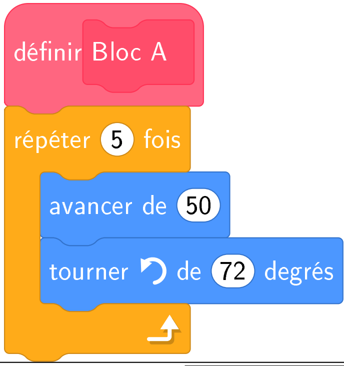
$$\begin{aligned} t_1 &\approx 100 \times (CM_1 - 1) \\ &= 100 \times (1{,}2730 - 1) \\ &\approx 27{,}30 \end{aligned}$$

il aurait fallut une augmentation de 27,3 %.

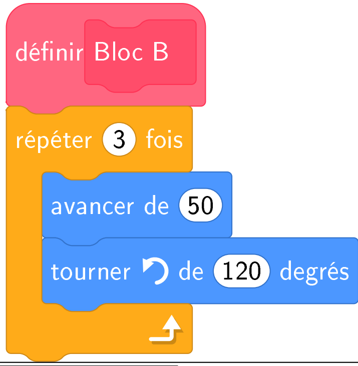
Exercice 3.

On veut réaliser des dessins constitués de la répétition de motifs décrits dans les blocs de programme suivants.

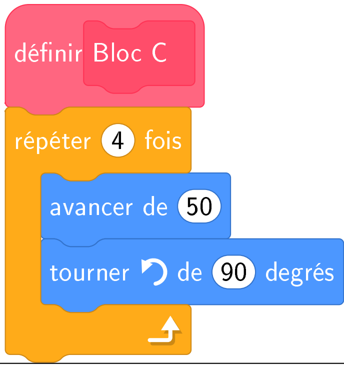
Bloc A



Bloc B

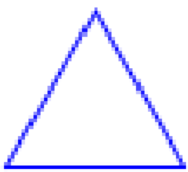


Bloc C

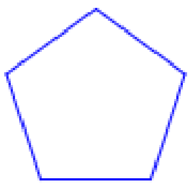


1. Ces blocs ont permis de construire les trois figures ci-dessous.

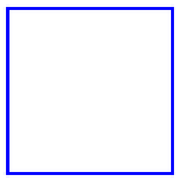
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3



Pour chacun des blocs A, B et C, donner le numéro de la figure correspondant.

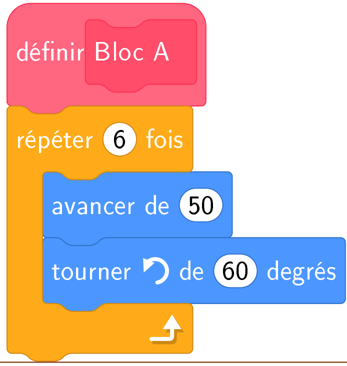
Le nombre de répétition correspond au nombre de côtés du polygone.

Le bloc A trace le dessin 2.
Le bloc B trace le dessin 1.
Le bloc C trace le dessin 3.

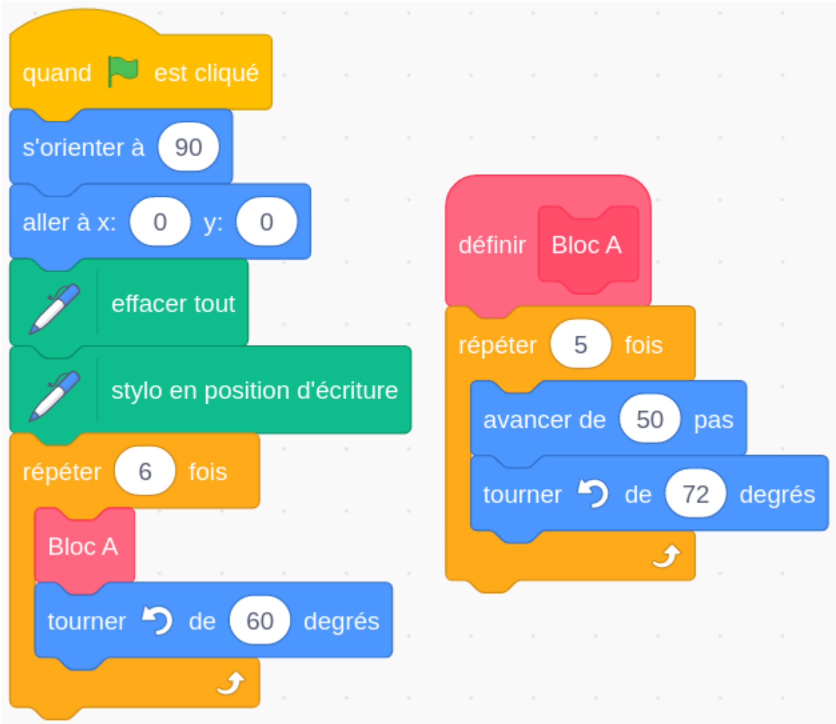
2. Recopier et modifier le bloc A pour obtenir un hexagone régulier dont les côtés mesurent 50 pixels.

   Il faudra 6 segments et comme on peut le remarquer sur les précédents l'angle est 360° divisé par le nombre de côtés.

Bloc A modifié



3. Pour réaliser une figure plus complexe, on utilise le programme ci-dessous où le « Bloc A » représente un motif.



Cliquez sur le programme ci-dessus pour le télécharger.

(a) Quelle transformation géométrique permet de passer d'un motif au suivant ? Préciser les éléments caractéristiques.

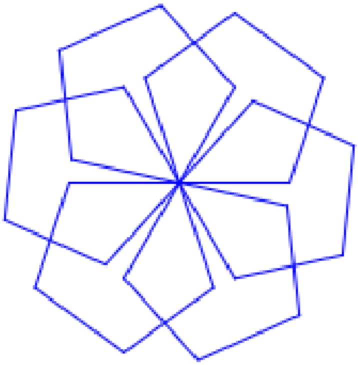
Lors du tracé du pentagone avec le Bloc A, le lutin part du point de coordonnées $(0; 0)$ puis y retourne. Ainsi tous les pentagones commencent à partir de l'origine. Comme chaque tracé est suivi d'une rotation de 60° nous pouvons conclure :

On passe d'un motif au suivant par une rotation de centre le point de coordonnées $(0; 0)$ et d'angle 60°.

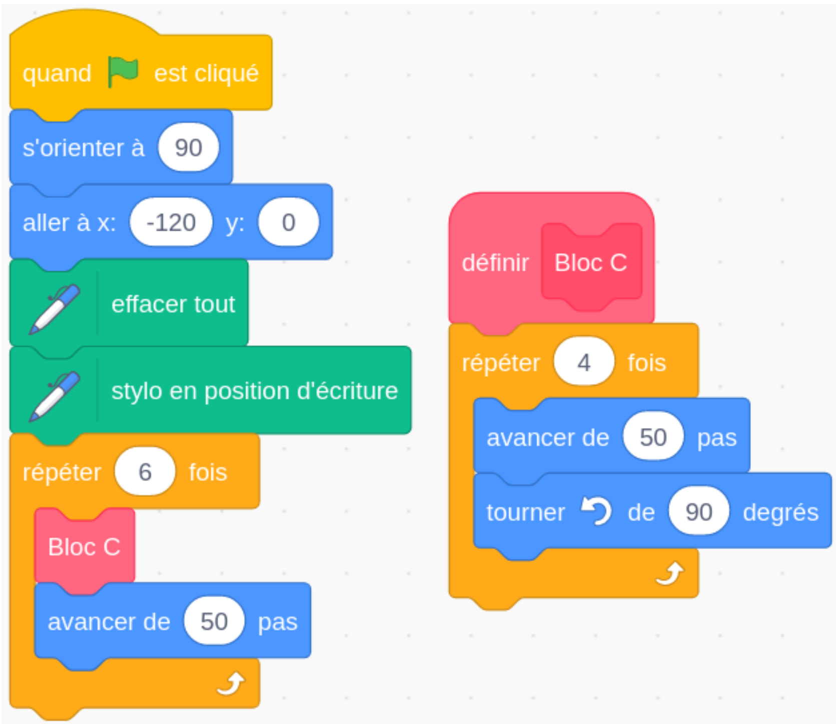
(b) Combien de motifs « Bloc A » composent cette figure ?

$6 \times 60 = 360$ donc à la fin du dessin du sixième motif on revient en position de départ.

Cette figure est composée de 6 motifs.



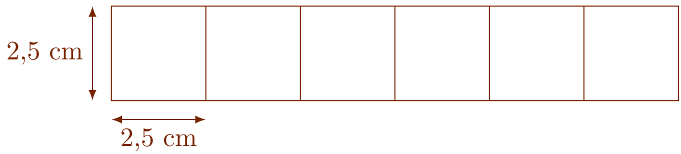
4. On entre le script donné ci-dessous.



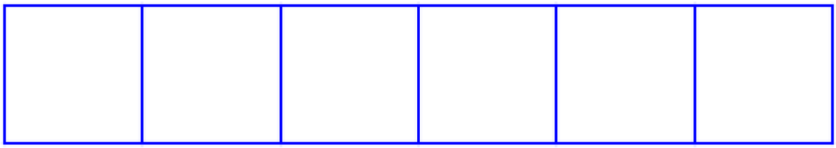
Dessiner la figure obtenue en choisissant comme échelle 1 cm pour 20 pixels.

Cliquez sur le programme ci-dessus pour le télécharger.

Voici la figure obtenue (ici dessinée encore à la moitié de ce qui était demandée, mais les longueurs indiquées sont celles attendues).



Avec le logiciel on obtient :



Exercice 4.

Pour chacune des affirmations suivantes indiquer, en le justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Une réponse correcte sans justification ne rapporte aucun point.

1. On lance trois fois une pièce non truquée. On obtient trois fois pile.
   Affirmation 1 : « La probabilité d'obtenir face au quatrième lancer est 0,5. »

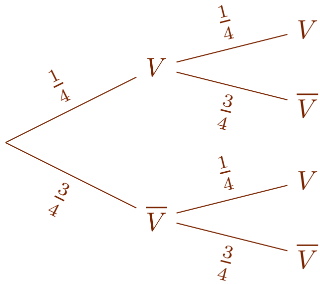
   Les différents lancers sont indépendants les uns des autres. Le résultat du quatrième lancer ne dépend pas des résultats des ris précédents.
   Ainsi il s'agit d'un lancer de pile ou face avec une pièce équilibrée et la probabilité d'obtenir face est donc $\frac{1}{2}$.

   L'affirmation 1 est vraie.

2. On dispose de deux urnes. Dans chacune d'entre elles, il y a trois boules rouges et une boule verte ; ces boules sont indiscernables au toucher. On tire une boule dans une urne et une boule dans une autre.
   Affirmation 2 : « La probabilité d'obtenir deux boules vertes est $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}$ soit $\dfrac{1}{2}$. »

Les deux tirages sont indépendants l'un de l'autre si bien que nous pouvons considérer les tirages comme successifs.

Schématisons la situation par un arbre pondéré probabiliste.



D'après le principe multiplicatif (ou la formule des probabilités composées) :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(VV) &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{16}\end{aligned}$$

L'affirmation 2 est fausse.

3. On lance deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6 et on fait la somme des nombres obtenus sur les faces supérieures.
Affirmation 3 : « La probabilité d'obtenir 3 est égale à celle d'obtenir 2. »

Schématisons le lancer avec un tableau double entrée que nous remplirons des sommes des chiffres affichés par les deux dés.

Pour Arthur :

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ω est l'ensemble des couples de chiffres obtenus (en distinguant toutes les faces par un coloriage par exemple).

Les dés étant équilibrés il est raisonnable de faire l'hypothèse que chaque couple de faces représenté par une case du tableau à la même probabilité qu'un autre couple. Il y a équiprobabilité entre les couples. L'univers comporte 36 issues.

Notons A_2 (resp. A_3) l'événement « obtenir 2 » (resp. « obtenir 3 »).

Calculons $\mathbb{P}(A_2)$ (resp. $\mathbb{P}(A_3)$).

I y a équiprobabilité entre les couples. A_2 (resp. A_3) est réalisé par 1 (resp. 2) issues. L'univers comporte 36 issues. Nous en déduisons :

$$\mathbb{P}(A_2) = \frac{1}{36} \quad \text{et} \quad \mathbb{P}(A_3) = \frac{2}{36}.$$

Donc : $\mathbb{P}(A_2) < \mathbb{P}(A_3)$.

L'affirmation 3 est fausse.

Troisième partie (14 points).

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

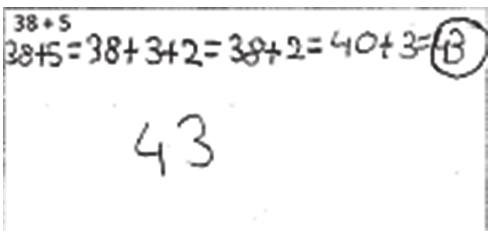
Situation 1.

Une professeure de CE1 demande à ses élèves d'effectuer les calculs suivants sans poser les opérations.

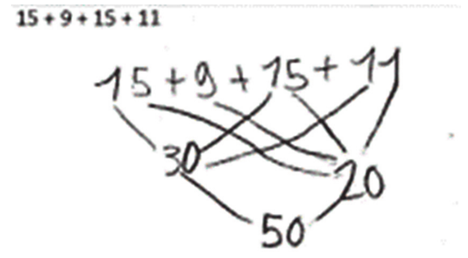
$$38 + 5 \quad 15 + 9 + 15 + 11 \quad 32 + 49.$$

Voici les productions de 3 élèves relevées par la professeure :

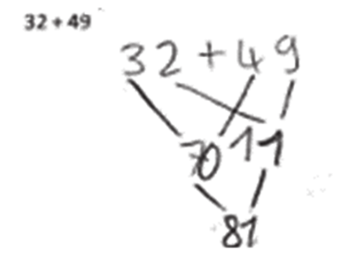
Élève 1



Élève 2



Élève 3



1. Analyser chacune des procédures mises en œuvre par les élèves 1, 2 et 3 en mettant en avant les connaissances qu'elles nécessitent.
2. Proposer deux autres procédures que la professeure pourrait enseigner aux élèves pour calculer 32 + 49.

Situation 2.

Un enseignant de CM2 propose les exercices suivants.

Enoncé 2	Résultat	Comment as-tu fait ?
Un robot parcourt 50 cm en 14 pas. Quelle distance parcourt-il en 7 pas ?	25 cm	14 ÷ 2 = 7 donc 50 ÷ 2 = 25
Quelle distance parcourt-il en 21 pas ?	75 cm	le résultat de 7 pas et de 14 pas ~~se~~ égale 21 donc on rajoute 25 + 50 = 75

1. Quelle est la principale notion travaillée dans cet exercice ?

2. Analyser la réponse de l'élève à la première question en précisant la propriété mathématique utilisée.

3. Analyser la réponse de l'élève à la seconde question en précisant la propriété mathématique utilisée.

4. Proposer une autre procédure que les élèves de CM2 pourraient utiliser pour répondre à cette seconde question, en précisant la propriété mathématique utilisée.

5. Un enseignant de CM2 propose l'énoncé suivant :

   > Un robot parcourt 75 cm en 5 pas. Quelle distance parcourt-il en 3 pas ?

   (a) Justifier le choix des nombres de cet énoncé et la procédure que l'enseignant souhaite ainsi encourager.

   (b) L'enseignant souhaite que cet exercice serve de référence pour la classe. Il envisage de rédiger la correction qui sera affichée dans la classe. Faire une proposition du contenu de cette affiche.

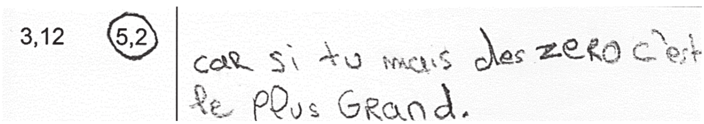
Situation 3.

Un enseignant de CM2 travaille avec ses élèves sur la comparaison des nombres décimaux.

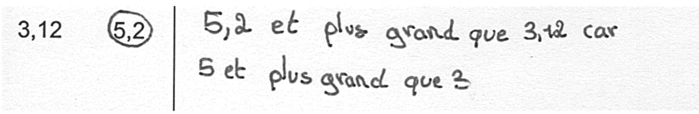
Ces derniers doivent entourer le nombre qu'ils estiment le plus grand en justifiant leur choix.

1. Voici les réponses de Rose et Ethan concernant la comparaison de 3,12 et 5,2.

   - Ethan



   - Rose



   (a) Analyser la procédure utilisée par Ethan.

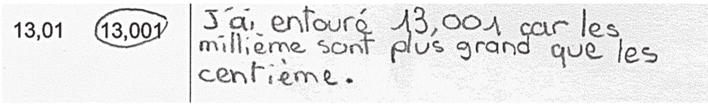
(b) En quoi un travail de remédiation utilisant la droite graduée pourrait permettre à Ethan de s'approprier une procédure plus efficace ?

(c) Analyser la procédure utilisée par Rose.

(d) Proposer deux autres paires de nombres permettant de vérifier que Rose maîtrise la compétence « comparer deux nombres décimaux ».

2. Voici les réponses de Louisa, Nolan et Loane concernant la comparaison de 13,01 et 13,001.

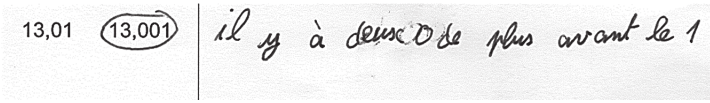
- Louisa



13,01 13,001

J'ai entouré 13,001 car les millième sont plus grand que les centième.

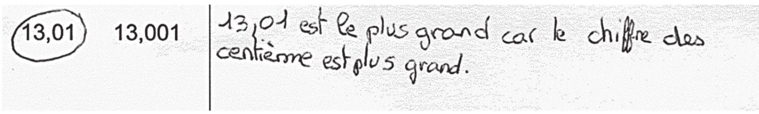
- Nolan



13,01 13,001

il y à deux 0 de plus avant le 1

- Loane



13,01 13,001

13,01 est le plus grand car le chiffre des centième est plus grand.

(a) En s'appuyant sur la justification donnée, analyser l'erreur de Louisa.

(b) En s'appuyant sur la justification donnée, analyser l'erreur de Nolan.

(c) L'enseignant souhaite aider Loane à reformuler son explication. Proposer une reformulation attendue.

3. Donner deux représentations erronées que peut avoir un élève de CM2 pour la comparaison des nombres décimaux.