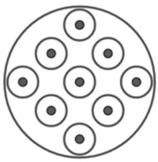
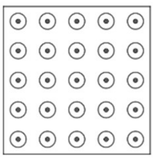
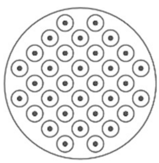
Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 1.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Dans tout ce problème, on s'intéresse à la société AMP'OUL, qui fabrique des ampoules à diodes électroluminescentes. Le fabricant propose trois modèles :

Modèle		Nombre de diodes	Dimensions	Coût de fabrication du support
A		9	Cylindre Diamètre 4,5 cm Hauteur 6 cm	93 centimes
B		25	Pavé droit Carré lumineux de 5 cm de côté Hauteur 6 cm	98 centimes
C		32	Cylindre Diamètre 5 cm Hauteur 6 cm	112 centimes

Partie A : coût de fabrication.

1. Le modèle A est formé de 9 diodes et de son support. Sachant que le coût d'une diode est de 18 centimes, montrer que le coût de fabrication d'une ampoule de modèle A est de 2,55 €.

2. Une feuille de calcul a été produite pour calculer les coûts de fabrication des ampoules :

	A	B	C	D	E	F
1	**Modèle**	**Nombre de diodes**	**Coût de fabrication du support (€)**	**Coût de fabrication du modèle (€)**	**Nombre de modèles produits**	**Coût total**
2	**A**	9	0,93		19 000	
3	**B**	25	0,98		14 900	
4	**C**	32	1,12		3 094	

(a) Quelle formule peut-on écrire dans la cellule `D2` puis étirer vers le bas, pour calculer le coût de fabrication d'une ampoule du modèle correspondant ?

(b) Quelle formule peut-on écrire dans la cellule `F2` puis étirer vers le bas pour obtenir le coût total de production des ampoules du modèle correspondant ?

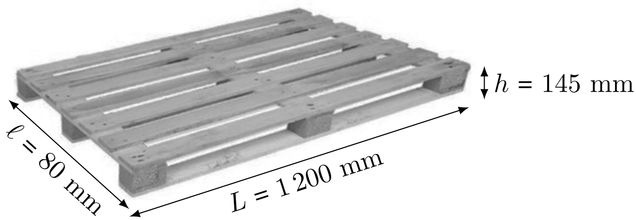
3. Calculer le coût total de production pour fabriquer 19 000 ampoules de modèle A, 14 900 ampoules de modèle B et 3 094 ampoules de modèle C. On l'appellera la commande « DUPONT ».

Partie B : emballage.

1. Calculer le volume d'une ampoule de modèle A. Donner le résultat arrondi au millimètre cube.
   On rappelle que le volume d'un cylindre dont l'aire de la base est B et de hauteur h est égale à $B \times h$.

Les ampoules sont conditionnées dans des boîtes en carton parallélépipédiques, puis stockées sur des palettes. L'entreprise choisit, pour ses trois types d'ampoules, des boites parallélépipédiques de dimensions L = 5 cm, ℓ = 5 cm et h = 7 cm, au prix unitaire de 0,12 €.

2. La palette EURO vide, possède des dimensions standards, soit L = 1 200 mm, ℓ = 800 mm et h = 145 mm.



(a) Montrer que le nombre maximum de boites d'ampoules sur un étage de palette est de 384.

(b) Sachant que la hauteur d'une palette chargée ne dépassera pas 1,20 m au total (palette comprise), combien d'étages de 384 boites d'ampoules peut-on positionner au maximum sur une telle palette ?

(c) Une palette contient seulement un modèle d'ampoule et coûte 15 €. Quel sera le coût en palettes pour la commande « DUPONT » ?

3. Quel sera le coût total de l'emballage pour la commande « DUPONT » (boîtes + palettes) ?

Partie C : coût de fonctionnement.

L'entreprise AMP'OUL emploie treize personnes : 8 pour la chaîne de fabrication, 3 pour l'emballage et l'organisation des livraisons (dont les salaires sont identiques), 2 pour la comptabilité et la gestion (dont les salaires sont identiques).

Les salaires nets suivants, en euros, ont été reçus par les salariés en février 2020 :

Chaîne de fabrication			
1 938,36	1 488,11	1 994,38	2 048,37
2 192,48	1 998,93	1 539,45	1 948,37

Emballage et organisation des livraisons	1 864,37	Comptabilité et gestion	1 593,38

1. Quelle est l'étendue de cette série ?

2. Déterminer le salaire médian de cette entreprise.

3. Calculer le salaire moyen dans cette entreprise.

4. Le coût global d'un salarié en février 2020 est donné par la formule suivante pour cette entreprise :

$$\boxed{\text{Coût global d'un salarié} = \frac{\text{salaire net}}{0{,}78} \times 1{,}45.}$$

Quel est le coût global en euros, pour un salarié de l'emballage et de l'organisation des livraisons ?

5. On souhaite augmenter de 3 % le salaire net de l'employé gagnant 1488,11 €.

(a) Quel est le salaire net de cet employé après augmentation ?

(b) Calculer le coût global de ce salaire après augmentation.

(c) De quel pourcentage le coût global a-t-il augmenté ?

Partie D : transport et livraison.

L'entreprise AMP'OUL travaille avec deux sociétés de livraison, qui lui proposent des tarifs adaptés à ses besoins.

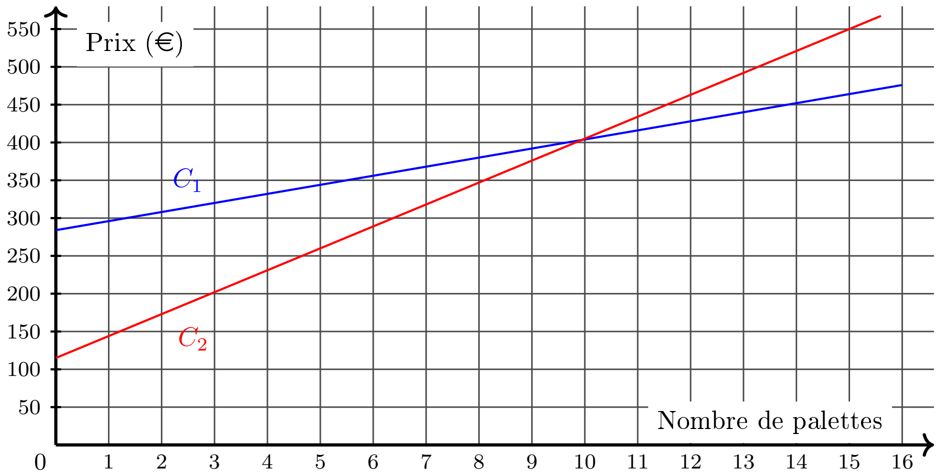
Société	Tarif par palette (€)	Frais de gestion (€)
Société A	12	284
Société B	29	115

On définit les fonctions f et g par les expressions algébriques suivantes :

- $f(x) = 12x + 284$,
- $g(x) = 29x + 115$.

Ainsi, si x désigne un nombre de palettes alors $f(x)$ et $g(x)$ désignent respectivement le prix à payer pour la livraison de ces x palettes par les sociétés A et B.

On a tracé les courbes correspondant à f et g dans le repère ci-dessous.



1. Répondre, en vous aidant du graphique, aux questions suivantes :

   (a) Identifier la courbe qui correspond à chaque fonction.

   (b) Quelle société de livraison sera la plus économique pour une commande de 6 palettes ?

(c) Pour une commande donnée, quelle société de livraison sera la plus économique en fonction du nombre de palettes ?

2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. Utiliser cette résolution pour affiner la réponse à la question 1.(c).

II Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 1.

Rémi joue avec un dé truqué. Il sait qu'il a la même probabilité d'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5. Il sait également que la probabilité d'obtenir 6 est de $\frac{1}{2}$.

Rémi lance le dé.

1. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 3 ?

2. Quelle la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

3. Rémi souhaite obtenir un résultat strictement supérieur à 4. A-t-il intérêt à utiliser son dé truqué ou un dé équilibré ? Justifier.

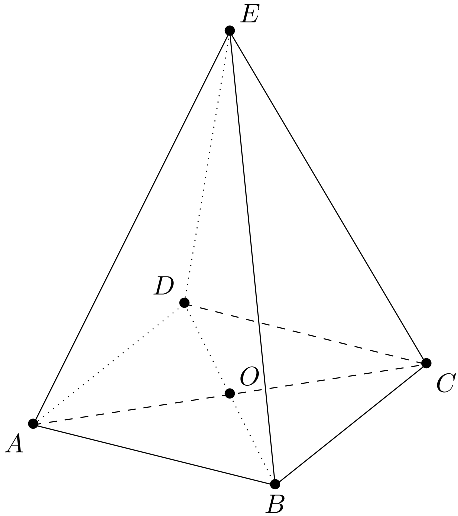
4. Rémi doit lancer son dé truqué et un dé équilibré. Le résultat obtenu sera la somme des résultats obtenus sur chaque dé.

   (a) Quelle est la probabilité qu'il obtienne 12 ?

   (b) Quelle est la probabilité qu'il obtienne 10 ?

Exercice 2.

$ABCDE$ est une pyramide régulière à base carrée $ABCD$ telle que $EO = AC$, O étant l'intersection des deux diagonales du carré $ABCD$.



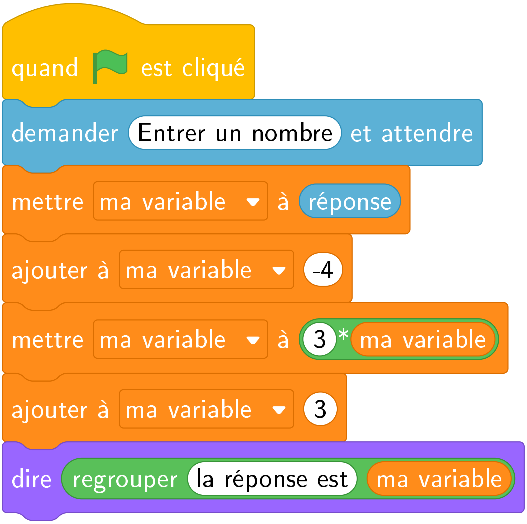
La longueur des côtés du carré $ABCD$ est de 4 cm.

1. Déterminer la valeur exacte de EO.
2. Calculer la valeur exacte de la longueur AE. En déduire que son arrondi au millimètre est de 6,3 cm.
3. Tracer un patron de la pyramide $ABCDE$ en vraie grandeur.

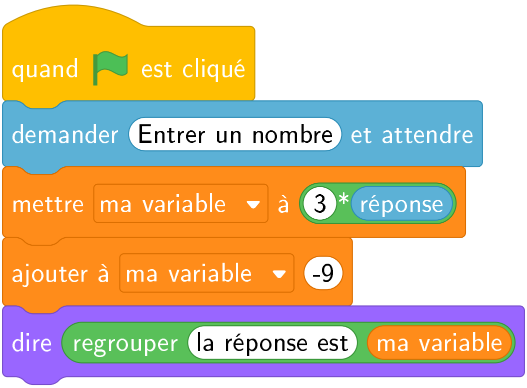
Exercices 3.

Voici deux programmes de calcul écrits avec le logiciel Scratch :

Programme A



Programme B



Dans les deux programmes, le nombre entré par l'utilisateur est stocké dans la variable « réponse ».

1. On entre différents nombres dans les deux programmes.

   (a) Avec le programme A, montrer que si on entre le nombre 5, on obtient 6.

(b) Quel est le nombre obtenu si on entre le nombre 5 avec le programme B ?

(c) Calculer le nombre obtenu avec les programmes A et B si on entre le nombre 5,2.

(d) Quelle conjecture pouvez-vous émettre ? Valider ou rejeter votre conjecture par une démonstration.

2. Quel nombre faut-il entrer avec le programme B pour obtenir la réponse 14 ?

3. Montrer que le résultat obtenu avec le programme B est divisible par 3 quel que soit le nombre entier entré dans le programme.

III Troisième partie (14 points).

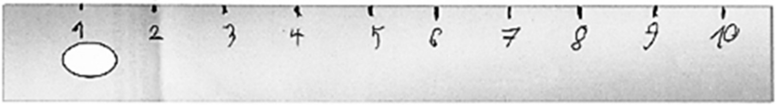
Cette partie est composée de quatre situations indépendantes.

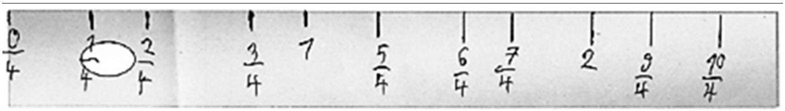
Situation 1.

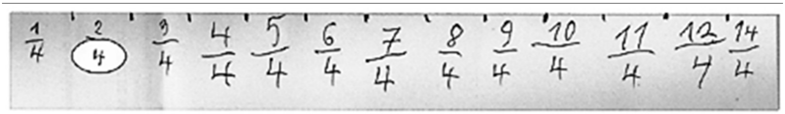
Un enseignant propose, en cycle 3, une activité consistant à fabriquer une règle graduée en quarts d'unité à partir d'une bande unité.

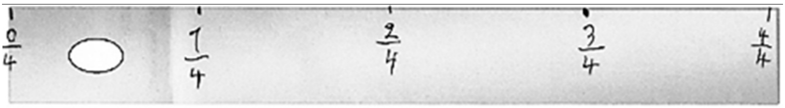
Chaque élève reçoit une bande unité manipulable et une bande vierge, tirées du livre *Construire les nouveaux nombres au cycle 3* CANOPÉ/IREM LYON, 2018.

Voici les réponses de quatre élèves.

A 

B 

C 

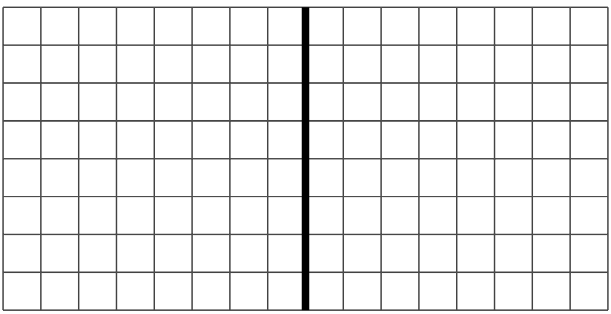
D 

1. Analyser les réponses proposées par les élèves en cherchant à expliciter leurs réussites et leurs erreurs.

2. Citer deux critères qui peuvent être présentés aux élèves pour construire correctement une règle graduée en quarts à l'aide de la bande unité.

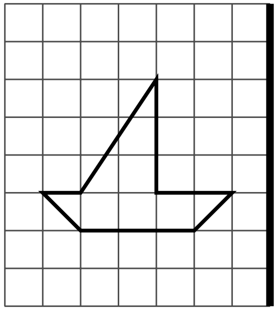
Situation 2.

Un enseignant distribue la fiche ci-dessous à chacun de ses élèves de CM2.



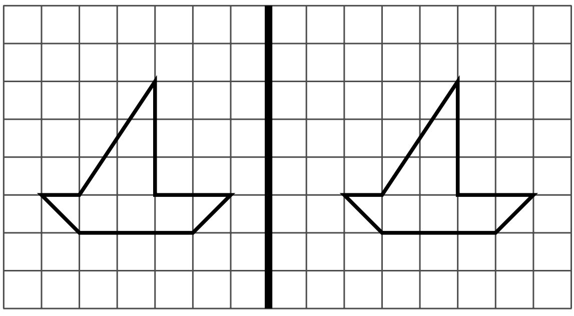
Puis, il leur distribue l'exercice suivant :

Reproduis et complète la figure par symétrie.

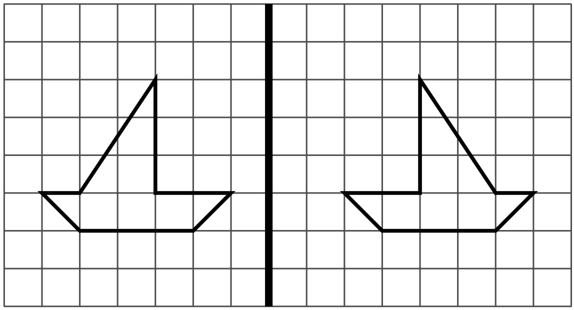


1. Citer deux prérequis nécessaires pour réaliser cet exercice.
2. Identifier une variable didactique dans le choix de la forme proposée (le « bateau ») par l'enseignant.
3. On a reproduit, ci-dessous, les travaux de plusieurs élèves. Analyser ces productions en identifiant les réussites et en émettant des hypothèses sur les erreurs.

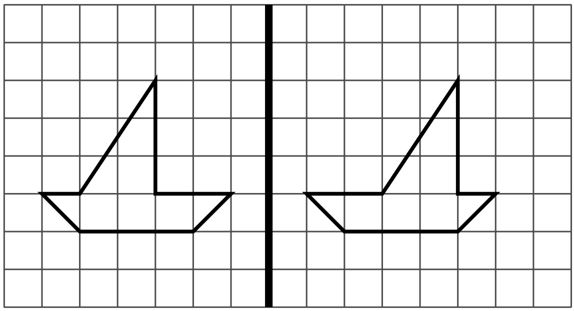
Farid.



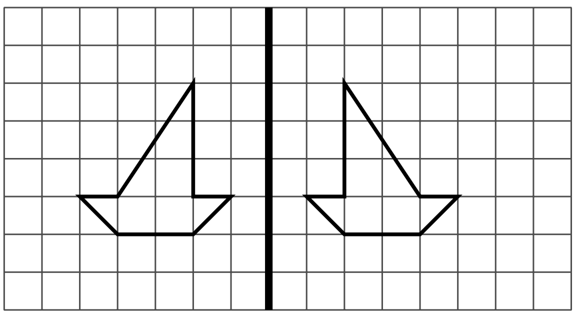
Lise.



Louanne.



Baptiste.

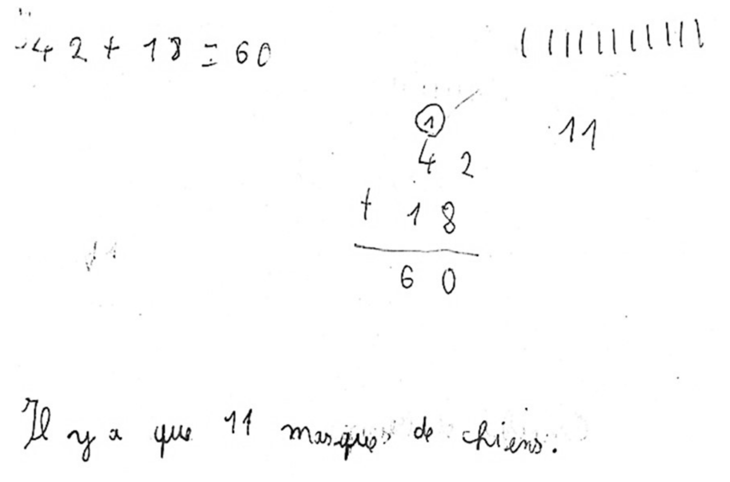


Situation 3.

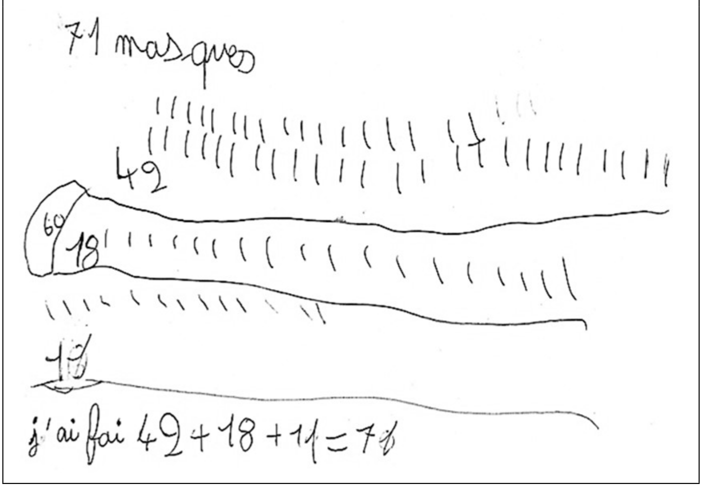
Une enseignante propose la situation suivante en cycle 2 : « *Pour le carnaval, la directrice d'école a acheté* 71 *masques. Il y a* 42 *masques de souris,* 18 *masques de chats et des masques de chiens. Combien y a-t-il de masques de chiens ?* »

Les productions de 4 élèves sont reproduites ci-dessous.

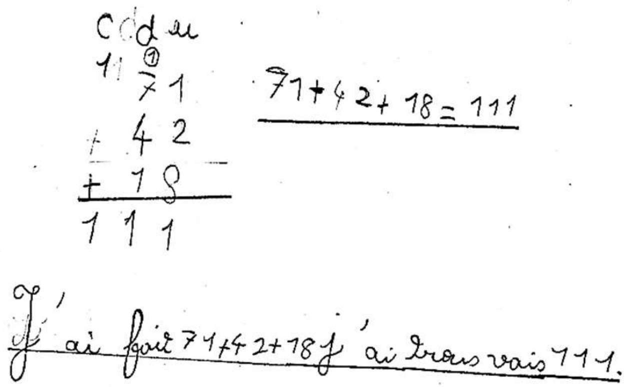
Élève A



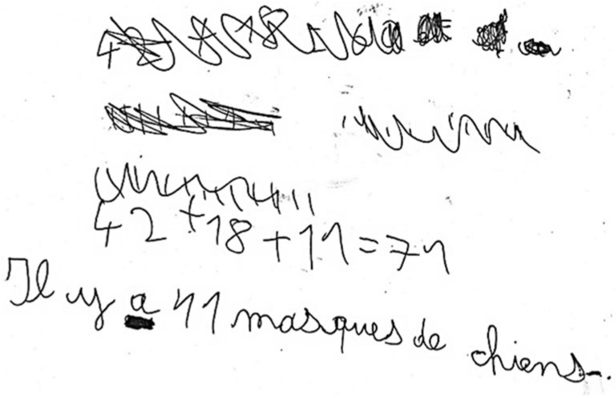
Élève B



Élève C



Élève D



1. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessous, analyser les propositions d'élèves en termes de réussites et d'échecs pour chacune des compétences « modéliser » et « calculer ».

   Extrait de la note de service n°2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».

« **Modéliser** » **et** « **Calculer** » **sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire** qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :

— difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;

— difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calculs utilisés.

2. Voici un autre extrait de la note de service n°2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ». Proposer une représentation que l'on peut envisager pour aider les élèves à modéliser ce problème.

« La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion **d'introduire des représentations**, sous forme de schémas bien adaptés, permettant **la modélisation** des problèmes proposés. Ces représentations sont systématiquement utilisées lors des résolutions de problèmes menées face à la classe, afin de servir de référence aux élèves. Elles ne sont bien sûr jamais rendues obligatoires (en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin), mais doivent servir de point d'appui, lors des séances d'enseignement, avec les élèves rencontrant des difficultés lors de la résolution d'un problème. »

3. En proposant le second problème ci-dessous, quelles erreurs risqueraient de ne pas être détectées ?

   « Pour le carnaval, la directrice d'école a acheté 42 masques de souris et 18 masques de chiens. Combien la directrice achète-t-elle de masques au total ? »

4. Proposer deux pistes de remédiation qui pourraient être mises en œuvre pour l'élève C. Expliciter la démarche envisagée.

Situation 4.

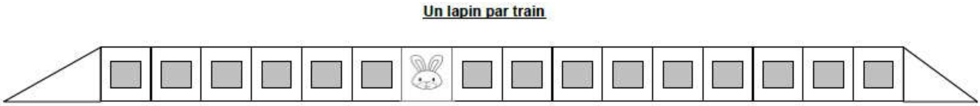
Voici une situation proposée en moyenne section : le train des lapins.

Consigne donnée aux élèves :

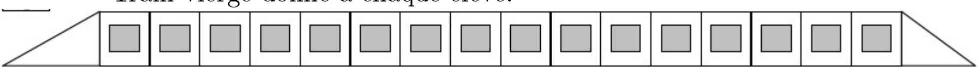
Regardez bien où est placé le lapin dans le « train modèle » situé sur le tableau.
Vous allez devoir placer un lapin dans le même wagon sur votre train.
Vous pouvez revenir voir le « train modèle » si vous le voulez.
Ensuite on vérifiera votre réponse en amenant votre train sous le « train modèle ».

Matériel disponible :

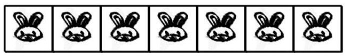
— Train « modèle » affiché au tableau.



— Train vierge donné à chaque élève.



— Lapins à découper.



1. Quel aspect du nombre est travaillé dans cet exercice ?
2. Donner deux prérequis pour qu'un élève puisse réussir la tâche.
3. Proposer deux variations pour simplifier cette situation.
4. Proposer deux variations pour complexifier cette situation.

Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Romain et Aya souhaitent étudier quelques caractéristiques d'un terrain de rugby.

Partie A.

La zone de jeu est un rectangle d'une longueur de 100 m et d'une largeur de 68 m.

1. Calculer l'aire de la zone de jeu.

2. Calculer la longueur de la diagonale de la zone de jeu. Donner la valeur exacte et vérifier qu'elle mesure environ 121 m.

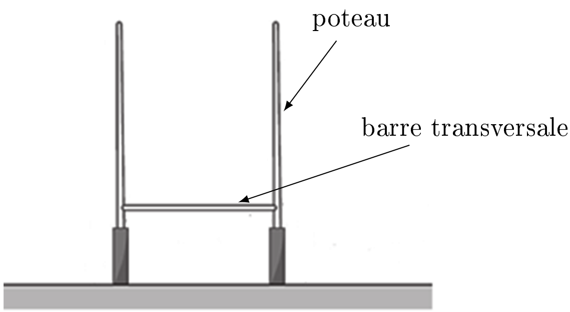
3. Aya parcourt la diagonale de la zone de jeu en 18 secondes. Calculer sa vitesse moyenne en m/s, donner l'arrondi au centième.

4. Court-elle à une vitesse moyenne supérieure à 30 km/h ? Justifier.

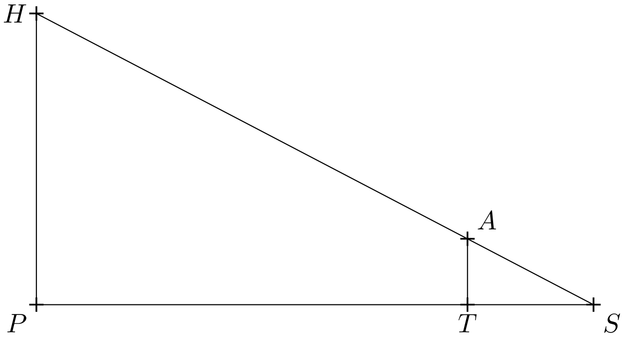
5. La championne Elaine Thompson parcourt 100 m en 10,93 s.
   En courant avec la même vitesse moyenne, combien de temps, en seconde, aurait mis Elaine Thompson pour parcourir la même diagonale ? Arrondir au dixième.

Partie B.

Aya souhaiterait connaître la hauteur des poteaux de but représentés ci-dessous.



Pour ce faire, elle se place en un point T, de telle sorte que l'extrémité S de son ombre $[TS]$ coïncide avec celle de l'ombre $[PS]$ d'un des poteaux. Elle trace le schéma ci-dessous à main levée.



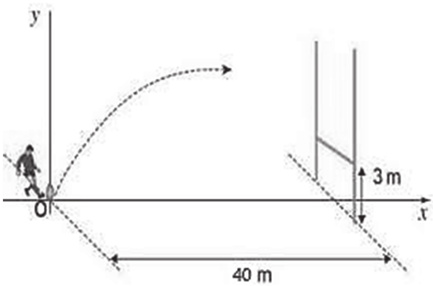
- Aya, représentée par le segment $[AT]$, mesure 1,74 m ; on a $AT = 1{,}74$ m.
- Aya est placée à 9,51 m du poteau représenté par le segment $[PH]$; on a $PT = 9{,}51$ m.
- L'ombre d'Aya mesure 2,78 m ; on a $TS = 2{,}78$ m.
- L'ombre du poteau est représentée par le segment $[PS]$.
- On considère que les poteaux et Aya sont orthogonaux au sol.

Déterminer la hauteur HP du poteau. Arrondir le résultat au dixième de mètre.

Partie C.

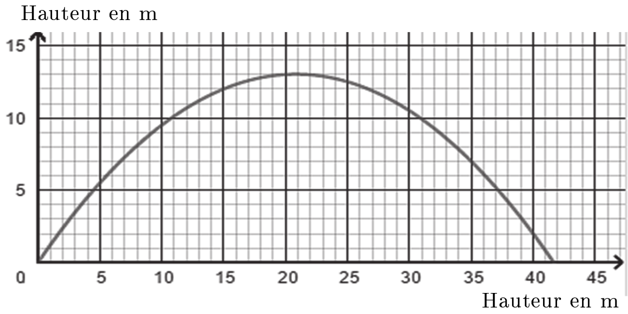
Romain veut frapper du pied dans le ballon pour le faire passer au-dessus de la barre transversale et entre les poteaux de but. On suppose que le ballon se déplace dans un plan orthogonal au plan du but.

1.



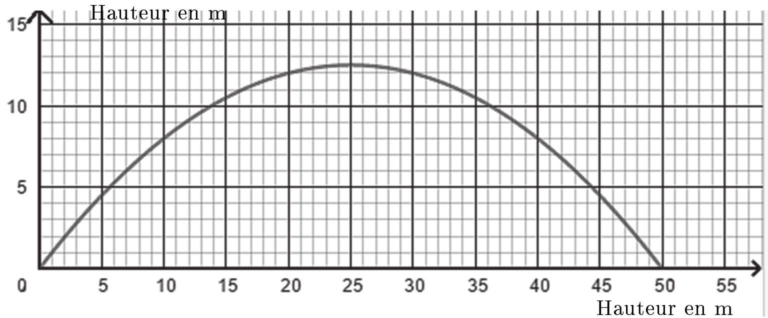
Au moment du coup de pied, le ballon se trouve au sol, au point O, face aux poteaux à une distance de 40 m de la ligne de but.
Romain tape trois coups de pied différents illustrés par les trajectoires de ballon données ci-dessous.
Le ballon se déplace dans un plan orthogonal au plan des buts.

Coup de pied A.



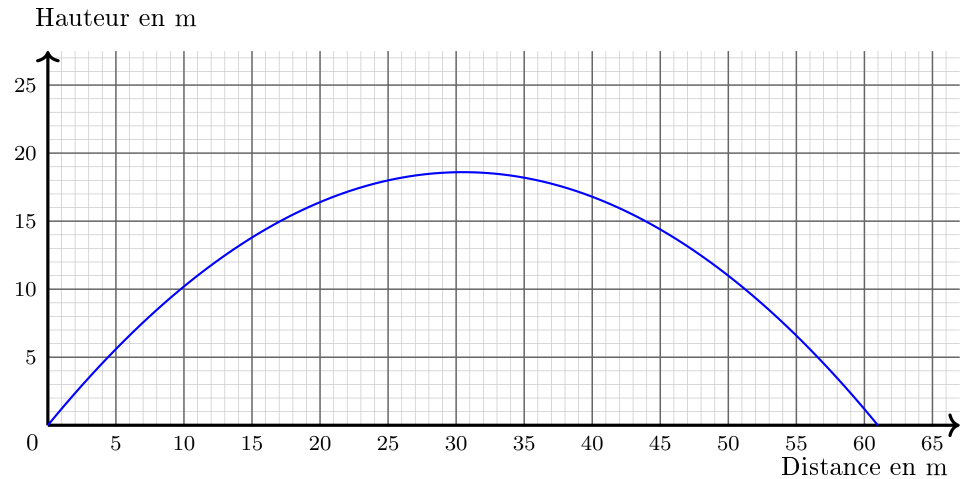
Coup de pied B.

Coup de pied C.



Quel(s) coup(s) de pied permet(tent) à Romain de faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

2. Romain se trouve maintenant à une distance de 55 m face au but. Il tente un coup de pied illustré par la trajectoire de ballon donnée ci-dessous.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

(a) Romain a-t-il réussi à faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

(b) À quelle hauteur maximale le ballon s'est-il élevé ?

(c) À quelle distance, derrière la ligne de but, le ballon est-il retombé à terre ? Justifier.

Pour la suite du problème, on admet que le ballon suit la trajectoire donnée par la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}22x$ représente la hauteur du ballon en mètre pour une longueur au sol x en mètre.

3. Romain étudie cette fonction f grâce à une feuille de calcul d'un tableur ; voici un extrait du travail obtenu :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	1	4	12	20	25	38	40	45	55
2	$f(x)$	1,2	4,56	11,76	16,4		17,48	16,8	14,4	6,6

(a) Quelle formule a-t-il entrée dans la cellule B2 puis étirée pour compléter ce tableau ?

(b) Quelle valeur devrait-il obtenir dans la cellule F2 ? Justifier.

(c) Quelle cellule permet de confirmer que le ballon est bien passé au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

La cellule H2 permet de confirmer que le ballon passe au-dessus de la barre transversale.

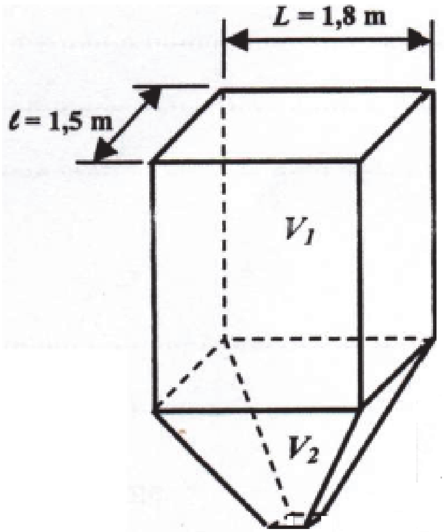
4. Utiliser l'expression algébrique de la fonction f pour déterminer à quelle distance derrière la ligne de but le ballon est retombé à terre.

II Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1.

La figure ci-dessous représente une vue en perspective d'un silo de stockage.



Le silo est composé de deux parties :
— la partie supérieure est un parallélépipède rectangle de volume V_1 ;
— la partie inférieure est une pyramide tronquée d'une hauteur de 1,2 m et de volume $V_2 = 2\text{ m}^3$.

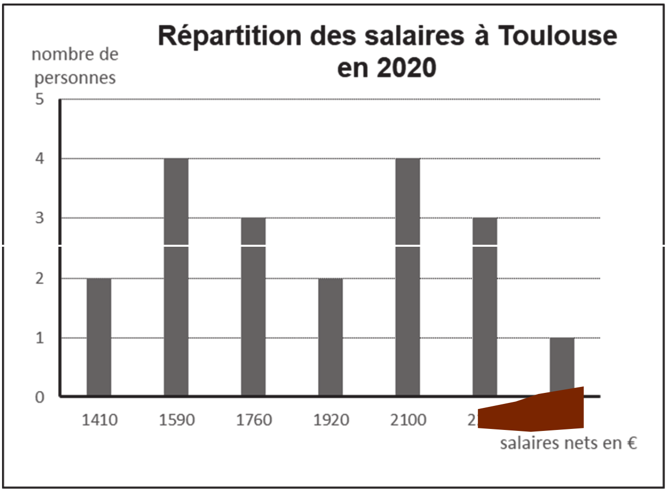
1. Sachant que le volume total V_T du silo est de 12,26 m^3, calculer la hauteur du parallélépipède rectangle.

2. En déduire la hauteur totale du silo.

3. Pour un même volume et une même hauteur, quel serait le diamètre d'un silo cylindrique ?
   Arrondir au dixième de m.
   On rappelle que le volume d'un cylindre dont l'aire de la base est B et de hauteur h est égal à $B \times h$.

Exercice 2.

La cheffe d'une entreprise a commandé à son gestionnaire une étude sur les salaires de ses employés pour l'année 2020. L'entreprise est installée sur deux sites :
— le site de Toulouse où travaillent 19 employés ;
— le site de Montauban où travaillent 12 employés.
La répartition des salaires nets des employés du site de Toulouse est représentée par le diagramme en barres ci-dessous, les salaires étant rangés dans l'ordre croissant.
Une tasse de café est renversée sur le document réalisé par le gestionnaire et une tache vient masquer certaines informations concernant le site de Toulouse.



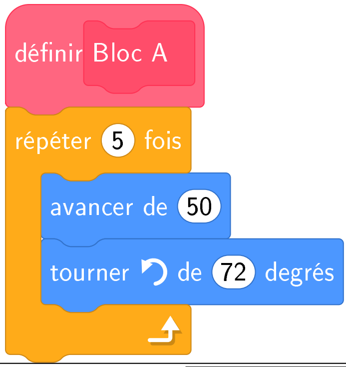
Informations sur les salaires à **Montauban** en 2020 :
Salaire moyen : 1520 €
12 employés
Salaire maximum : 2300 €
Salaire minimum : 1410 €

1. La cheffe d'entreprise affirme que plus de 40 % des personnes travaillant à Toulouse gagnent plus de 2000 €. Est-ce vrai ? Justifier la réponse.
2. Sur le site de Toulouse, l'étendue des salaires est égale à 1890 € et le salaire moyen est de 1935 euro.
   (a) Déterminer la valeur du plus haut salaire de Toulouse.
   (b) Déterminer la valeur des salaires correspondant à l'avant-dernière barre du graphique présentant la répartition des salaires à Toulouse en 2020.
3. Déterminer le salaire médian des employés de Toulouse.
4. Calculer le salaire moyen en 2020 de l'ensemble du personnel de cette entreprise. Arrondir à l'unité.
5. En 2021, la cheffe d'entreprise souhaiterait octroyer une augmentation de 10 % à tous les employés travaillant à Montauban.
   (a) Quel sera alors le montant du salaire minimum à Montauban en 2021 ?
   (b) De quel pourcentage aurait-il fallu augmenter les salaires de Montauban pour que le salaire moyen soit le même sur les deux sites ? Justifier. On donnera le résultat arrondi au dixième d'unité de pourcentage.

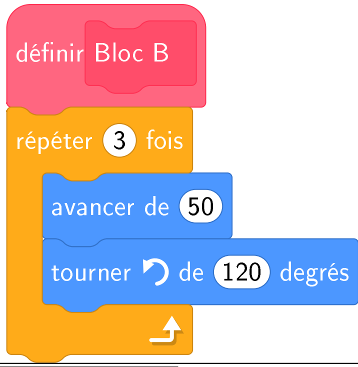
Exercice 3.

On veut réaliser des dessins constitués de la répétition de motifs décrits dans les blocs de programme suivants.

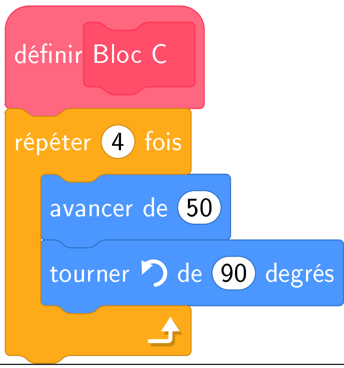
Bloc A



Bloc B

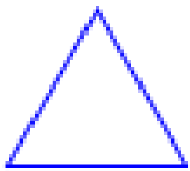


Bloc C

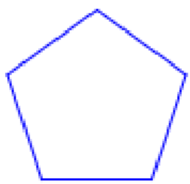


1. Ces blocs ont permis de construire les trois figures ci-dessous.

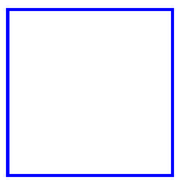
Dessin 1



Dessin 2



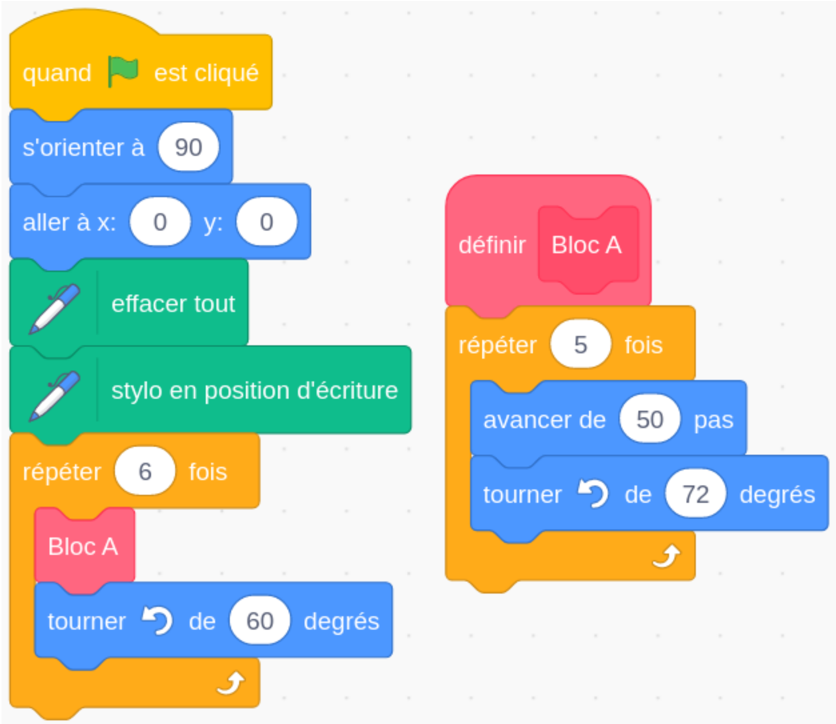
Dessin 3



Pour chacun des blocs A, B et C, donner le numéro de la figure correspondant.

2. Recopier et modifier le bloc A pour obtenir un hexagone régulier dont les côtés mesurent 50 pixels.

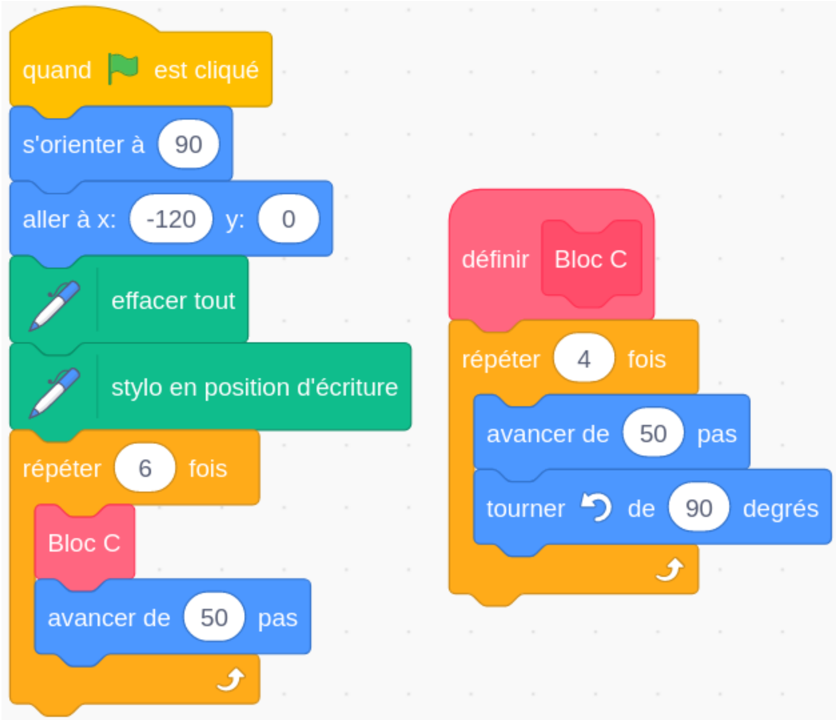
3. Pour réaliser une figure plus complexe, on utilise le programme ci-dessous où le « Bloc A » représente un motif.



(a) Quelle transformation géométrique permet de passer d'un motif au suivant ? Préciser les éléments caractéristiques.

(b) Combien de motifs « Bloc A » composent cette figure ?

4. On entre le script donné ci-dessous.



Dessiner la figure obtenue en choisissant comme échelle 1 cm pour 20 pixels.

Exercice 4.

Pour chacune des affirmations suivantes indiquer, en le justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Une réponse correcte sans justification ne rapporte aucun point.

1. On lance trois fois une pièce non truquée. On obtient trois fois pile.
   Affirmation 1 : « La probabilité d'obtenir face au quatrième lancer est 0,5. »

2. On dispose de deux urnes. Dans chacune d'entre elles, il y a trois boules rouges et une boule verte ; ces boules sont indiscernables au toucher. On tire une boule dans une urne et une boule dans une autre.
   Affirmation 2 :« La probabilité d'obtenir deux boules vertes est $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ soit $\frac{1}{2}$. »

3. On lance deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6 et on fait la somme des nombres obtenus sur les faces supérieures.
   Affirmation 3 : « La probabilité d'obtenir 3 est égale à celle d'obtenir 2. »

III Troisième partie (14 points).

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

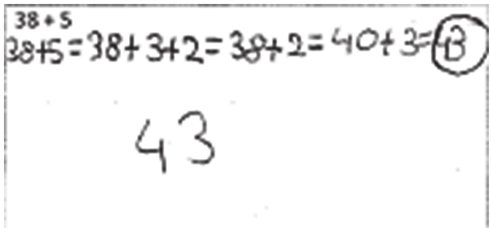
Situation 1.

Une professeure de CE1 demande à ses élèves d'effectuer les calculs suivants sans poser les opérations.

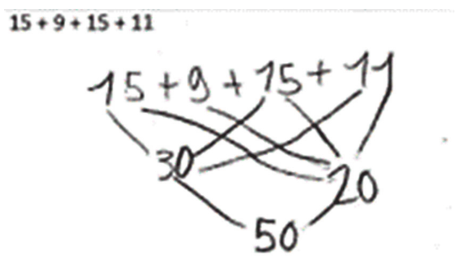
$$38 + 5 \quad 15 + 9 + 15 + 11 \quad 32 + 49.$$

Voici les productions de 3 élèves relevées par la professeure :

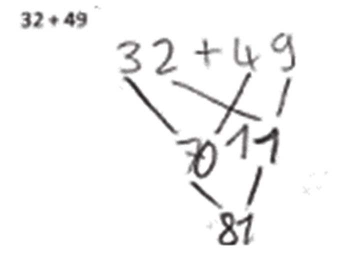
Élève 1



Élève 2



Élève 3



1. Analyser chacune des procédures mises en œuvre par les élèves 1, 2 et 3 en mettant en avant les connaissances qu'elles nécessitent.

2. Proposer deux autres procédures que la professeure pourrait enseigner aux élèves pour calculer 32 + 49.

Situation 2.

Un enseignant de CM2 propose les exercices suivants.

Enoncé 2	Résultat	Comment as-tu fait ?
Un robot parcourt 50 cm en 14 pas. **Quelle distance parcourt-il en 7 pas ?**	25 cm	$14 \div 2 = 7$ donc $50 \div 2 = 25$
Quelle distance parcourt-il en 21 pas ?	75 cm	le résultat de 7 pas et de 14 pas ~~se~~ égale 21 donc on rajoute $25+50=75$

1. Quelle est la principale notion travaillée dans cet exercice ?

2. Analyser la réponse de l'élève à la première question en précisant la propriété mathématique utilisée.

3. Analyser la réponse de l'élève à la seconde question en précisant la propriété mathématique utilisée.

4. Proposer une autre procédure que les élèves de CM2 pourraient utiliser pour répondre à cette seconde question, en précisant la propriété mathématique utilisée.

5. Un enseignant de CM2 propose l'énoncé suivant :

Un robot parcourt 75 cm en 5 pas. Quelle distance parcourt-il en 3 pas ?

   (a) Justifier le choix des nombres de cet énoncé et la procédure que l'enseignant souhaite ainsi encourager.

   (b) L'enseignant souhaite que cet exercice serve de référence pour la classe. Il envisage de rédiger la correction qui sera affichée dans la classe. Faire une proposition du contenu de cette affiche.

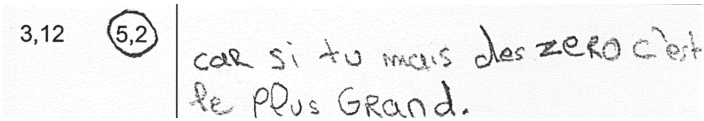
Situation 3.

Un enseignant de CM2 travaille avec ses élèves sur la comparaison des nombres décimaux.

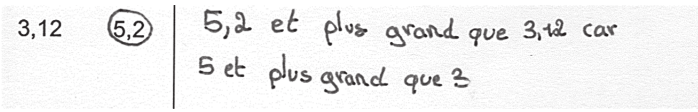
Ces derniers doivent entourer le nombre qu'ils estiment le plus grand en justifiant leur choix.

1. Voici les réponses de Rose et Ethan concernant la comparaison de 3,12 et 5,2.

   - Ethan


3,12 5,2
car si tu mais des zero c'est le plus Grand.

   - Rose


3,12 5,2
5,2 et plus grand que 3,12 car 5 et plus grand que 3

   (a) Analyser la procédure utilisée par Ethan.

   (b) En quoi un travail de remédiation utilisant la droite graduée pourrait permettre à Ethan de s'approprier une procédure plus efficace ?

   (c) Analyser la procédure utilisée par Rose.

   (d) Proposer deux autres paires de nombres permettant de vérifier que Rose maîtrise la compétence « comparer deux nombres décimaux ».

2. Voici les réponses de Louisa, Nolan et Loane concernant la comparaison de 13,01 et 13,001.

- Louisa

13,01	13,001	J'ai entouré 13,001 car les millième sont plus grand que les centième.

- Nolan

13,01	13,001	il y à deux 0 de plus avant le 1

- Loane

13,01	13,001	13,01 est le plus grand car le chiffre des centième est plus grand.

(a) En s'appuyant sur la justification donnée, analyser l'erreur de Louisa.

(b) En s'appuyant sur la justification donnée, analyser l'erreur de Nolan.

(c) L'enseignant souhaite aider Loane à reformuler son explication. Proposer une reformulation attendue.

3. Donner deux représentations erronées que peut avoir un élève de CM2 pour la comparaison des nombres décimaux.

Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 3.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Suite à des problèmes récurrents d'alimentation en eau pour un des hameaux de sa commune, le maire projette de faire construire un château d'eau.

Partie A : choix du château d'eau.

1. Afin de faire un choix esthétique parmi trois modèles proposés, le maire décide de consulter ses concitoyens. Chaque foyer peut voter une fois, tous les foyers ont voté.

   Voici les résultats de la consultation :

Types de château d'eau	Modèle A	Modèle B	Modèle C
Nombre de foyers	12	60	18

   Calculer la proportion, en pourcentage, de voix recueillies parmi les foyers de ce hameau pour chacun des trois modèles proposés. Les pourcentages seront arrondis à l'unité de pourcentage.

2. Pour sélectionner le réservoir au volume le plus adapté, le maire décide d'étudier la consommation annuelle d'eau des foyers du hameau et observe qu'en 2019 elle était égale à 10 500 m^3.

   (a) Montrer que la consommation moyenne annuelle d'eau par foyer est d'environ 116,67 m^3.

   Sachant qu'un lotissement de 17 logements va être bientôt terminé, le maire décide d'intégrer ces logements à son étude en attribuant à chacun d'entre eux la consommation annuelle d'eau moyenne par foyer du hameau.

   (b) Calculer la consommation annuelle estimée du hameau intégrant les nouveaux logements. On donnera le résultat en mètre cube, arrondi à l'unité.

3. Suite à son enquête et aux conseils d'un bureau d'étude, le maire souhaite choisir un réservoir pouvant contenir au minimum la consommation moyenne de 5 jours du hameau intégrant les nouveaux logements.

   (a) Déterminer la consommation moyenne en 5 jours de l'ensemble des foyers du hameau intégrant les nouveaux logements.

   Une entreprise propose de construire un réservoir ayant la forme d'une sphère de 7 mètres de diamètre.

   (b) Déterminer le volume de ce réservoir. On donnera l'arrondi du volume au mètre cube.

   On rappelle que le volume V d'une boule de rayon r est donné par $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

(c) Ce réservoir répond-il aux souhaits du maire ?

4. On considère que le réservoir choisi contient 180 m^3 d'eau. Le débit de la pompe qui permet de le remplir est de 40 m^3/h.

   Déterminer le temps nécessaire pour remplir ce réservoir aux trois quarts. Donner la réponse en heure, minute et seconde.

Partie B : nuisances et impact paysager.

1. Pour éviter toute polémique quant au lieu d'implantation du projet, le maire décide d'installer le château à égale distance des trois habitations les plus proches. Pour expliciter ce choix aux habitants, il souhaite représenter la situation par un tracé géométrique. Il désigne par les points H_1, H_2 et H_3 les trois habitations.

   On sait que les distances entre les habitations sont $H_1H_2 = 1$ km, $H_2H_3 = 820$ m et $H_1H_3 = 730$ m.

   (a) Représenter la situation à l'échelle 1/10 000.

   (b) Placer le point C, tel qu'il soit à égale distance des trois points représentant les habitations. On veillera à laisser les traits de construction et on justifiera le tracé sur la copie.

   (c) En utilisant la figure construite, estimer la distance entre le château d'eau et chacune des 3 habitations.

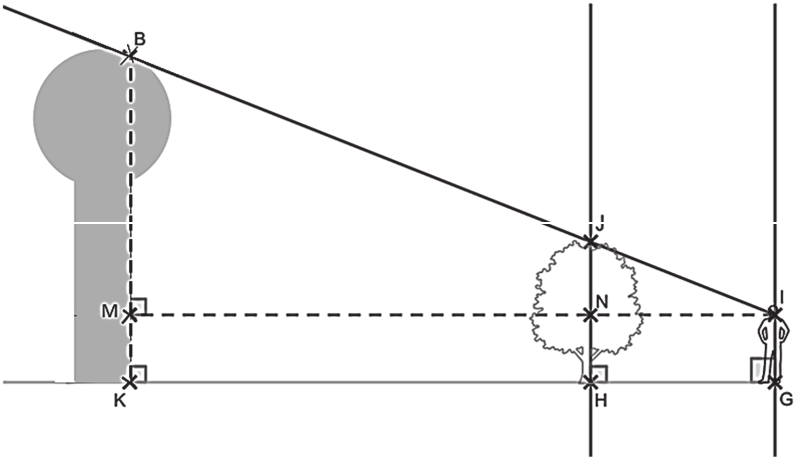
2. Afin de masquer la vue du château d'eau, un des habitants décide de planter une haie. Afin de choisir l'essence d'arbres à planter, il souhaite connaître la hauteur que devront atteindre ces arbres pour masquer la vue du château d'eau depuis sa terrasse.

   La figure ci-après, qui n'est pas à l'échelle, représente la situation. Cet habitant est au point G sur sa terrasse, le château d'eau est implanté au point K et on a noté H le point où il souhaite planter une haie pour masquer le château d'eau.

   On connaît les dimensions suivantes : $KG = 510$ m, $GI = 1{,}80$ m et $HG = 20$ m. La hauteur KB est de 45 mètres.

   Le point I correspond à l'œil de l'homme et le point J correspond à la hauteur que doivent atteindre les arbres pour masquer la vue du château d'eau.

   Les points M et N sont situés à 1,80 m du sol. On a ainsi, $MI = KG = 510$ m et $NI = HG = 20$ m.



Calculer la hauteur minimale HJ des arbres pour que cet habitant ne voie plus le château d'eau lorsqu'il se tient debout sur sa terrasse. On arrondira le résultat au centimètre.

Partie C : entretien du château d'eau.

1. Le réservoir d'eau choisi a une contenance de 180 m^3. L'ingénieur informe le maire que l'eau du château d'eau, bien que puisée dans une source, doit être chlorée. Il faut prévoir 0,1 mg de chlore par litre d'eau.

   Déterminer la quantité de chlore, en gramme, à prévoir au minimum pour 180 m^3 d'eau.

2. Pour assurer l'entretien annuel de ce château d'eau, la commune sollicite deux entreprises.

   - La société *Qualiteau* propose un forfait annuel de 700 € pour les déplacements puis toute intervention est facturée 350 €.
   - La société *Calmwater* propose également un forfait annuel pour les déplacements au tarif de 500 € puis toute intervention est facturée 450 €.

   On note x le nombre d'interventions annuelles.

   (a) Montrer que le montant annuel $Q(x)$ à payer à la société *Qualiteau*, en fonction de x, est donné par l'expression $Q(x) = 350x + 700$.

   (b) Exprimer, en fonction de x, le montant annuel $C(x)$ à payer à la société *Calmwater*.

(c) Dans un repère orthogonal, représenter graphiquement les fonctions Q et C. On prendra en abscisse 2 cm pour une intervention et en ordonnée 1 cm pour 200 €.

(d) À partir du graphique construit à la question 2.c., lire le nombre d'interventions annuelles pour lequel le montant de la facture sera le même pour les deux sociétés.
Vérifier le résultat trouvé par un calcul.

(e) Quelle société devient alors la plus avantageuse pour la commune pour un nombre supérieur d'interventions ?

3. Une troisième entreprise, la société *Bellacqua*, vient de s'implanter dans la région. Elle ne facture aucun déplacement mais propose un tarif par intervention de 550 €.

   (a) Exprimer, en fonction de x le montant annuel $B(x)$ à payer à la société *Bellacqua*.

   (b) Dans le repère orthogonal construit à la question 2.c., représenter graphiquement le tarif de la société *Bellacqua* en fonction du nombre x d'interventions.

   (c) La commune souhaiterait faire travailler la société *Bellacqua*. Lire sur le graphique le nombre maximum d'interventions pour lequel le prix à payer sera plus intéressant que celui des deux autres sociétés. Justifier la démarche.

II Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 1.

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre entier positif.
- Calculer le carré C_1 du nombre entier qui le suit.
- Calculer le carré C_2 du nombre entier qui le précède.
- Calculer la différence $C_1 - C_2$.

1. Vérifier qu'en prenant 5 comme nombre de départ, on obtient 20.

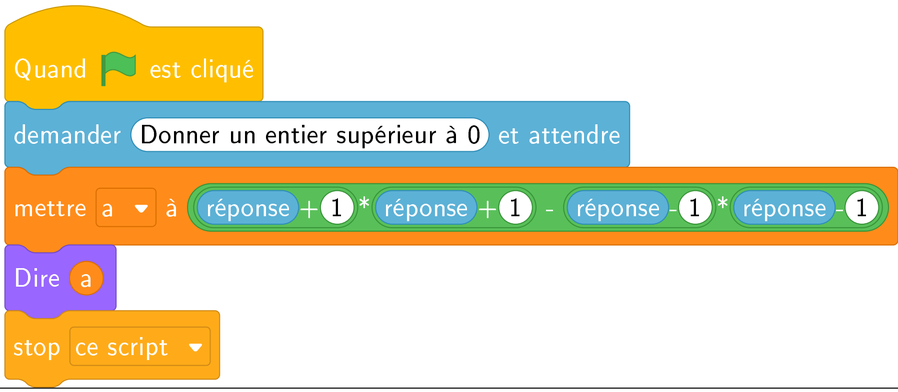
2. On appelle x le nombre de départ, montrer que le résultat obtenu est égal à $4x$.

3. Est-il possible d'obtenir 842 ? Si oui, donner le nombre de départ. Sinon, expliquer pourquoi.

4. Déterminer le nombre de départ pour que le programme ait comme résultat 2^{98}. On justifiera la réponse.

5. Parmi les trois captures d'écran issues du logiciel SCRATCH, donner, sans justifier, le(s) script(s) qui correspond(ent) au programme de calcul proposé.

Script 1.



Script 2.

```
Quand [drapeau] est cliqué
demander (Donner un entier supérieur à 0) et attendre
cacher la variable [a ▼]
cacher la variable [b ▼]
mettre [a ▼] à (((réponse) - (1)) * ((réponse) - (1)))
mettre [b ▼] à (((réponse) + (1)) * ((réponse) + (1)))
mettre [a ▼] à ((a) - (b))
Dire (a)
stop [ce script ▼]
```

Script 3.

```
Quand [drapeau] est cliqué
demander (Donner un entier supérieur à 0) et attendre
mettre [a ▼] à ((réponse) + (1))
mettre [a ▼] à ((a) * (a))
mettre [b ▼] à ((réponse) - (1))
mettre [b ▼] à ((b) * (b))
Dire ((a) - (b))
stop [ce script ▼]
```

Exercice 2.

On considère une classe composée de 30 élèves. Certains sont enfants uniques, c'est-à-dire n'ayant ni frère ni sœur, d'autres ne le sont pas.

Dans cette classe,

- 40 % des élèves sont des garçons ;
- un tiers des garçons sont des enfants uniques ;
- 25 % des enfants uniques sont des garçons.

1. (a) Déterminer le nombre total de garçons dans cette classe.

   (b) Déterminer le nombre de garçons qui ne sont pas des enfants uniques.

   (c) Reproduire, sur la copie, le tableau des effectifs de la classe ci-dessous puis le compléter.

	Fille	Garçon	Total
Enfant unique			
Enfant non unique			
Total			30

2. On choisit au hasard un élève de cette classe.

   (a) Calculer la probabilité que cet élève soit un enfant unique. On arrondira le résultat au centième.

   (b) Calculer la probabilité que cet élève soit un garçon n'ayant ni frère ni sœur. On arrondira le résultat au centième.

   (c) On sait que l'élève choisi est une fille. Calculer la probabilité qu'elle soit une fille unique.
   On arrondira le résultat au centième.

Exercice 3.

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

1. *Définition : Un nombre parfait est égal à la moitié de la somme de ses diviseurs. Par exemple,* 6 *est parfait car ses diviseurs sont* 1, 2, 3 *et* 6 *et on a :* $1+2+3+6=12$ *qui correspond au double de* 6.
   Affirmation 1 : « 28 est un nombre parfait. »

2. **Affirmation 2** : « Si un nombre est divisible par 6 et par 9 alors il est divisible par 54. »

3. On augmente la longueur d'un rectangle de 10 % et on diminue sa largeur de 10 %.
   Affirmation 3 : « L'aire du rectangle est inchangée. »

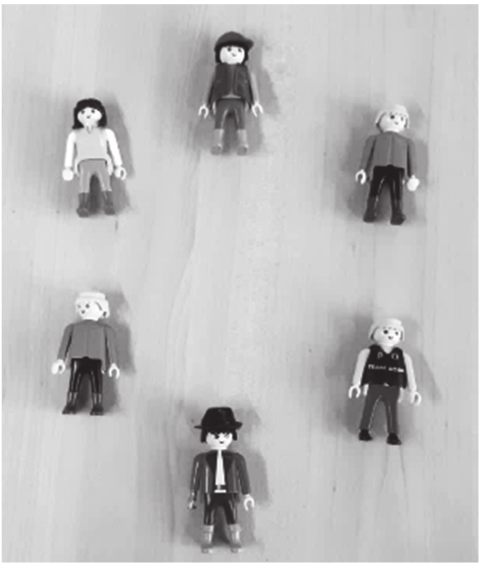
4. Un rectangle a une longueur de 5 cm et une largeur de 4 cm. On augmente la longueur de 10 % et on diminue la largeur de 10 %.
   Affirmation 4 : « Le périmètre du rectangle diminue. »

III Troisième partie (14 points).

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

Situation 1.

Un enseignant en classe de grande section présente 6 personnages installés en cercle et demande à 3 élèves d'aller chercher en « un voyage » autant de jetons (« pas plus, pas moins ») que de personnages, sachant que les jetons sont positionnés à une dizaine de mètres des personnages.

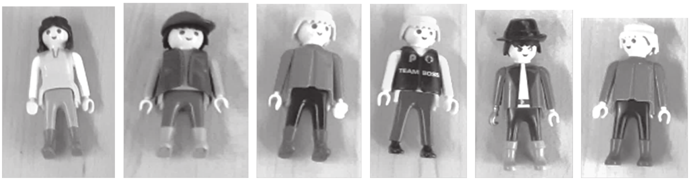


L'enseignant a noté le nombre de jetons apportés lors du premier voyage :

Prénoms des élèves	Nombre de jetons apportés
Mathéo	15
Salomé	7
Fatoulala	6

1. (a) Émettre deux hypothèses sur ce qui a pu conduire Salomé à se tromper.

   (b) Afin d'aider Salomé, le maître propose la situation suivante :

   Expliquer en quoi cette situation pourrait aider cette élève à réussir la tâche proposée.

2. (a) Émettre une hypothèse sur ce qui a pu conduire Mathéo à se tromper.

   (b) Proposer une situation qui pourrait aider à vérifier l'hypothèse émise à la question précédente.

3. Proposer une nouvelle tâche que l'enseignant pourrait proposer à Fatoulala, pour lui permettre d'aller plus loin dans ses apprentissages. Justifier cette proposition.

Situation 2.

Un enseignant propose à ses élèves de CM2 l'exercice suivant, issu du manuel « Le nouvel À portée de maths » (Hachette, 2018).

Tracer une figure à partir d'un programme de construction

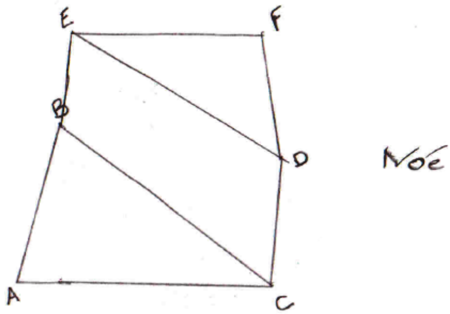
3 • **Trace la figure qui correspond à ce programme de construction.**

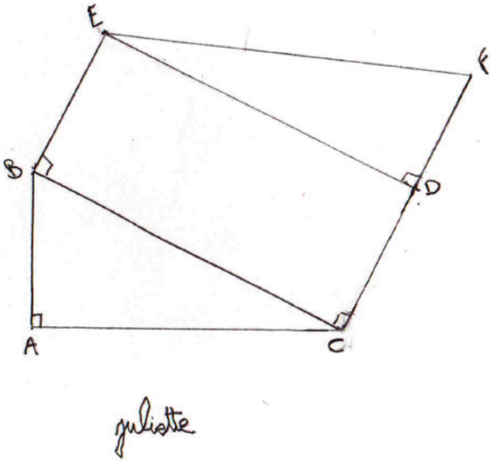
a. Trace un triangle ABC rectangle en A.

b. Trace le rectangle CDEB.

c. Trace le triangle DEF rectangle en D.

Voici 2 productions d'élèves :





1. Analyser les deux productions en terme d'erreurs et de réussites.

2. L'utilisation de papier quadrillé ou pointé pourrait-elle aider Noé ? Justifier la réponse.

3. Donner deux aides, non liées au papier utilisé, qui pourraient être proposées pour Noé.

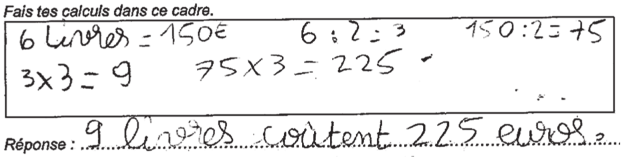
Situation 3.

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de CM2 par une enseignante.

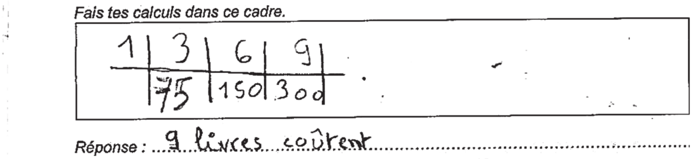
On commande pour la classe des cahiers et des livres. 6 livres coûtent 150 euros. Combien coûtent 9 livres ?

Voici les réponses de deux élèves : Tama et Hina.

Production de Tama.



Production de Hina.



1. Quelle est la principale notion mathématique travaillée dans ce problème ?

2. Analyser chacune des deux productions ci-dessus en repérant les réussites et les erreurs éventuelles et en explicitant les propriétés mathématiques mobilisées.

3. Proposer trois procédures permettant à Tama de compléter correctement la case sous le 9 en partant du tableau qu'elle a commencé à compléter et qui est reproduit ci-dessous.

1	3	6	9
	75	150	

4. L'enseignant(e) modifie l'énoncé en demandant de calculer le prix de 8 livres.

   (a) Proposer deux procédures qu'un élève de CM2 pourrait mobiliser pour trouver le prix à payer pour l'achat de ces 8 livres.

   (b) L'enseignant souhaite que les élèves utilisent le passage à l'unité. Proposer une modification à l'énoncé initial qui encourage l'utilisation de cette procédure.

Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 4.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

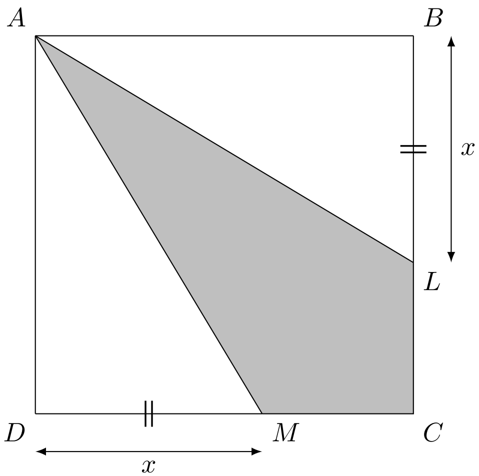
Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Dans ce problème, les figures qui sont dessinées ne sont pas représentées en vraie grandeur.

Partie A.

On souhaite partager un carré $ABCD$ de 10 cm de côté en trois parties comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



L est un point du segment $[BC]$ et M est le point du segment $[CD]$ tel que $DM = BL$. On note x la longueur, en centimètre, du segment $[BL]$.

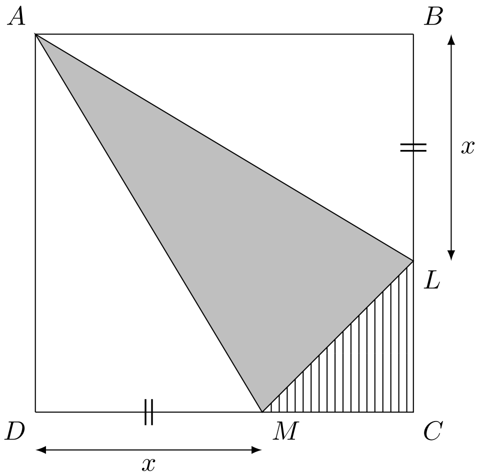
1. Expliquez pourquoi $0 \leqslant x \leqslant 10$.
2. Vérifier que si $x = 2$, alors l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$ est égale à 80 cm^2.
3. Calculer l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$ si $x = \dfrac{3}{5}$.

4. Montrer que l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$, exprimée en centimètre carré, en fonction de x, est égale à $100 - 10x$.

5. Déterminer x pour que les trois parties aient la même aire.

Partie B.

Dans cette partie, le triangle hachuré a été supprimé pour obtenir trois triangles ADM, AML et ALB.



1. (a) Vérifier que si $x = 2$, alors l'aire du triangle hachuré MCL est égale à $32\ \text{cm}^2$.

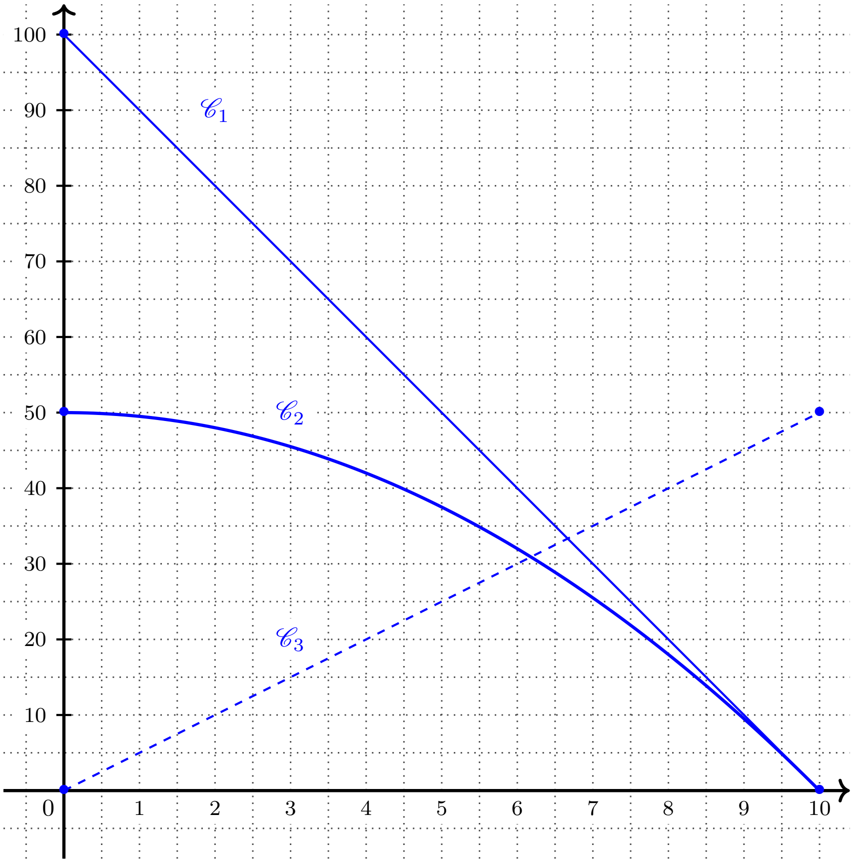
   (b) Exprimer l'aire, en centimètre carré, de la partie hachurée MCL en fonction de x.

   (c) Montrer que l'aire du triangle grisé AML, exprimée en centimètre carré, est égale à $50 - \frac{x^2}{2}$.

2. On a représenté dans le repère ci-dessous les fonctions f, g et h définies pour x entre 0 et 10 par :

$$f(x) = 5x, \quad g(x) = 100 - 10x, \quad h(x) = 50 - \frac{x^2}{2}.$$

On obtient les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$.



(a) Chacune des fonctions f, g et h permet de déterminer, en fonction de x, l'aire d'un des polygones ADM, $AMCL$ et AML de la figure précédente. Associer à chaque fonction le polygone dont elle permet de déterminer l'aire. Justifier.

(b) Associer chaque courbe $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ à la fonction quelle représente. Justifier.

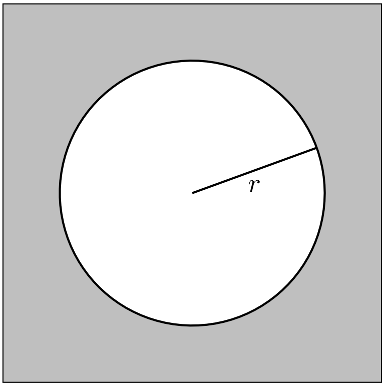
(c) Déterminer graphiquement l'aire du triangle grisé AML pour $x = 3$.

(d) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire du quadrilatère grisé $AMCL$ de la partie A est égale à 25 cm^2 ?

(e) Déterminer graphiquement la valeur de x pour que les trois triangles ABL, ADM et AML de la partie B aient la même aire. Justifier.

Partie C.

On veut maintenant partager un carré de 10 cm de côté en deux parties. L'une d'entre elles est un disque intérieur ayant pour centre celui du carré et pour rayon r. La seconde partie est l'extérieur du disque, grisée sur la figure ci-dessous.



1. Entre quelles valeurs le rayon r peut-il varier ? Justifier.

2. Déterminer pour quelle valeur du rayon r, exprimée en centimètre, l'aire du disque est égal au quart de celle du carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

3. Pour déterminer l'aire du disque dans le carré en fonction de son rayon, on réalise avec un tableur la feuille de calcul suivante :

	A	B
1	**Rayon**	**Aire**
2	0	0
3	0,5	0,78539816
4	1	3,14159265
5	1,5	7,06858347
6	2	12,5663706
7	2,5	19,6349541
8	3	28,2743339
9	3,5	38,48451
10	4	50,2654825
11	4,5	63,6172512
12	5	78,5398163

(a) Quelle formule permettant de calculer l'aire du disque doit être écrite dans la cellule `B2` pour être ensuite copiée par glissement vers le bas ?
Note : on pourra utiliser la fonction `PI()` du tableur qui renvoie une valeur approchée du nombre π.

(b) Déduire de ce tableau, un encadrement d'amplitude minimale de la valeur r_0 du rayon du disque pour que l'aire du disque soit égale à l'aire de la surface grisée.

(c) Déterminer la valeur exacte de r_0, exprimée en centimètre, puis donner l'arrondi au centième.

(d) Déterminer la valeur exacte r_1 du rayon du disque telle que l'aire du disque soit égale au tiers de l'aire de la surface grisée et donner son arrondi au dixième de millimètre.

II Deuxième partie (13 points).

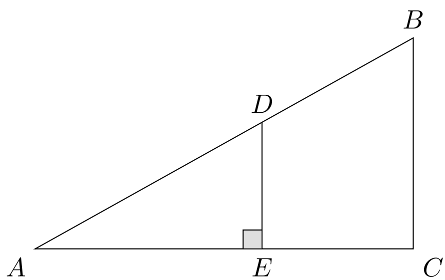
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 1.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1. Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle, D et E sont des points des côtés $[AB]$ et $[AC]$ tels que :

$$AD = 9 \text{ cm}, \quad DB = 6 \text{ cm}, \quad AC = 10 \text{ cm}, \quad EC = 4 \text{ cm}.$$



Affirmation 1 : « Le triangle ABC est rectangle en C. »

2. **Affirmation 2** : « La somme de deux nombres entiers impairs consécutifs ne peut pas être un nombre premier. »

3. On suppose qu'une voiture perd chaque année 20 % de sa valeur.
Affirmation 3 : « Dans 5 ans, la voiture vaudra encore plus d'un tiers de sa valeur initiale. »

4. Dans mon équipe, les trois quarts des joueurs sont mineurs et le tiers des majeurs a plus de 25 ans.
Affirmation 4 : « Un équipier sur six a entre 18 et 25 ans. »

Exercice 2.

Dans une classe de 28 élèves, on souhaite comparer les tailles des filles et des garçons. Voici les données dont on dispose :

Taille des treize filles en centimètre : 149 155 161 142 167 163 157 150 165 152 161 159 160
Taille des garçons : Toutes les tailles sont des nombres entiers de centimètres et il n'y a pas deux garçons qui ont la même taille. On connaît également les indicateurs suivants : Étendue : 29 cm Moyenne : 159 cm Médiane : 161 cm.

1. Calculer l'écart, en centimètre, entre la taille moyenne des filles et la taille moyenne des garçons.

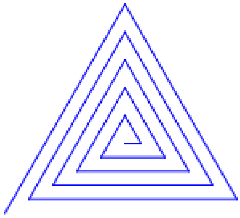
2. Dans la classe, l'élève de plus petite taille mesure 140 cm. Quelle est la taille de l'élève le plus grand ?

3. Dans la classe, combien d'élèves mesurent 162 cm ou plus ?

4. Calculer la taille moyenne, en centimètre, arrondie au millimètre, des élèves de cette classe.

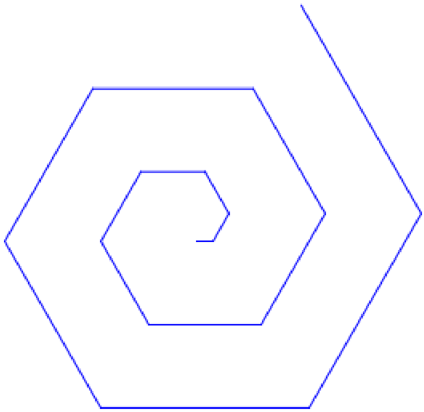
Exercice 3.

Un élève veut obtenir la figure ci-contre à l'aide du logiciel de programmation Scratch :



Le plus petit segment mesure 10 pixels et chaque segment mesure 10 *pixels de plus que le précédent.*

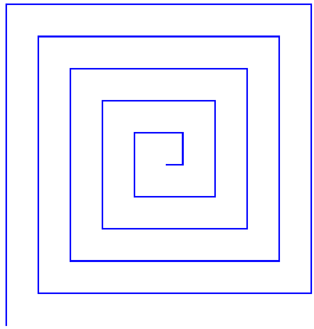
1. Un élève écrit le programme suivant et obtient la figure ci-dessous.



Que doit-il modifier dans son programme pour obtenir la figure attendue ? Aucune justification n'est attendue.

2. Quelle est la longueur, exprimée en pixel, du dernier segment tracé ?

3. Que doit-on modifier dans le programme précédent pour obtenir la spirale suivante ?



Le plus petit segment mesure 10 *pixels et chaque segment mesure* 10 *pixels de plus que le précédent.*

III Troisième partie (14 points).

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

Situation 1.

Extrait du Bulletin officiel n° 31 du 30-7-2020 pour le cycle 3 : « connaître des procédures élémentaires de calcul, notamment : multiplier par 5*, par* 25*, par* 50*, par* 0,1*, par* 0,5 *».*

Dans le cadre d'une séance de calcul mental, un enseignant propose à des élèves de CM1 de revenir sur les procédures qu'ils ont utilisées pour effectuer le calcul : 5×14. Ci-dessous sont présentées les productions de Paco, Léa, Julie et Ali.

Paco	**Léa**
$5 \times 4 = 20$ $5 \times 1 = 5 + 2 = 7$ $14 \times 5 = 70$	$10 \times 5 = 50$ $11 \times 5 = 50$ $12 \times 5 = 60$ $13 \times 5 = 65$ $14 \times 5 = 70$
Julie	**Ali**
$14 + 14 + 14 + 14 + 14 = 70$	$14 \times 5 = 70$ J'ai trouvé ce résultat car j'ai fait $5 \times 10 + 5 \times 4 = 70$

1. Pour chacun des quatre élèves, analyser les procédures et expliciter les faits numériques sollicités.
2. Que peut proposer l'enseignant pour encourager Julie à abandonner sa procédure additive ?
3. Indépendamment des nombres en jeu, comment l'enseignant peut-il procéder pour introduire la procédure suivante : $5 \times 14 = 10 \times 14 : 2$?
4. Proposer une trace écrite à faire noter dans les cahiers lors de l'institutionnalisation de la procédure introduite dans la question 3.

Situation 2.

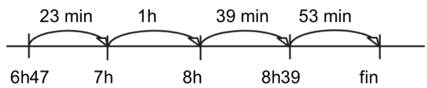
Une enseignante de CM2 propose le problème suivant à ses élèves :
« Un touriste prend un train à Paris à 6 h 47, le train s'arrête une première fois en gare de Bourg-en-Bresse d'où il repart à 8 h 39. Le train arrive en gare de Bellegarde-sur-Valserine 53 minutes plus tard. Quelle a été la durée totale du voyage ? »

Matéo

$$\begin{array}{rr} & 8\text{ h }{}_1 39 \\ - & \underline{6_1\text{h } 47} \\ & \cancel{1}\text{ h }\cancel{9}2 \\ & 2 \quad\ 3 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & 2\text{ h } 32 \\ + & \underline{53} \\ & \cancel{2}\text{ h }\cancel{8}5 \\ & 3 \quad\ 2 \end{array}$$

La durée totale du voyage est 3 h 25.

Lucille



$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 23 \\ +\ 39 \\ +\ \underline{53} \\ 115 \end{array}$$

115 – 60 = 55

La durée est 2 h 55.

Léa

$$\begin{array}{rr} & 8\text{ h }\overset{1}{3}9 \\ + & \underline{\phantom{8\text{ h }}53} \\ & \cancel{8}\text{ h }\cancel{9}2 \\ & 9\phantom{\text{ h }}3 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 9\text{ h }32 \\ - & \underline{6\text{ h }47} \\ & 3\text{ h }15 \end{array}$$

La durée totale du voyage est 3 h 15.

1. Dans un tableau, analyser chacune des 3 productions d'élèves en termes de réussites et d'erreurs.
2. Quelle aide peut-on apporter à Lucille pour qu'elle comprenne et remédie à son ou ses erreur(s) ?
3. Parmi les procédures utilisées par ces 3 élèves, laquelle privilégier pour une mise en commun en classe de CM2 ? Justifier ce choix.

Situation 3.

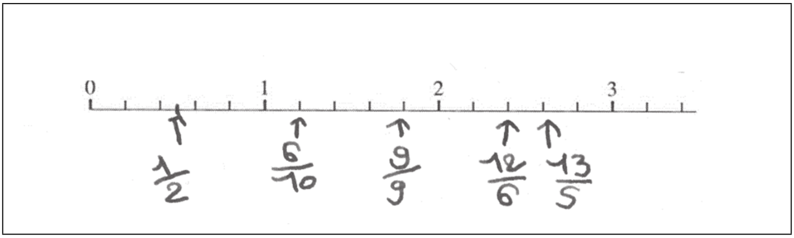
1. Voici une situation proposée par le manuel « Pour comprendre les maths » - Hachette éducation - CM1 :

. Reproduis la droite graduée, puis place les fractions : $\frac{2}{5}$ • $\frac{1}{5}$ • $\frac{5}{5}$ • $\frac{15}{5}$ • $\frac{8}{5}$

Cet exercice a été réussi par l'ensemble des élèves d'une classe de CM1. L'enseignant propose cette même situation avec les fractions :

$$\frac{13}{5};\ \frac{6}{10};\ \frac{12}{6};\ \frac{1}{2};\ \frac{9}{9}$$

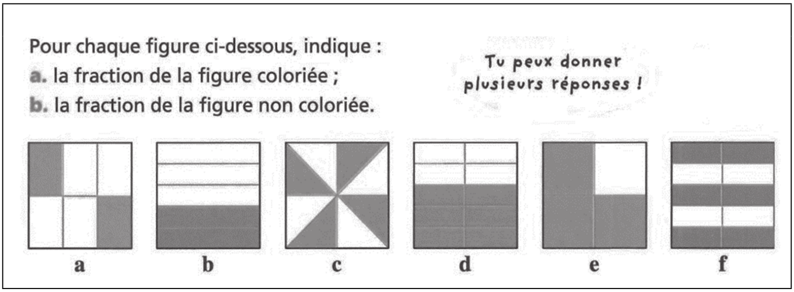
Voici les réponses de Léo :



(a) Analyser les réponses proposées par Léo, en repérant ses erreurs et réussites.

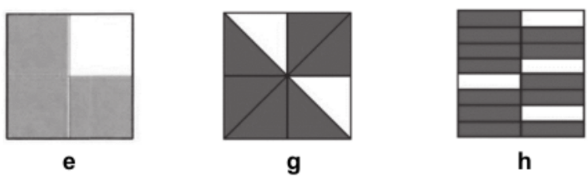
(b) Expliquer la différence de réussites aux deux tâches proposées.

2. Voici une nouvelle situation extraite du même manuel :



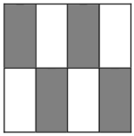
(a) Donner un intérêt et une limite de cet exercice par rapport à l'exercice proposé à la question 1 précédente.

(b) L'enseignant propose de comparer les figures **e**, **g** et une nouvelle figure **h**.



Quel est l'intérêt de proposer ces trois figures ?

(c) L'enseignant décide ensuite de proposer la figure **i**.



i

Lilou trouve $\frac{4}{8}$. Tom dit : « ce n'est pas possible car c'est la figure **c** et elles ne sont pas pareilles. »
Comment l'enseignant peut-il amener Tom à comprendre que son affirmation est fausse ?

Épreuve de mathématiques CRPE 2021 groupe 5.

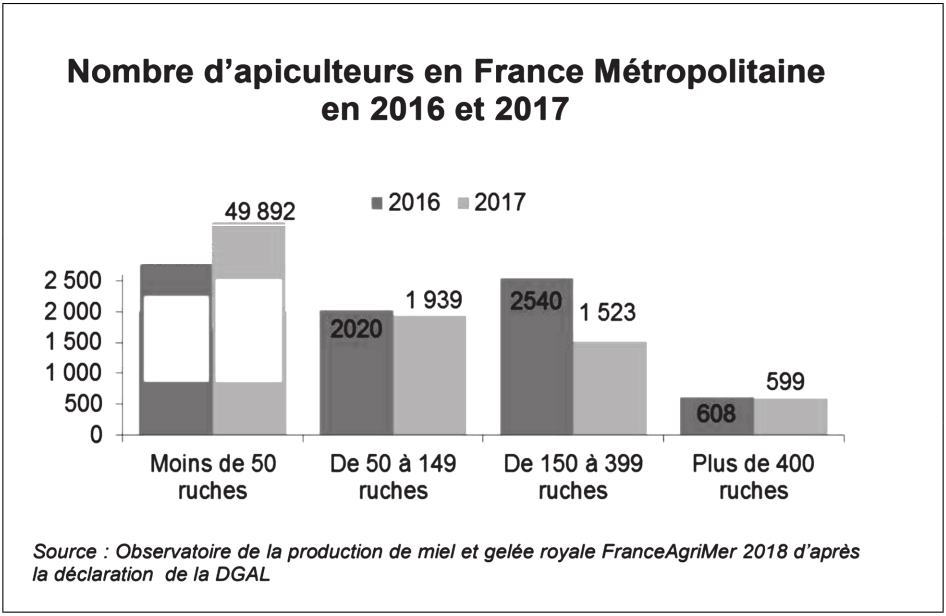
Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Partie A.

Voici un graphique présentant le nombre d'apiculteurs en France métropolitaine :



Extrait de « France-Agricole-FranceAgriMer-MIEL-2018-Observatoire miel et GR 2017 »

1. (a) Donner le nombre d'apiculteurs qui possédaient entre 150 ruches et 399 ruches en France métropolitaine en 2017.

   (b) Donner le nombre total d'apiculteurs en 2017 en France métropolitaine.

   (c) Donner le nombre d'apiculteurs qui possédaient entre 50 ruches et 399 ruches en France métropolitaine en 2016.

2. (a) Expliquer pourquoi la partie du diagramme concernant les apiculteurs possédant moins de 50 ruches n'est pas représenté de la même façon que les autres parties.

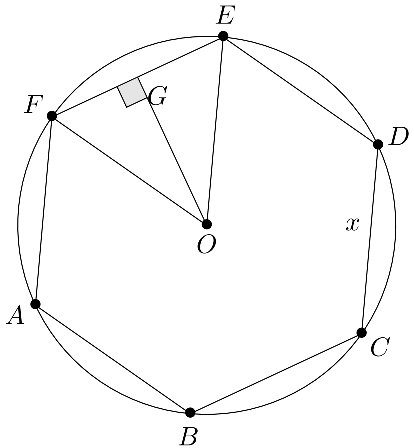
   (b) Pour les apiculteurs ayant moins de 50 ruches, le pourcentage d'augmentation entre 2016 et 2017 a été de 10,4 %.
   Calculer le nombre d'apiculteurs en 2016 dans cette catégorie.

3. Calculer le pourcentage d'évolution du nombre d'apiculteurs possédant au moins 150 ruches de 2016 à 2017, on arrondira le résultat au dixième d'unité de pourcentage.

Partie B.

Dans une ruche, le miel est stocké par les abeilles dans des alvéoles. On considère que l'entrée de ces alvéoles a la forme d'un hexagone régulier, c'est-à-dire d'un hexagone non croisé, ayant tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

1. Soit l'hexagone régulier $ABCDEF$. On note x la longueur d'un de ses côtés. Cet hexagone est inscrit dans un cercle de centre O.



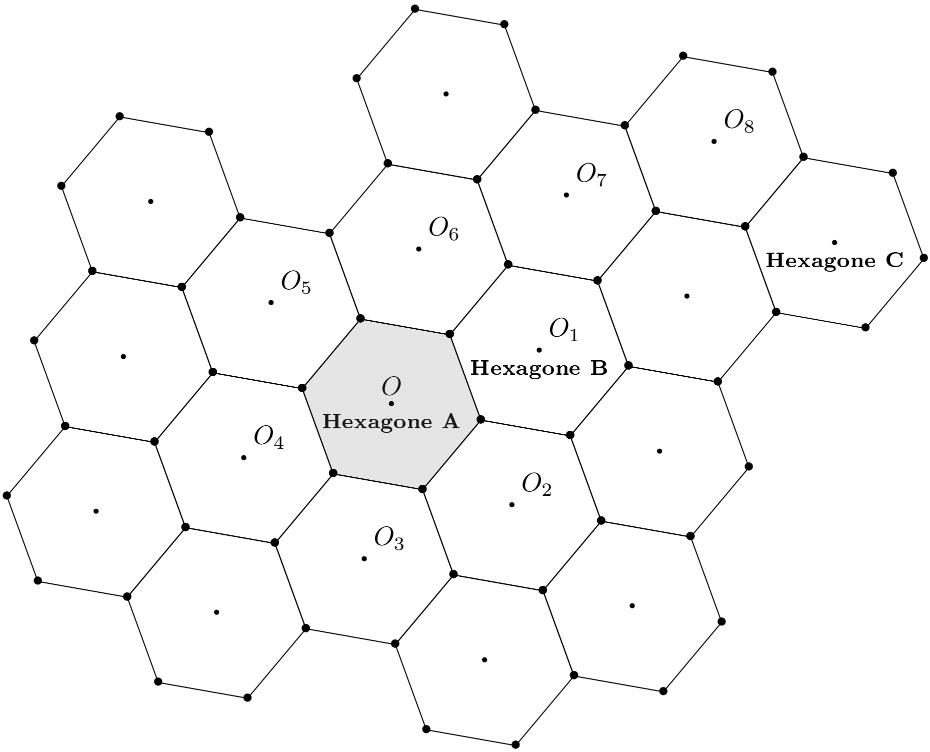
   (a) Montrer que le triangle FOE est un triangle équilatéral.

   On admet que l'aire d'un triangle équilatéral ayant des côtés de longueur x est $\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$.

   (b) Déterminer l'aire de l'hexagone $ABCDEF$ en fonction de x.

   (c) La périmètre de l'hexagone régulier vaut 18 mm. Montrer que l'aire de cet hexagone, arrondie au millième près, vaut 0,234 cm^2.

2. Les abeilles utilisent cette forme hexagonale régulière pour paver le plan :

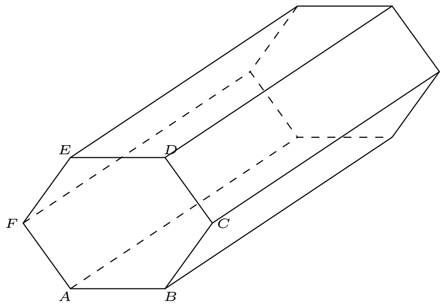


(a) Caractériser trois transformations qui permettent de passer de l'**Hexagone A** à l'**Hexagone B**.

(b) Caractériser une transformation qui permet de passer de l'**Hexagone A** à l'**Hexagone C**.

3. On admet qu'une alvéole a la forme d'un prisme régulier à base hexagonale, et est ouverte sur une face pour permettre le passage de l'abeille.

   On admet que la partie visible de chacune des alvéoles est un hexagone régulier dont le côté mesure 3 mm et que la profondeur des alvéoles, notée h, mesure 11,5 mm.



(a) Montrer que la contenance d'une alvéole est environ 270 mm^3.

(b) En déduire la contenance d'une alvéole en millilitre.

(c) Construire un patron d'une alvéole à l'échelle 6 : 1.

Partie C.

Une ruche Dadant est un modèle de ruche à cadres. Elle porte le nom de son inventeur, Charles Dadant (1817-1902). Un cadre de ruche Dadant est un rectangle de dimensions 41 cm $\times$ 26,5 cm ; dans ce qui suit, on négligera l'épaisseur du cadre. Une ruche contient 10 ou 12 cadres rectangulaires qui vont accueillir les alvéoles sur les faces avant et arrière de chaque cadre.

Dans cette partie on considère uniquement des ruches Dadant à 12 cadres.

1. En assimilant chaque alvéole à un carré dont les côtés mesurent 5 mm, montrer que l'on peut estimer qu'une telle ruche peut héberger 100 000 alvéoles.

2. Montrer que le volume de miel, arrondi au litre, que peuvent contenir l'ensemble des 100 000 alvéoles d'une ruche Dadant à 12 cadres est 27 L.

3. On dispose des deux documents ci-dessous.

Une sortie d'une abeille butineuse.
Nombre de fleurs butinées : 20 à 300. Durée de la sortie : 20 minutes. Distance parcourue : 1 km. Vitesse de l'abeille en vol : 27 km/h. Masse de nectar récolté : 6×10^{-5} kg.

Miel. Masse volumique : 1,4 kg/L. Quantité de nectar nécessaire pour fabriquer 1 kg de miel : 4 kg.

Répondre aux questions suivantes en utilisant les documents ci-dessus et les questions précédentes.

(a) Quelle masse de nectar doivent récolter les abeilles pour obtenir 25 g de miel ?

(b) Quelle masse de nectar doivent récolter les abeilles pour obtenir 100 mL de miel ?

(c) Estimer la masse de miel que peuvent contenir l'ensemble des alvéoles d'une ruche Dadant à 12 cadres.

(d) Montrer qu'une estimation de la distance parcourue par l'ensemble des abeilles pour obtenir 1 kilogramme de miel est de 67 000 km.

(e) Estimer la distance parcourue par l'ensemble des abeilles pour remplir de miel l'ensemble des alvéoles d'une ruche Dadant à 12 cadres (sans compter le miel consommé par les abeilles elles-mêmes).

II Deuxième partie (13 points).

Exercice 1.

Une urne contient des boules rouges, bleues, noires et vertes. On suppose que ces boules sont indiscernables au toucher.

La probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{1}{4}$.
La probabilité de tirer une boule verte est de 0,3.
La probabilité de tirer une boule noire est de 20 %.

1. On tire au hasard une boule dans cette urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?

2. Il y a 140 boules dans l'urne. Donner le nombre de boules de chaque couleur.

3. On effectue maintenant deux tirages successifs avec remise.

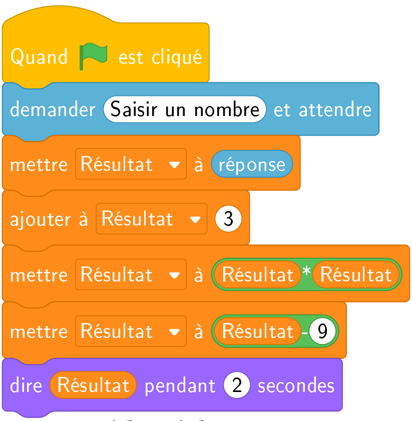
   (a) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge puis une boule verte ?

   (b) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge et une boule verte ?

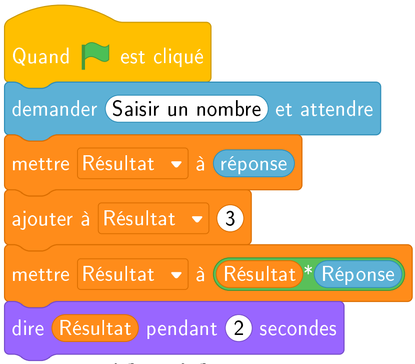
   (c) Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ?

Exercice 2.

On donne la copie d'écran de deux algorithmes réalisés à l'aide du logiciel Scratch.



Algorithme 1



Algorithme 2

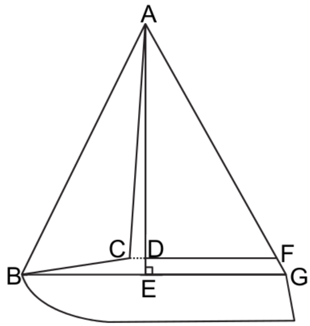
1. Montrer que si le nombre de départ est 2, on obtient 16 avec chacun des deux algorithmes.

2. Le nombre de départ est 1,2. Quel(s) nombre(s) obtient-on avec chacun des deux algorithmes ?

3. Quelle conjecture peut-on émettre ? Démontrer cette conjecture.

Exercice 3.

Les dimensions du voilier de madame Guidel sont données ci-dessous.



Vue en coupe du bateau
La figure n'est pas à l'échelle.

$AE = 12$ m, $BG = 11$ m, $DE = CD = 1$ m, $BE = 5$ m.

Les points A, F et G ainsi que les points C, D et F et les points B, E et G sont alignés.

Les droites (DF) et (EG) sont parallèles.

Les droites (AE) et (BG) sont perpendiculaires.

La voile de l'avant, appelée foc, est représentée par le triangle ABC.

La grand-voile est représentée par le triangle ADF.

1. En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle AEG, déterminer la longueur de la bôme $[DF]$.

2. Calculer l'aire de la grand-voile.

3. Lorsque le vent forcit, on remplace le foc par une voile plus petite appelée trinquette. La trinquette est une réduction du foc de coefficient $\frac{4}{5}$ (appliquée aux longueurs).

   (a) Calculer l'aire du triangle ADC et du quadrilatère $BCDE$.

   (b) En déduire que l'aire du foc (ABC) est de 21,5 m^2.

   (c) En déduire l'aire de la trinquette.

4. Pour cette question, on admet que l'aire de la surface totale des voiles (grand-voile, foc et trinquette) est égale à 65,51 m^2. La propriétaire hésite entre deux voileries pour la fabrication de ses voiles.

Maître voilier local	**Usine en Asie**
• Tarif : 86 €/m^2. • Qualité du tissu : 340 g/m^2. • Livraison offerte.	• Tarif de base : 64 euro/m^2. • Qualité du tissu : 340 g/m^2. • Taxes d'importation : 32 % du prix de base de la marchandise. • Frais de port à la charge du client

Frais de port de l'Asie vers la France

Masse (en kg, arrondie à l'unité)	Prix à payer
Entre 5 et 10	100 €
Entre 11 et 18	150 €
Entre 19 et 25	250 €
Au-delà de 26 kg	Contacter le service client.

Déterminer la solution la plus économique en justifiant la réponse.

III Troisième partie (14 points).

Situation 1.

Après avoir introduit les nombres décimaux et l'addition des nombres décimaux, un enseignant de CM1 propose à ses élèves le problème ci-dessous.

> Chez le fromager, Madame Costa a dépensé 41 €.
> Elle a acheté une part de comté à 18,28 euro, une part de beaufort à 15,72 € et un reblochon.
> Combien a coûté le reblochon ?

On a retranscrit ci-dessous les réponses de quatre élèves.

```
 1 1  1
      4 1
+ 1 8 , 2 8
+ 1 5 , 7 2
-----------
  3 4 , 4 1
```

La réponse est 34,41 €.

ÉLÈVE A

1 + 1 8 + 1 5 3 3	1 2 8 + 7 2 10 0	33 + 100 = 34

41 – 34 = 11 – 4 = 7

Il coûte 7 euros.

ÉLÈVE B

1 1 + 1 8 , 2 8 + 1 5 , 7 2 3 3 ,10 0	4 $_1$1 – 3$_1$ 3 , 1 0 0 8 , 1 0 0

41 € – 33,100 € = 8,100 €.

Le reblochon coûte 8,10 €

ÉLÈVE C

1 1 1
1 8 , 2 8
+ 1 5 , 7 2
3 4 , 0 0

41 + 34 = 70 + 5 = 75

Le reblochon a coûté 75 €.

ÉLÈVE D

1. Justifier qu'il est possible de proposer un tel problème alors que la soustraction des nombres décimaux n'a pas encore été étudiée.

2. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessous, analyser les productions des quatre élèves en termes de réussites et d'erreurs pour chacune des compétences « Modéliser » et « Calculer ».

Extrait de la note de service n°2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».

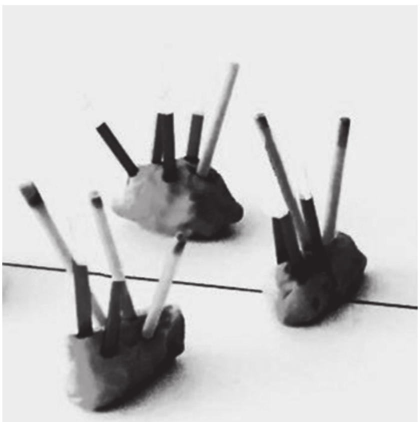
« Modéliser » et « Calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire *qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :*

- *difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;*
- *difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calculs utilisés.*

3. Proposer une remédiation ou un accompagnement que l'enseignant pourrait mettre en place pour aider l' **ÉLÈVE A** à résoudre ce type de problème.

Situation 2.

Dans une classe de Moyenne Section de maternelle, un enseignant propose le jeu « ***Les piquants des hérissons*** ». L'enseignant propose à ses élèves de fabriquer, par groupes de 4 élèves, des hérissons en pâte à modeler, chaque hérisson devant avoir cinq piquants. Il donne la consigne suivante : « *Vous allez composer des hérissons à 5 piquants, pas plus, pas moins, en choisissant des petits piquants rouges ou des grands piquants verts. Un mélange des couleurs est possible. Vous devez faire le plus de hérissons possible, mais les hérissons doivent être différents, ils ne doivent pas avoir autant de piquants de la même couleur.* »

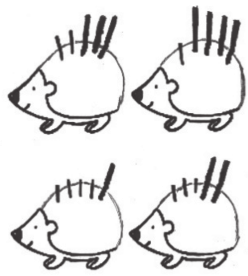


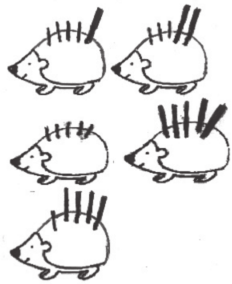
Matériel utilisé :
— Pâte à modeler (corps du hérisson) ;
— Petites pailles rouges et grandes pailles vertes.

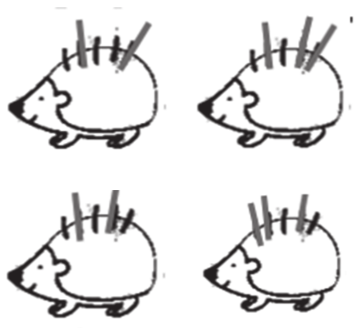
1. Est-ce l'« ordinal » ou l'usage « cardinal » du nombre qui est mobilisé dans cette séance ? Justifier la réponse.

2. Après la manipulation, les élèves représentent leurs solutions sur des hérissons dessinés.
   L'enseignant récupère les quatre productions ci-dessous.

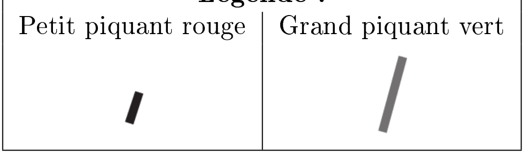

Groupe 1.


Groupe 2.


Groupe 3.

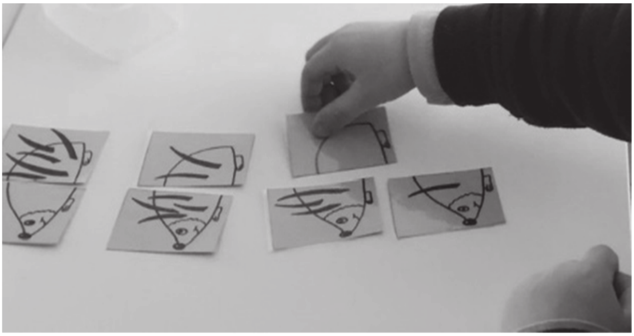

Groupe 4.

Légende :



Analyser les productions de chacun des groupes d'élèves en termes de réussites et d'erreurs.

3. Après avoir demandé aux élèves de trouver tous les hérissons différents possibles à 5 piquants, l'enseignant propose aux élèves une nouvelle activité : les élèves doivent reconstituer des hérissons à 5 piquants, à partir de cartes représentant des demi-hérissons.



   Expliquer le lien, concernant les premiers apprentissages numériques, entre cette activité et la précédente.

4. Proposer une nouvelle activité sans lien avec la précédente permettant de travailler les différentes décompositions du nombre 5.

Situation 3.

1. Dans les programmes en vigueur pour le cycle 3, (programmes consolidés à partir du BOEN n°31 du 30 juillet 2020), il est inscrit dans les attendus du domaine Nombres et calculs : « *Comprendre et appliquer aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position* ».

   (a) Rappeler ce que sont « les règles de la numération décimale de position », en précisant ce que sont l'aspect décimal et l'aspect positionnel dont il est fait mention. Les explications pourront s'appuyer sur des exemples.

   (b) Proposer un exercice permettant de contribuer à l'évaluation de l'aptitude des élèves à « comprendre et appliquer aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position ».

2. Un enseignant de CM1 souhaite interroger ses élèves, il hésite entre les trois questions suivantes :

   Question 1 : « Donner un nombre décimal plus grand que 3,7 et plus petit que 3,9. »

   Question 2 : « Donner un nombre décimal plus grand que 3,7 et plus petit que 3,8. »

Question 3 : « Donner un nombre décimal plus grand que 3,9 et plus petit que 4,1. »

Donner les éventuels intérêts et inconvénients de chacune de ces trois questions pour évaluer la compréhension des élèves de ce que sont les décimaux et de l'écriture à virgule.

3. Un enseignant de CM2 pose la question suivante à ses élèves : « Comparer 12,76 et 12,745. ». Ceux-ci sont en difficulté.

   Proposer une méthode en plusieurs étapes permettant aux élèves de comparer ces deux nombres pour déterminer lequel est le plus grand.