

# Épreuve de mathématiques CRPE 2020 groupe 2.

Lien vers le corrigé seul : [pdf](#).

Lien vers le sujet seul : [pdf](#).

*Durée : 4 heures.*

*Épreuve notée sur 40.*

Merci pour la relecture de Mme Bourgeois.

## I Première partie (13 points).

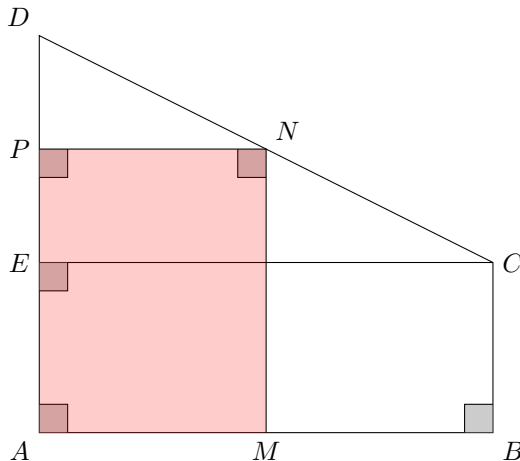
Madame Martin souhaite participer à l'effort de protection de la planète et s'engager dans le développement durable.

Elle a décidé d'installer des panneaux photovoltaïques, sur le toit de sa maison, pour produire sa propre énergie électrique ainsi qu'un récupérateur d'eau de pluie pour arroser son jardin.

### Partie A : installation de panneaux photovoltaïques.

Le toit de la maison de madame Martin a la forme d'un trapèze rectangle  $ABCD$  représenté ci-dessous pour lequel on connaît les dimensions suivantes :

$$AB = 8 \text{ m} \quad AD = 7 \text{ m} \quad CB = 3 \text{ m}.$$



*Vue du dessus du toit (la figure n'est pas à l'échelle).*

Le point  $E$  est le point de  $[AD]$  tel que  $ABCE$  soit un rectangle.

Le support dédié aux panneaux photovoltaïques correspond au rectangle  $AMNP$  où  $P$  est un point situé sur  $[DE]$  et  $N$  est l'intersection de la droite perpendiculaire à  $(AD)$  passant par  $P$  avec  $(CD)$ .

On souhaite déterminer la position du point  $P$  sur  $[DE]$  pour que l'aire du support  $AMNP$  soit la plus grande possible.

On note  $x$  la longueur du segment  $[DP]$  exprimée en mètre et  $A(x)$  l'aire du rectangle  $AMNP$  exprimée en mètre carré.

1. Expliquer pourquoi  $x$  doit être compris entre 0 et 4.

$$\left. \begin{array}{l} DA = 7 \text{ m} \\ EA = CB = 3 \text{ m} \\ E \in [AD] \end{array} \right\}, \text{ donc } DE = 4\text{m}.$$

Puisque  $P \in [DE]$  et puisque  $DE = 4 \text{ m}$ ,  $0 \text{ m} \leq DP \leq 4 \text{ m}$ .

$$x \in [0; 4].$$

2. Démontrer que  $PN$  est égale à  $2x$ .

Exprimons  $PN$  en fonction de  $x$ .

\* Configuration de Thalès.

Les points  $D, P, E$  d'une part et  $D, N, C$  d'autre part sont alignés dans cet ordre.

\* Hypothèse du théorème de Thalès.

$(AD) \perp (PN)$  et  $(AD) \perp (EC)$  donc  $(PN) \parallel (EC)$ .

Des deux points précédentes, et d'après le théorème de Thalès nous déduisons :

$$\frac{DP}{DE} = \frac{PN}{EC}.$$

La précédente égalité équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} \frac{DP}{DE} \times EC &= \frac{PN}{EC} \times EC \\ \frac{x \text{ m}}{4 \text{ m}} \times (8 \text{ m}) &= PN \\ 2x \text{ m} &= PN \end{aligned}$$

$$PN = 2x \text{ m}.$$

3. Montrer que, pour tout nombre  $x$  compris entre 0 et 4, on a :  $A(x) = 14x - 2x^2$ .

Exprimons  $A(x)$ .

$AMNP$  est un rectangle donc son aire se calcul en faisant  $PN \times AP$  i.e.

$$\begin{aligned} A(X) &= 2x \times (7 - x) \\ &= 2x \times 7 - 2x \times x \end{aligned}$$

$$A(x) = -2x^2 + 14x.$$

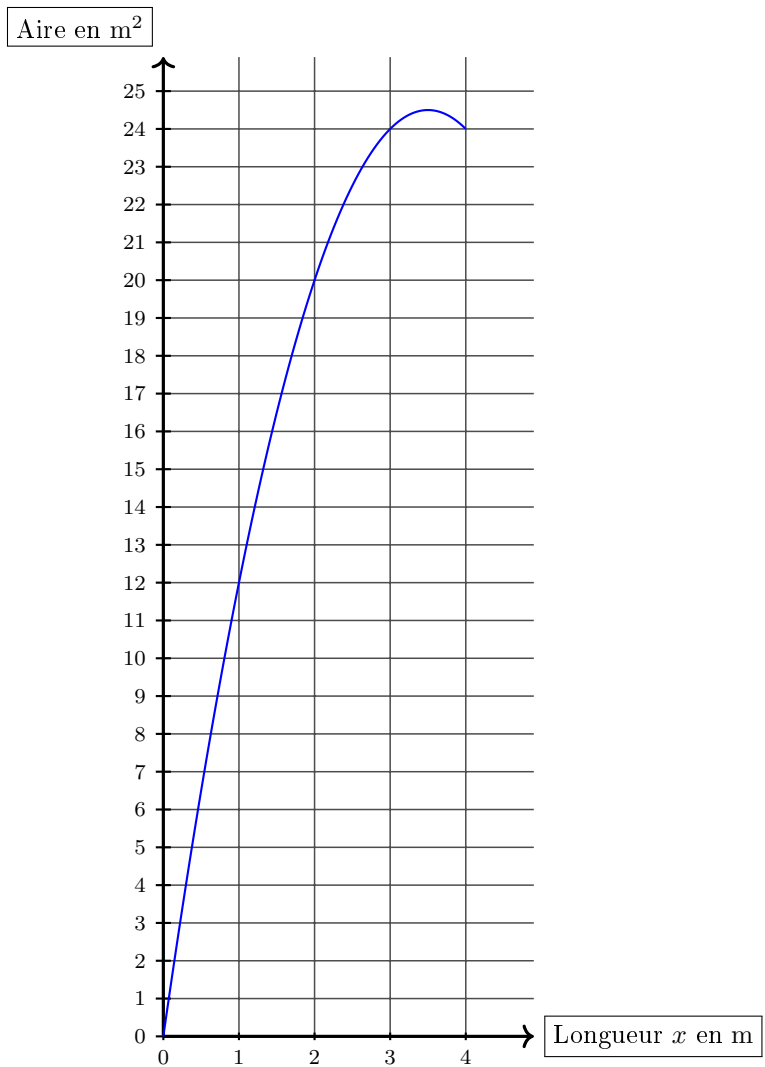
4. Calculer l'aire du support, en mètre carré, si l'on choisit  $x = 2$ .

Calculons  $A(2)$ .

$$\begin{aligned} A(2) &= -2 \times 2^2 + 14 \times 2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

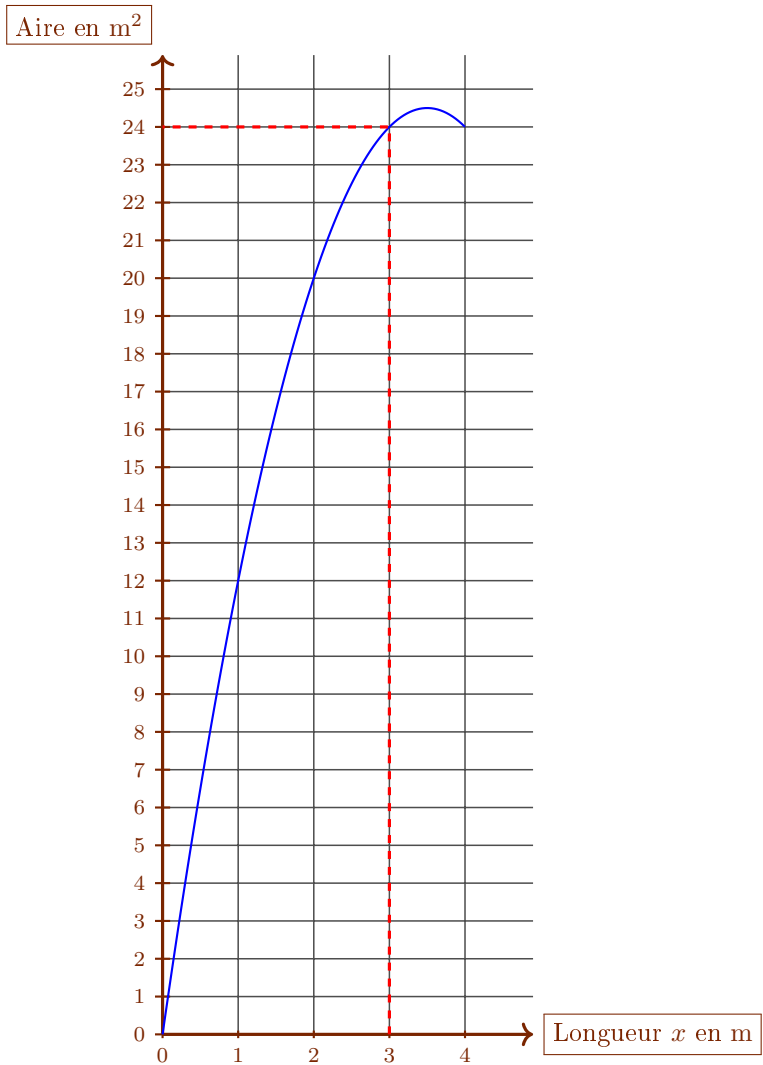
Si  $x = 2$  l'aire du support est de 20 m<sup>2</sup>.

5. Le graphique ci-dessous représente l'aire du support, en mètre carré, en fonction de la longueur  $x$  en mètre.



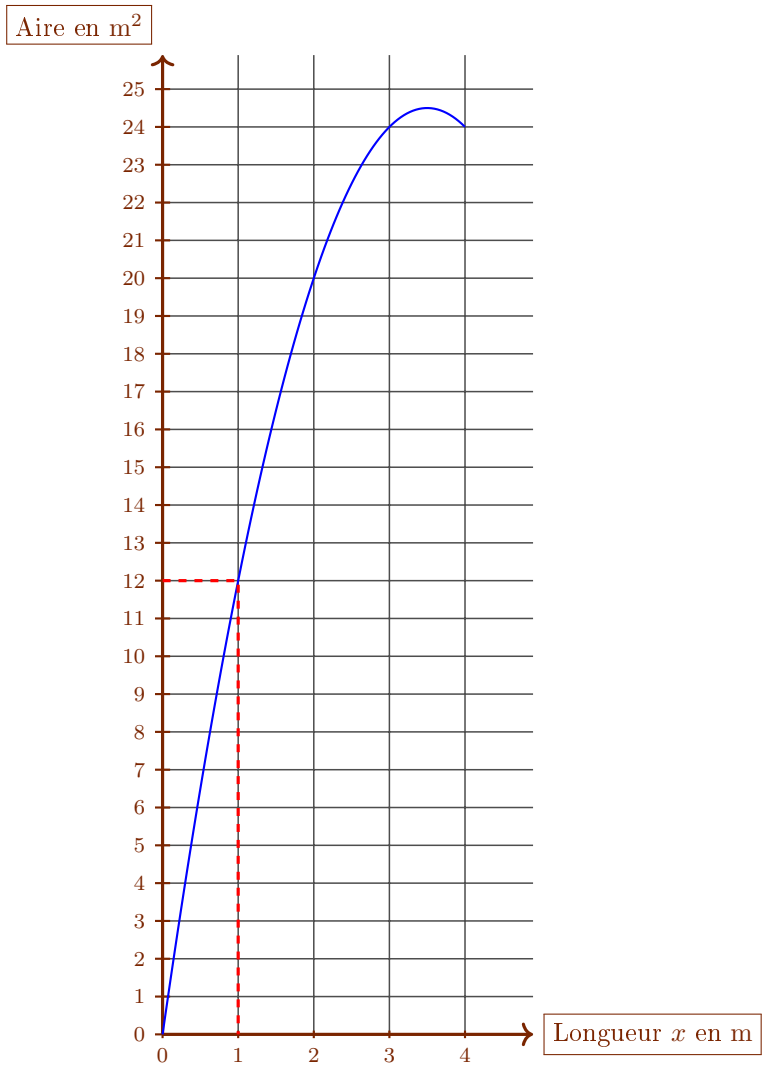
Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :

- (a) Quelle est l'aire, en mètre carré, du support si la longueur  $x$  est égale à 3 m ?



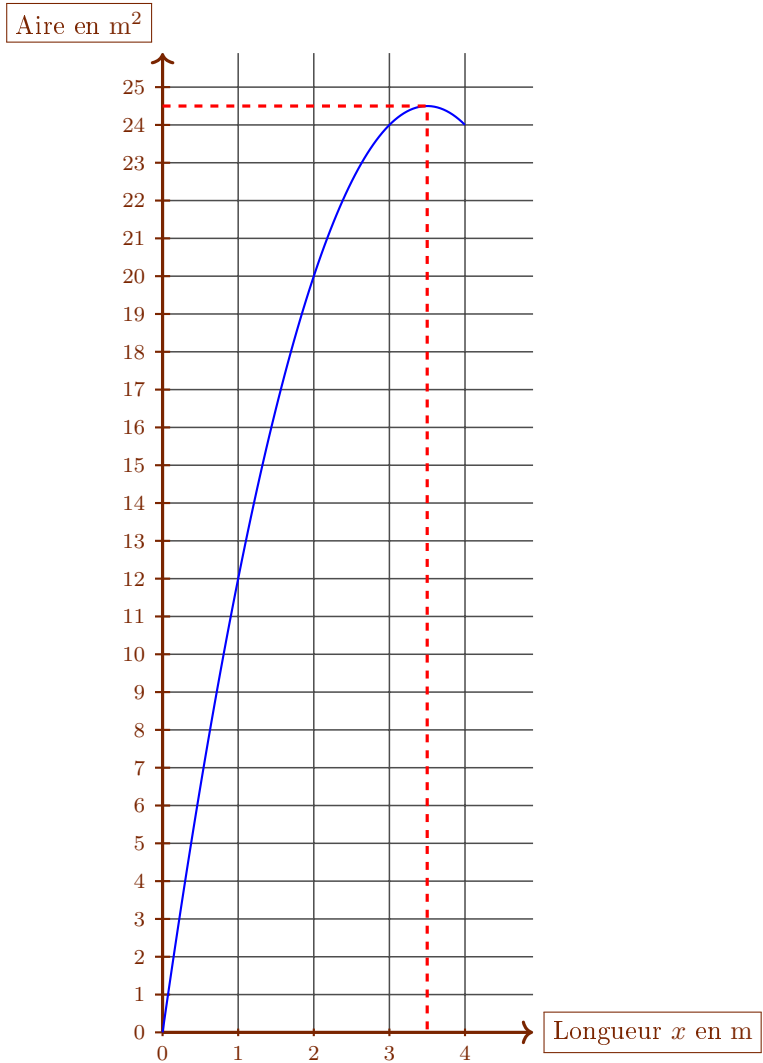
$$A(3) = 24.$$

- (b) Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur  $x$ , l'aire du support est-elle égale à  $12 \text{ m}^2$  ?



L'aire est de  $12 \text{ m}^2$  lorsque  $x = 1 \text{ m}$ .

- (c) Pour quelle valeur de la longueur  $x$ , l'aire du support est-elle maximale ?



L'aire maximale est atteinte pour  $x = 3,5$  m.

### Partie B : les différentes énergies renouvelables.

Les informations présentées dans cette partie sont extraites du site « RTE, Réseau de transport d'électricité ».

Le tableau ci-dessous indique la production française d'énergie électrique renouvelable par filière en 2017, exprimée en térawatt-heure (TWh).

Filière	Production
Filière éolienne	24 TWh
Filière solaire	9,2 TWh
Filière hydraulique	48,6 TWh
Filière des bioénergies	7 TWh

1. Calculer le pourcentage que représente l'énergie électrique produite par la filière solaire par rapport à l'énergie électrique produite par l'ensemble des filières des énergies renouvelables.

Déterminons la proportion,  $p_s$ , de l'électricité solaire par rapport au reste de la production renouvelable.

Toutes les grandeurs étant la même unité :

$$\begin{aligned}
 p_s &= \frac{9,2}{24 + 9,2 + 48,6 + 7} \\
 &= \frac{23}{222} \\
 &\approx 0,103603
 \end{aligned}$$

10,36 % de l'électricité de la filière renouvelable provient du solaire.

2. En 2017, l'électricité renouvelable a couvert 18,4 % de l'électricité consommée en France.

Calculer la quantité totale d'électricité consommée en France en 2017. On donnera l'arrondi au dixième de térawatt-heure.

Déterminons la quantité totale,  $q_t$ , d'électricité consommée en France.

	Électricité renouvelable	Toute forme d'électricité
Quantité (en TWh)	$24 + 9,2 + 48,6 + 7 = 88,8$	$q_t$
Proportion (en %)	18,4	100

Par proportionnalité :



$$q_t = \frac{88,8 \times 100}{18,4}$$

$$\approx 482,6086$$

La quantité totale d'électricité consommée en France en 2017  
était de 482,6 TWh.

### Partie C : coût de l'énergie électrique.

Chaque matin, madame Martin fait bouillir un demi-litre d'eau dans une bouilloire pour préparer son thé.

En utilisant les informations ci-dessous, calculer le prix de l'énergie électrique, toutes taxes comprises, utilisée par madame Martin pour préparer son thé chaque matin durant toute l'année 2018.

*Document 1 : caractéristiques de la bouilloire  
électrique de madame Martin.*

Durée du chauffage pour 0,5 L d'eau : 1 min 26 s.

Puissance : 2200 W.

*Document 2 : énergie électrique.*

$$E = P \times t.$$

$E$  désigne l'énergie en watt-heure (Wh).

$P$  désigne la puissance en watt (W).

$t$  désigne le temps en heure (h).

*Document 3 : prix de l'énergie électrique.*

Prix hors TVA d'un kilowatt-heure (kWh) :  
0,0997 euro.

TVA sur l'énergie électrique : 20 %.

Déterminons la dépense,  $d_a$ , électrique de madame Martin pour son thé pendant une année.

\* Calculons la consommation d'énergie,  $E_b$ , pour chauffer une bouilloire.

$$\begin{aligned}
 E_b &= P \times t \\
 &= (2200 \text{ W}) \times (1 \text{ min} + 26 \text{ s}) \\
 &= (2200 \text{ W}) \times \left( 1 \times \frac{1}{60} \text{ h} + 26 + \frac{1}{3600} \text{ h} \right) \\
 &= 2200 \times \left( \frac{1}{60} + \frac{26}{3600} \right) \text{ W} \cdot \text{h} \\
 &= \frac{473}{9} \text{ Wh}
 \end{aligned}$$

\* Calculons la consommation énergétique,  $E_a$ , pour l'année 2018. 2018 étant une année régulière (non bissextile) :

$$\begin{aligned}
 E_a &= 365 E_b \\
 &= 365 \times \frac{473}{9} \text{ W} \cdot \text{h} \\
 &= \frac{172645}{9} \text{ W} \cdot \text{h} \\
 &= \frac{172645}{9} \times \frac{1}{1000} \text{ kW} \cdot \text{h} \\
 &= \frac{34529}{1800} \text{ kW} \cdot \text{h} \quad (1)
 \end{aligned}$$

\* Calculons le prix,  $p_k$ , d'un kilowatt-heure avec la TVA.

Une TVA de 20 % signifie une augmentation du prix de 20 %. Le coefficient multiplicateur correspondant est :

$$\begin{aligned}
 CM &= 1 + \frac{t}{100} \\
 &= 1 + \frac{20}{100} \\
 &= 1,2
 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned}
 p_k &= 1,2 \times 0,0997 \text{ €/kWh} \\
 &= 0,11964 \text{ €/kWh} \quad (2)
 \end{aligned}$$

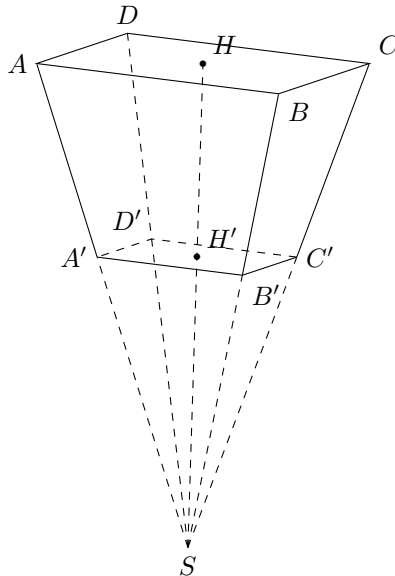
\* De (1) et (2) nous déduisons la somme dépensée annuellement :

$$\begin{aligned}
 d_a &= \left( \frac{34529}{1800} \text{ kWh} \right) \times (0,11964 \text{ €/kWh}) \\
 &= \frac{34529}{1800} \times 0,11964 \text{ kWh} \cdot \text{€/kWh} \\
 &\approx 2,29502
 \end{aligned}$$

Pour chauffer son thé madame Martin a dépensé 2,30 € en 2018.

### Partie D : installation d'un récupérateur d'eau.

Madame Martin choisit d'installer un récupérateur d'eau ayant la forme d'une pyramide à base rectangulaire tronquée, représentée par le solide  $ABCD A' B' C' D'$  sur le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle. Le plan  $(A' B' C')$  est parallèle au plan  $(ABC)$ .



On donne les dimensions suivantes :

$$AB = 1,9 \text{ m} \quad AD = 92 \text{ cm} \quad HH' = 1,84 \text{ m} \quad SH = 4,60 \text{ m}.$$

1. Donnez le volume  $V_1$  de la pyramide  $SABCD$ , en mètre cube, arrondi au litre.

On rappelle la formule du volume d'une pyramide :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

Calculons  $V_1$ .

Puisque la base est le rectangle  $ABCD$  :

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \times (AB \times AD) \times SH \\ &= \frac{1}{3} \times [(1,9 \text{ m}) \times (92 \text{ cm})] \times (4,60 \text{ m}) \\ &= \frac{1}{3} \times (1,9 \text{ m}) \times \left(92 \times \frac{1}{100} \text{ m}\right) \times (4,60 \text{ m}) \\ &= \frac{1}{3} \times 1,9 \times 92 \times \frac{1}{100} \times 4,60 \text{ m} \cdot \text{m} \cdot \text{m} \\ &= \frac{10051}{3750} \text{ m}^3 \\ &\approx 2,68026 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Puisque  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ , il faut que nous arrondissons le résultat au millième de mètre cube :

$$V_1 \approx 2,680 \text{ m}^3.$$

2. (a) Calculer le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide  $SABCD$  à la pyramide  $SA'B'C'D'$ .

Calculons le coefficient  $c_r$  demandé.

$$\begin{aligned}
 c_r &= \frac{SH'}{SH} \\
 &= \frac{SH - HH'}{SH} \\
 &= \frac{(4,60 \text{ m}) - (1,84 \text{ m})}{4,60 \text{ m}} \\
 &= \frac{2,76 \text{ m}}{4,60 \text{ m}} \\
 &= \frac{2,76}{4,60}
 \end{aligned}$$

$$c_r = 0,6.$$

- (b) En déduire le volume  $V_2$  de la pyramide  $SA'B'C'D'$ , en mètre cube, arrondi au litre.

Calculons  $V_2$ .

Puisque le coefficient de réduction appliqué aux longueurs est de 0,6, le coefficient multiplicateur appliqué aux volumes est de  $0,6^3$ . Donc :

$$\begin{aligned}
 V_2 &= 0,6^3 \times V_1 \\
 &\approx 0,6^3 \times 2,680 \text{ m}^3 \\
 &\approx 0,57888 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

$$V_2 \approx 0,579 \text{ m}^3.$$

3. Montrer que le volume  $V$  du récupérateur d'eau est environ égal à  $2,101 \text{ m}^3$ .

Calculons  $V$ .

$$\begin{aligned}
 V &= V_1 - V_2 \\
 &\approx (2,680 \text{ m}^3) - (0,579 \text{ m}^3) \\
 &\approx (2,680 - 0,579) \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

$$V \approx 2,101 \text{ m}^3.$$

4. Madame Martin possède un arrosoir d'une capacité de 12 litres.  
Calculer le nombre d'arrosoirs qu'elle peut remplir complètement avec l'eau contenue dans son récupérateur plein.

Calculons le nombre,  $n$ , d'arrosoirs que madame Martin peut remplir avec une réservoir.

Exprimons  $V$  en litres :

$$\begin{aligned} V &\approx 2,101 \text{ m}^3 \\ &\approx 2,101 \times 1000 \text{ dm}^3 \\ &\approx 2101 \text{ dm}^3 \\ &\approx 2101 \text{ L} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} n &\approx \frac{2101 \text{ L}}{12 \text{ L}} \\ &\approx \frac{2101}{12} \\ &\approx 175,0833 \end{aligned}$$

$$n \approx 175.$$

## II Deuxième partie (13 points).

*Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.*

### Exercice 1.

Pour gérer son parc d'éoliennes, un exploitant procède à des relevés de la vitesse du vent sur l'une d'entre elles. Durant l'année 2019, ces relevés ont été effectués toutes les minutes.

1. Combien de relevés ont été réalisés en 2019 ?

Déterminons le nombre,  $n_r$ , de relevés fabriqués.

2019 étant une année régulière elle comportait 365 jours, chaque journée comporte 24 heures et chaque heure comporte 60 minutes donc :

$$n_r = 365 \times 24 \times 60$$

$$n_r = 525\,600.$$

2. Le tableau suivant donne plusieurs résultats statistiques issus de ces relevés :

étendue	médiane	moyenne	maximum
23 m/s	14,3 m/s	13 m/s	24 m/s

On précise qu'une éolienne de ce parc :

- tourne dès que la vitesse du vent atteint 3 m/s,
- a sa puissance électrique stabilisée dès que la vitesse du vent atteint 13 m/s,
- s'arrête dès que la vitesse du vent est supérieure à 25 m/s.

(a) Le gérant prétend que les éoliennes de son parc n'ont pas fonctionné continuellement durant l'année 2019. A-t-il raison ? Justifier.

Déterminons le minimum de cette série.

L'étendue est donnée par :

$$e = \max - \min$$

donc :

$$\begin{aligned} \min &= \max - e \\ &= (24 \text{ m/s}) - (23 \text{ m/s}) \\ &= 1 \text{ m/s} \end{aligned}$$

La vitesse minimum fut de 1 m/s, qui est inférieure strictement à 3 m/s, il y a au moins eu un jour dans l'année pendant lequel l'éolienne n'a pas fonctionné.

Le gérant a raison.

- (b) Peut-il affirmer que les éoliennes ont délivré une puissance électrique stabilisée pendant au moins la moitié du temps ? Justifier.

La médiane est de 14,3 m/s et le maximum est de 24 m/s donc la moitié du temps la vitesse du vent était dans des conditions de puissance stabilisée (*i.e.* entre 13 m/s et 24 m/s).

Les éoliennes ont délivré une puissance stabilisée pendant au moins la moitié de temps.

## Exercice 2.

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses *en justifiant la réponse*.

*Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point. Une réponse fausse, incorrecte ou une absence de réponse n'enlève pas de point.*

1. *Affirmation 1* : « le nombre 4 700 001 est un nombre premier. »

Évaluer la primalité d'un grand nombre est extrêmement fastidieux : il faut testé s'il est divisible par les nombres premiers inférieurs ou égaux à sa racine carrée.

C'est tellement pénible qu'il est peu vraisemblable que ce soit ici le cas.

Démontrons que 4 700 001 n'est pas premier.

Il suffit de tester les différents critères de divisibilité connus.

$4+7+0+0+0+0+1 = 12$  et 12 est divisible par 3 don 4 700 001 est divisible par 3.

L'affirmation 1 est fausse.

2. *Affirmation 2* : « les nombres  $32^{12}$  et  $16^{15} + 3$  sont égaux. »

Les calculs à la calculatrice semblent impossibles. Nous ne pouvons espérer, avec le peu de temps dont on dispose en examen, faire ces calculs manuellement. Il faut donc essayer autrement de comparer ces nombres.

Comparons  $32^{12}$  et  $16^{15} + 3$ .

Une façon comparer deux nombres consiste à étudier le signe de leur différence.



Nous avons les décompositions en facteurs premiers :  $32 = 2^5$  et  $16 = 2^4$ .  
Par conséquent :

$$\begin{aligned} 16^{15} + 3 - 32^{12} &= (2^4)^{15} + 3 - (2^5)^{12} \\ &= 2^{4 \times 15} + 3 - 2^{5 \times 12} \\ &= 2^{60} + 3 - 2^{60} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Clairement :

$$16^{15} + 3 - 32^{12} > 0$$

Autrement dit :

$$16^{15} + 3 > 32^{12}$$

L'affirmation 2 est fausse.

3. *Affirmation 3* : « La somme des carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs est toujours un nombre impair. »

Nous allons démontrer le résultat en utilisant la caractérisation suivante : un entier est impair si et seulement si il peut s'écrire sous la forme  $2k + 1$  avec  $k$  un entier naturel.

Démontrons que la somme des carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs est toujours un nombre impair.

Soit  $n$  un entier naturel.

$n + 1$  est donc l'entier consécutif.

Nous avons :

$$\begin{aligned} n^2 + (n + 1)^2 &= n^2 + n^2 + 2 \times n \times 1 + 1^2 \\ &= n^2 + n^2 + 2n + 1 \\ &= 2n^2 + 2n + 1 \\ &= 2(n^2 + n) + 1 \\ &= 2k + 1 \quad \text{avec } k = n^2 + n \text{ un entier naturel} \end{aligned}$$

Autrement dit  $n^2 + (n + 1)^2$  est un nombre impair.

Nous avons démontré que la somme des carrés de tous les entiers consécutifs est un nombre impair.

L'affirmation 3 est vraie.

4. *Affirmation 4* : « Le triangle  $ABC$  avec  $AB = 6,4$  m,  $BC = 4,8$  m et  $AC = 8$  m est rectangle en  $B$ . »

Un rapide calcul à la calculatrice donne :  $6,4^2 + 4,8^2 = 64$  et  $8^2 = 64$ . Nous savons donc ce que nous devons établir.

Démontrons que  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

D'une part :

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= 6,4^2 + 4,8^2 \\ &= 64 \end{aligned}$$

d'autre part

$$\begin{aligned} AC^2 &= 8^2 \\ &= 64 \end{aligned}$$

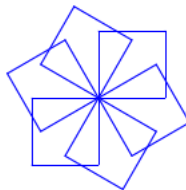
d'où  $AB^2 + BC^2 = AC^2$ .

Nous en déduisons, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

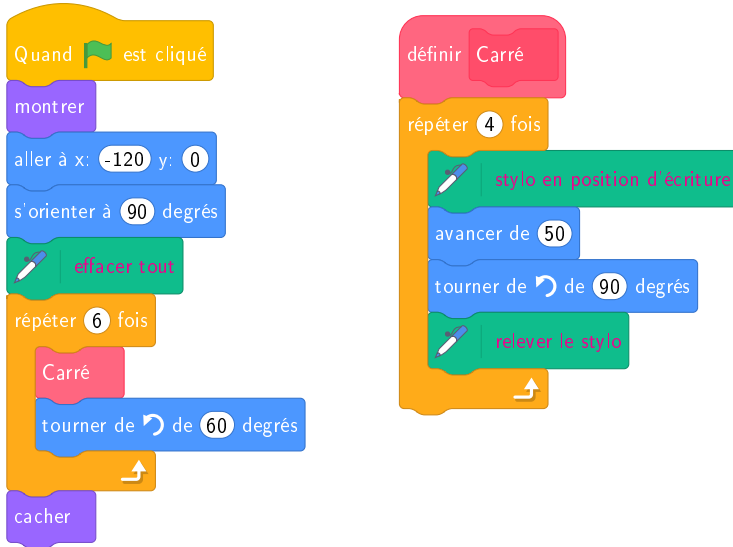
L'affirmation 4 est vraie.

### Exercice 3.

Pour réaliser la rosace ci-dessous,



on a défini un motif « Carré » et on a utilisé le programme ci-dessous.



Cliquez sur le programme ci-dessus pour le télécharger.

1. Combien de motifs « Carré » composent la rosace ?

Le programme contient l'indication explicite « répéter 6 fois ».

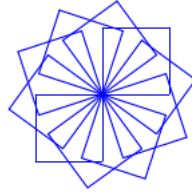
6 motifs « Carré » composent la rosace.

2. Quelle transformation géométrique permet de passer d'un motif « Carré » au motif « Carré » suivant ?

Le programme contient l'indication explicite « tourner de 60 degré » dans le sens direct comme l'indique la flèche.

On passe d'un motif « Carré » au suivant par une rotation dont le centre est le centre de symétrie de la rosace et d'angle  $60^\circ$ .

3. Clément souhaite modifier le programme pour que la rosace soit composée de 10 motifs comme ci-dessous.



Quelles modifications doit-il apporter au programme ?

Il faut modifier le nombre de répétition et l'angle de la rotation comme suit :

```

    Quand [drapeau] est cliqué
    montrer
    aller à x: -120 y: 0
    s'orienter à 90 degrés
    effacer tout
    répéter 10 fois
    Carré
    tourner de 36 degrés
    cacher

    définir Carré
    répéter 4 fois
    stylo en position d'écriture
    avancer de 50
    tourner de 90 degrés
    relever le stylo
    
```

4. Iness souhaite obtenir la figure ci-dessous où chaque motif est espacé de 10 pixels.



Par quelle instruction doit-elle remplacer l'instruction `tourner de 60 degrés` pour obtenir cette nouvelle figure ?

Il suffit de remplacer `tourner de 60 degrés` par `avancer de 60`.

**Exercice 4.**

Kelly et Mourad ont chacun un dé cubique équilibré. Les faces de leurs dés sont soit rouges, soit bleues. Le dé de Mourad a 5 faces rouges et 1 face bleue.

Chacun lance son dé.

- Si les deux faces supérieures sont de la même couleur, alors c'est Mourad qui gagne.
- Si les deux faces supérieures sont de couleurs différentes, alors c'est Kelly qui gagne.

Kelly et Mourad se posent la question suivante : *est-il possible de colorier les faces du dé de Kelly de sorte que les deux joueurs aient a même probabilité de gagner ?*

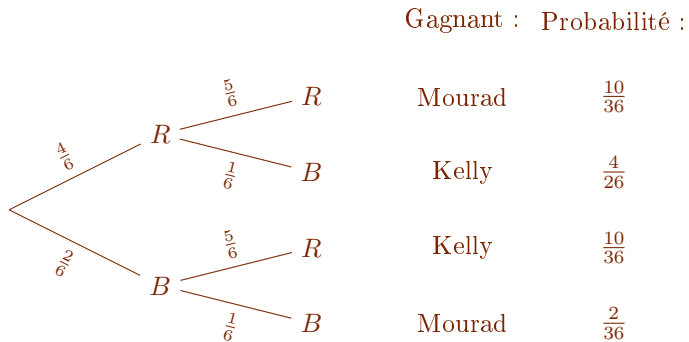
1. Kelly propose de colorier 4 faces de son dé en rouge et 2 en bleu.

(a) Démontrer que la probabilité que Mourad gagne est égale à  $\frac{11}{18}$ .

Notons  $A$  l'événement « Mourad gagne ».

Calculons  $\mathbb{P}(A)$ .

Schématisons l'expérience par un arbre probabiliste pondéré dans lequel le premier niveau correspond au dé de Kelly et le second celui de Mourad.



Nous modélisons l'expérience en choisissant  $\Omega = \{RR, RB, BR, BB\}$  et la loi de probabilité est celle indiquée sur le schéma et qui est obtenue en utilisant le principe multiplicatif.

$A = \{RR, BB\}$  donc :

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(RR) + \mathbb{P}(BB)$$

D'après le principe multiplicatif :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(A) &= \frac{4}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{20}{36} + \frac{2}{36} \\ &= \frac{22}{36}\end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{11}{18}.$$

- (b) Le coloriage proposé permet-il de répondre affirmativement à la question que Kelly et Mourad se posent ? Justifier.

Notons  $B$  l'événement « Kelly gagne ».

Calculons  $\mathbb{P}(B)$ .

Clairement  $A$  et  $B$  sont des événements contraires donc :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(B) &= 1 - \mathbb{P}(A) \\ &= 1 - \frac{11}{18} \\ &= \frac{7}{18}\end{aligned}$$

Donc  $\mathbb{P}(B) \neq \mathbb{P}(A)$ .

Le coloriage proposé n'est pas une solution du problème.

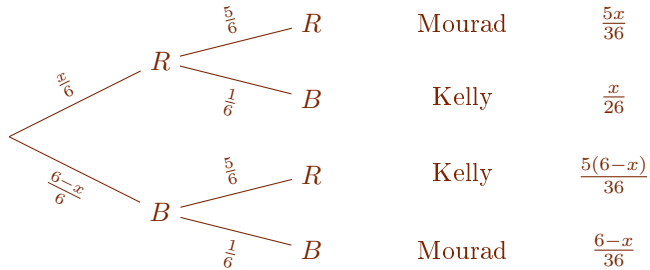
2. On appelle  $x$  le nombre de faces coloriées en rouge sur le dé de Kelly.

- (a) Montrer que la probabilité que Mourad gagne est égale à  $\frac{2x+3}{18}$ .

Notons  $C_x$  l'événement « Mourad gagne ».

Calculons  $\mathbb{P}(C_x)$ .

Gagnant : Probabilité :



$C_x = \{RR, BB\}$  donc :

$$\mathbb{P}(C_x) = \mathbb{P}(RR) + \mathbb{P}(BB)$$

D'après le principe multiplicatif :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(C_x) &= \frac{x}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{6-x}{6} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{5x}{36} + \frac{6-x}{36} \\ &= \frac{5x + 6 - x}{36} \\ &= \frac{4x + 6}{36} \\ &= \frac{2 \times 2x + 2 \times 3}{36} \\ &= \frac{2 \times (2x + 3)}{2 \times 18} \end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(C_x) = \frac{2x+3}{18}.$$

- (b) Déterminer la valeur de  $x$  pour répondre à la question que Kelly et Mourad se posent.

Réolvons l'équation  $\frac{2x+3}{18} = \frac{1}{2}$ .

Nous reconnaissons une équation linéaire du premier degré, la résolution algébrique consiste à isoler l'inconnue.

$$\frac{2x + 3}{18} = \frac{1}{2}$$

équivalent successivement à :

$$18 \times \frac{2x + 3}{18} = 18 \times \frac{1}{2}$$

$$2x + 3 = 9$$

$$2x + 3 - 3 = 9 - 3$$

$$2x = 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

La solution trouvée est bien un entier entre 1 et 6 nous pouvons donc conclure.

La seule valeur possible pour laquelle les deux joueurs ont la même chance de gagner est  $x = 3$ .

### III Troisième partie (14 points).

*Cette partie est composée de trois situations indépendantes.*

#### Situation 1.

Voici un extrait de la note de service n°2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».



« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :

- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;
- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.

Un enseignant propose à ses élèves de CE1 le problème suivant issu d'une évaluation nationale de 2012 (DEPP) : « *L'album de Rémi et Chloé peut contenir 100 photos. Rémi veut ranger 24 photos et Chloé 16. Combien de places restera-t-il pour de nouvelles photos ?* ».

Voici les réponses proposées par 5 élèves :

Élève A.  $\begin{array}{r} 100 \\ + 24 \\ + 16 \\ \hline 140 \end{array}$ C'est 140.	Élève B.  $\begin{array}{r} 100 \\ - 24 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{r} 84 \\ - 16 \\ \hline 72 \end{array}$ Il reste 72 places.
Élève C.  $24 + 16 = 40$ $100 - 40 = 60$ 60 places.	Élève D  $100 - 24 = 76 - 16 = 60$ Il y a encore 60 places.
	Élève E. $24 - 16 = 8$ Réponse = 8.

1. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessus, analyser les cinq propositions d'élèves en termes de réussites et d'échecs pour chacune des compétences « modéliser » et « calculer ».
2. Proposer deux activités de remédiation que l'on pourrait envisager pour aider l'élève A à réussir ce type de problème, une avec matériel et une sans matériel.
3. Proposer une activité de remédiation que l'on pourrait envisager pour aider l'élève B à comprendre son erreur.
4. On considère maintenant le problème suivant : « *L'album de Rémi peut contenir 100 photos. Rémi veut ranger 24 photos. Combien de places restera-t-il pour de nouvelles photos ?* ». En proposant ce second problème à la place du problème initial quelles erreurs risqueraient de ne pas être détectées ? En citer deux.

### Situation 2.

Un enseignant d'une classe de CM2 propose l'exercice suivant à ses élèves :

L'aire d'un rectangle est de  $16 \text{ cm}^2$ .  
 Trouve une longueur et une largeur possibles pour ce rectangle.  
 Quel est alors son périmètre ?  
 Cherche le plus de solutions possibles.

1. Citer au moins deux notions qu'un élève doit avoir travaillées pour pouvoir résoudre le problème ci-dessus.
2. Proposer quatre couples de réponses (longueur et largeur du rectangle, avec une longueur supérieure ou égale à la largeur) attendus d'un élève de CM2 aux deux premières questions.
3. Citer au moins deux difficultés qu'un élève peut rencontrer pour déterminer des couples de solutions.
4. Un élève propose comme couple de solutions les longueurs 4 cm et 4 cm. Un de ses camarades lui dit « Ta solution est fautive, car la figure est un carré. » Proposer des éléments que l'enseignant peut apporter à ces deux élèves pour les aider à trancher.
5. Un autre élève, qui a effectué la division ci-dessous, propose comme couple de solutions les longueurs 5,33 cm et 3 cm.

16	3
10	5,33
10	
1	

- (a) Faire une hypothèse sur le raisonnement que l'élève a conduit pour proposer ce résultat.
- (b) Que révèle cette procédure sur les acquis de l'élève?
- (c) Comment montrer à cet élève que cette réponse ne convient pas?
- (d) Quelle exploitation l'enseignant pourrait-il faire en classe de cette proposition?

### Situation 3.

Un enseignant propose à ses élèves de CM2 l'exercice suivant.

Dans le livre de recettes de cuisine de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

**Pour 15 crêpes.**

300 g de farine  
 3 œufs  
 75 cL de lait  
 3 cuillères à soupes d'huile

**Pour 25 crêpes.**

500 g de farine  
 5 œufs  
 125 cL de lait  
 5 cuillères à soupes d'huile

Mais Corentin veut faire 10 crêpes seulement.

**Donne la quantité d'ingrédients nécessaires pour faire 10 crêpes.**

Madame Lucas veut préparer 60 crêpes pour la fête d'anniversaire de sa fille. Elle a emprunté le livre de recettes de Corentin.

**Quels sont les quantités d'ingrédients nécessaires pour faire 60 crêpes ?**

1. Quelle est la principale notion du programme travaillée dans cet exercice?
2. Analyser le choix des nombres de crêpes dans cet exercice.
3. Expliciter trois procédures correctes attendues des élèves pour calculer la masse de farine pour 10 crêpes.

4. Pour cette question, la production d'un élève est proposée ci-dessous :

10 crêpes :  $25 - 15 = 10$   
 $500 - 300 = 200$  g de farine  
 $5 - 3 = 2$  œufs  
 $125 - 75 = 50$  cl de lait  
 $5 - 3 = 2$  cuillères à soupe d'huile

Pour 10 crêpes  
 200g de farine  
 2 œufs  
 50 cl de lait  
 2 cuillères à soupe  
 d'huile

60 crêpes :  $15 + 25 + 20$   
 $10 \times 2 = 20$   
 $500 + 300 + 400 = 1200 = 1$  k 200 de farine  
(200x2)  
 $3 + 5 + 4 = 12$  œufs  
(2x2)  
 $125 + 75 + 300 = 500$  cl de lait  
(150x2)  
 $3 + 5 + 4 = 12$  cuillères d'huile  
(2x2)

Pour 60 crêpes  
 1 k 200 de farine  
 12 œufs  
 500 cl de lait  
 12 cuillères d'huile

$$\begin{array}{r} 100 \\ 300 \\ +125 \\ +75 \\ \hline 500 \end{array}$$

Relever la ou les erreurs rencontrées et proposer une aide possible pour chacune d'entre elles.