

Session 2020

PE2-20-PG3

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES .

Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

**Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 10 pages, numérotées de 1 à 10. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

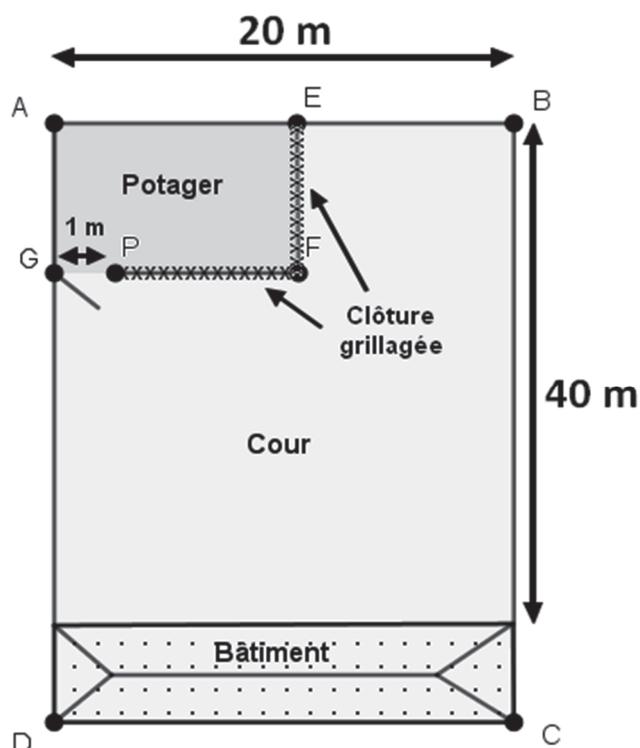
Des enseignants souhaitent créer un potager pédagogique dans la cour de leur école, en voici un plan ci-après (qui n'est pas à l'échelle).

Le potager AEFG doit respecter les contraintes suivantes :

- être de forme rectangulaire,
- avoir une aire de 90 m^2 ,
- être le long des murs d'enceinte [DA] et [AB],
- être bordé par un grillage le long des deux autres côtés,
- disposer d'une porte de 1 m de large.

On souhaite de plus que le côté [AG] mesure entre 5 m et 20 m.

L'ouverture pour la porte correspond au segment [GP].



Le potager est donc le rectangle AEFG où E est un point du segment [AB] et G est un point du segment [AD] avec $5 \text{ m} \leq AG \leq 20 \text{ m}$.

Pour des raisons de coût, les enseignants cherchent à déterminer les dimensions du potager afin que la longueur totale du grillage soit la plus petite possible.

Partie A : le grillage et le potager

1.
 - a. Vérifier que si AG est égale à 5 m, alors la longueur de grillage est de 22 m.
 - b. On suppose maintenant que AG est égale à 7,5 m. Calculer la longueur du grillage nécessaire.

2. Dans la suite, on note x la longueur de [AG], exprimée en mètre, et on appelle L la fonction qui à tout nombre positif x compris entre 5 et 20, associe $L(x)$ la longueur du grillage, exprimée en mètre, nécessaire pour clôturer le potager.
 - a. Prouver que $L(x) = x + \frac{90}{x} - 1$.
 - b. Pour chacune des expressions suivantes indiquer si elle est une autre expression de $L(x)$. Justifier vos réponses.

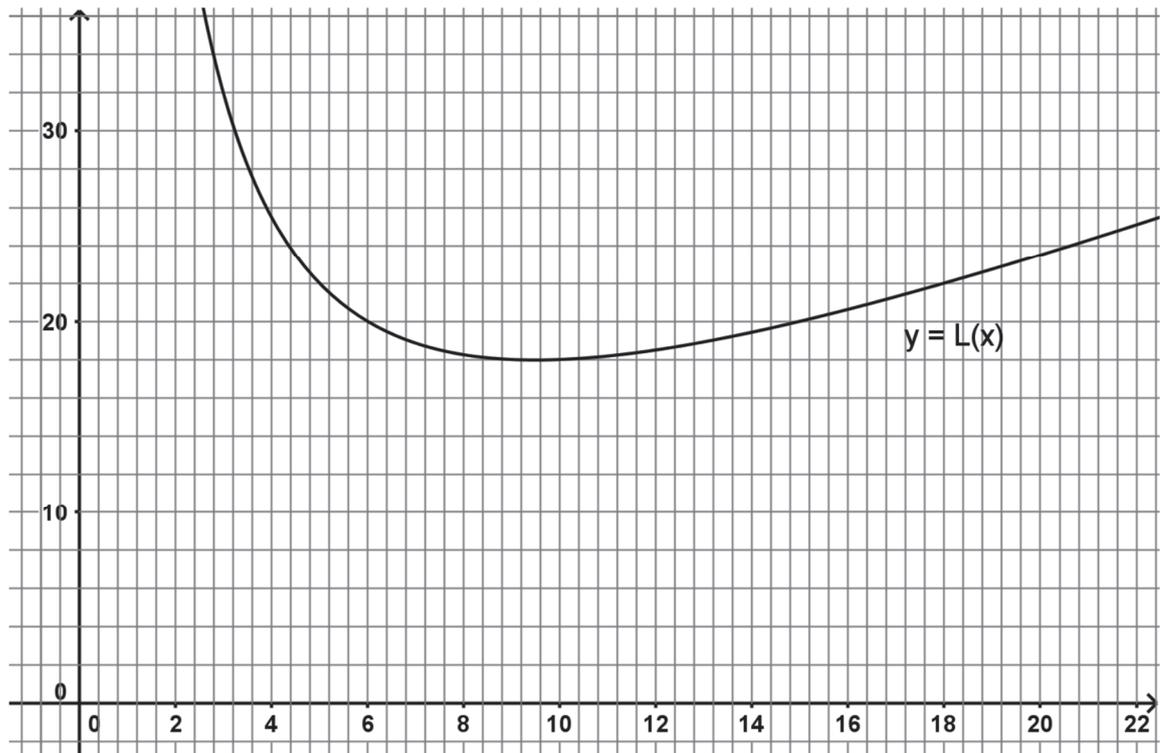
i) $x + \frac{89}{x}$

ii) $x + \frac{90-x}{x}$

iii) $\frac{x^2-x+90}{x}$

iv) $\frac{x^2+89}{x}$

3. On donne ci-dessous une représentation graphique de la fonction L dans un repère orthogonal.



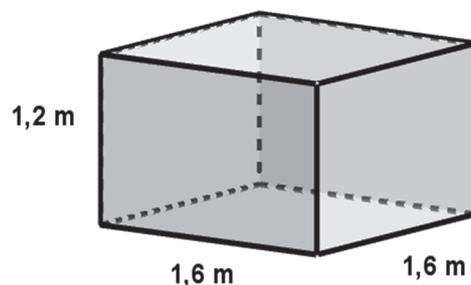
Déterminer graphiquement :

- la longueur de grillage lorsque $AG = 18$ m ;
- les valeurs possibles de AG lorsque la longueur de grillage est de 20 m ;
- la valeur de AG pour que la longueur de grillage soit minimale.

Partie B : le compost et le potager

Le projet prévoit par ailleurs la fabrication et l'utilisation de compost pour entretenir le potager. Le bac à compost sera posé à l'extérieur du potager.

Ce bac est assimilé à un parallélépipède rectangle à base carrée de 1,6 m de côté et hauteur 1,2 m.



- Quel est le volume du bac exprimé en m^3 ?
- Le compost se transforme naturellement et son volume diminue de 20% par mois.
 - En remplissant le bac en totalité, quel sera le volume de compost au bout d'un mois ?

Les enseignants ont calculé l'évolution du volume de compost disponible à la fin de chaque mois d'un bac rempli. Voici ce qui a été trouvé :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de mois	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Volume de compost en m ³	3,072	2,4576	1,9661	1,5729	1,2583	1,0066	0,8053	0,6442	0,5154	0,4123	0,3299

- b. Quelle formule faut-il saisir dans la cellule C2 pour remplir ensuite l'ensemble de la ligne 2 en étirant la cellule C2 jusqu'à la cellule L2 ?
- c. Plus longtemps dure la maturation du compost, meilleure sera sa qualité.
Au bout de 5 mois la classe décide d'utiliser le compost pour les 40 m² de plants de salades du jardin. Y a-t-il suffisamment de compost pour en épandre sur une épaisseur de 3 cm ?

Partie C : achat des graines à planter

En période 4, les élèves décident de planter des pieds de salade. Dans le commerce, plusieurs tarifs sont proposés :

Tarif A :	prix d'une barquette de 5 plants : 1,20 €
Tarif B :	prix d'un plant : 0,25 €, et à partir de 50 plants une réduction de 5 % est faite sur l'ensemble de la commande
Tarif C :	achat de carte de fidélité : 3 €, puis 0,20 € le plant

1. Quel tarif va être le plus avantageux pour l'achat de 40 plants ?
2. L'école dispose d'un budget de 30 €. Quel tarif permet d'acheter le plus de pieds de salade ?
3. A partir de l'achat de combien de plants le tarif C devient-il plus intéressant que le tarif B ?

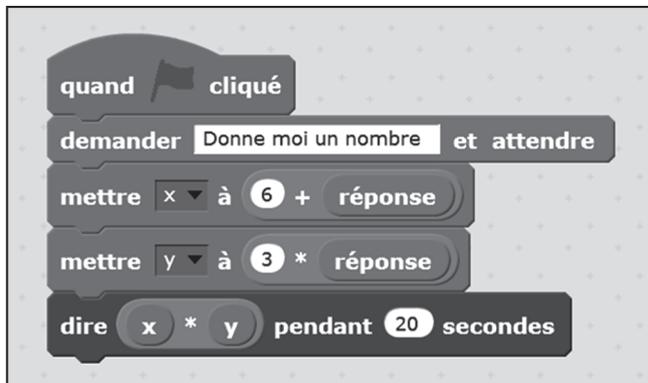
DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1 :

Le programme ci-dessous a été écrit avec le logiciel Scratch.

1. Montrer que si l'utilisateur rentre le nombre 5 alors le lutin va dire 165 pendant 20 secondes.
2. Que va dire le lutin pendant 20 secondes si l'utilisateur rentre le nombre $2 + \frac{7}{10}$?
3. Quels nombres ont pu être rentrés dans « réponse » si le lutin dit : « 0 » pendant 20 secondes ?

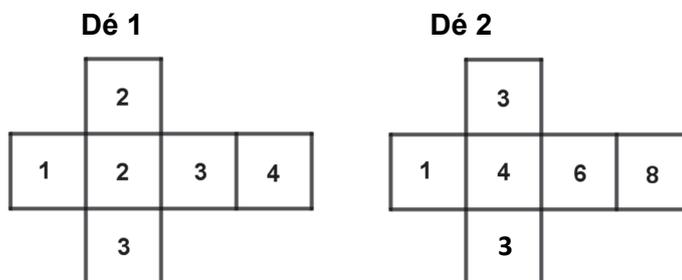


EXERCICE 2 :

Dans cet exercice, tous les dés sont équilibrés.

Arthur possède deux dés classiques (les faces sont numérotées de 1 à 6).

Juliette possède deux dés très particuliers : un patron de chacun de ces deux dés est donné ci-dessous :



Arthur et Juliette définissent une règle du jeu : chacun d'eux lance ses deux dés puis additionne les deux nombres qu'il a obtenus.

1. Lors de leur premier lancer, Juliette et Arthur ont tous deux obtenu une somme égale à 5. Qui, de Juliette ou d'Arthur, avait le plus de chances d'obtenir 5 ?
2. Arthur prétend que, s'il lance ses dés classiques, la somme ayant la plus grande probabilité d'être obtenue est 7. Est-ce exact ? Justifier la réponse.

3. Juliette dispose d'un tableau de synthèse résultant d'une simulation de 1000 lancers de ses deux dés.

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	32	51	122	174	151	151	79	81	89	48	22

- a. En observant ce tableau, elle affirme que lorsqu'elle lance ses dés, la probabilité d'obtenir 6 est égale à celle d'obtenir un 7. Le tableau permet-il effectivement de l'affirmer ?
- b. Calculer la probabilité d'obtenir un 6 et celle d'obtenir un 7 avec les dés de Juliette.

EXERCICE 3 :

Sarah choisit un nombre entier. À la somme des carrés des deux entiers qui lui succèdent, elle retranche la somme des carrés des deux entiers qui le précèdent.

- Montrer qu'en appliquant ce calcul à 7, on trouve 84.
- Calculer le résultat obtenu si l'on choisit le nombre 5.
- On reporte dans un tableau les résultats obtenus pour plusieurs calculs :

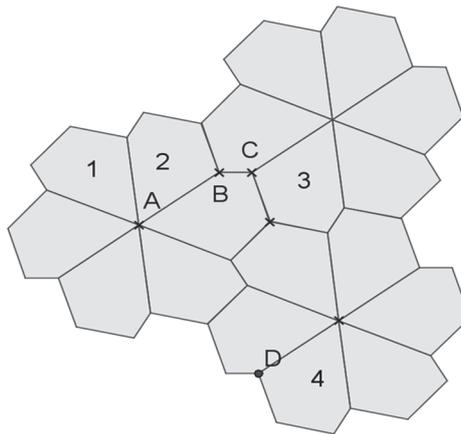
Nombre choisi	- 37	0	2	7	10	30
Résultat obtenu	- 444	0	24	84	120	360

Conjecturer une méthode permettant de retrouver le nombre choisi connaissant le résultat.

- Démontrer la conjecture.

EXERCICE 4 :

Ce pavage est composé de 18 pentagones tous superposables. Quatre d'entre eux ont été numérotés.



Indiquer quelle transformation (translation, rotation, symétrie) permet de passer :

- du pentagone 1 au pentagone 2 ;
- du pentagone 2 au pentagone 3 ;
- du pentagone 3 au pentagone 4.

Préciser dans chaque cas les éléments qui définissent la transformation choisie. Aucune justification n'est attendue.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1

Une enseignante veut faire renforcer la capacité « utiliser le nombre pour repérer une position » chez ses élèves de grande section. Elle leur propose l'activité ci-dessous.

Un train modèle de 31 wagons est décoré avec des images toutes différentes et facilement reconnaissables.

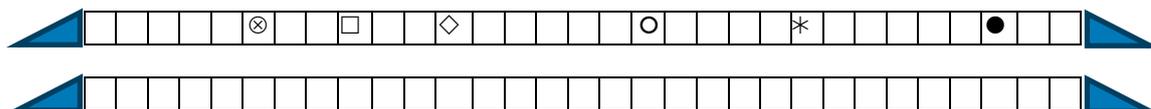
L'élève dispose :

- d'un train personnel de même longueur, non décoré ;
- d'images identiques à celles du train modèle.

L'élève doit décorer son train de la même façon que le train modèle.

Phase 1 :

L'enseignant propose de faire l'activité en positionnant le train personnel juste en-dessous du train modèle. Quand l'élève a reproduit le train modèle, la correspondance terme à terme est introduite par le maître comme procédure de vérification.



Phase 2 :

La consigne est identique mais le train modèle est placé à distance de l'élève, hors de son champ visuel. L'élève n'a pas le droit de déplacer son train pour le décorer. Cependant, l'élève pourra se déplacer autant de fois que nécessaire pour reproduire le modèle.

1. Quelles vérifications permettent la phase 1 avant de proposer la phase 2 aux élèves ?
Formuler deux attendus pour la première phase.

Pour la phase 2, l'enseignant a imaginé les deux situations suivantes :

▪ Train modèle 1



▪ Train modèle 2 :



2. Les deux trains ci-dessus permettent-ils de mobiliser de la même manière la capacité visée ?
3. Citer les étapes que doit réaliser un élève pour réussir la tâche demandée dans la phase 2.
4. a. Sacha sait compter jusqu'à 8. Décrire comment Sacha peut procéder pour placer avec succès chacune des trois images du train modèle 2.
b. Comment Sacha peut-il savoir s'il a réussi ?

SITUATION 2

Le problème suivant a été proposé en fin d'année à des élèves d'une classe de CE1 :

18 enfants sont réunis pour goûter. Chaque enfant reçoit 1 gâteau et 4 bonbons.

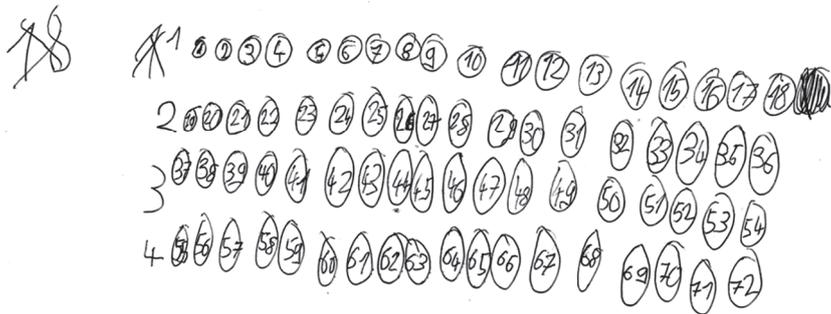
- Combien de gâteaux a-t-on donnés ?
- Combien de bonbons a-t-on donnés ?

1. Analyse des productions :

a. Quels points communs et quelles différences peut-on mettre en évidence dans les procédures de Maëlys et de Malyan ?

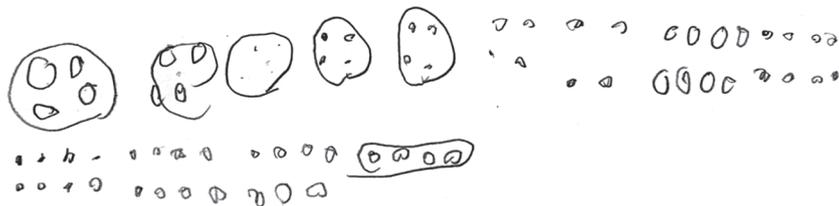
Maëlys

$$\cancel{18 + 18} = \cancel{26 + 26} = 52$$



~~52~~ 78 gâteaux
72 bonbons

Malyan



~~18~~ 18 gâteaux
~~71~~ 71 bonbons

- b. Quels points communs et quelles différences peut-on mettre en évidence dans les procédures de Bérénice et de Mila ?

Bérénice

$18 \times 1 = 18$

4×18 c'est $18 + 18 + 18 + 18$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ 18 \\ 18 \\ \hline 72 \end{array}$$

Il en donne 18 gâteaux. Il en donne 72 bonbons.

Mila

$10 \times 4 = 40$

$8 \times 4 = 32$

$40 + 32 = 72$

18 gâteaux

72 bonbons

2. L'encadré ci-dessous donne la réponse de Martin au problème posé. L'enseignant propose alors à Martin un nouveau problème où le nombre d'enfants passe de 18 à 32. En quoi cette modification peut-elle influencer la production de Martin ?

Martin

$\begin{array}{c} 8 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 16 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 24 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 32 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 40 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 48 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 56 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} + \begin{array}{c} 64 \\ 4+4 \\ 4+4 \end{array} +$

$= 72$

18 gâteaux

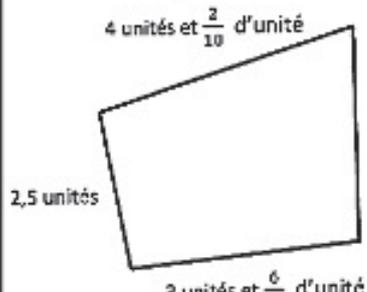
72 bonbons

3. En quoi la représentation de Maëlys peut-elle être une illustration des calculs effectués par Martin et Bérénice ? Quelle propriété de la multiplication cette comparaison induit-elle ?

SITUATION 3

1. Voici deux réponses d'élèves à la question « Dans un nombre, à quoi sert la virgule ? » posée par un enseignant dans une classe de CM1 :
 - **Élève A** : « La virgule sert à montrer que c'est un nombre décimal. »
 - **Élève B** : « La virgule sert à séparer le nombre entier et la partie décimale. »
 - a. Pour chacune des réponses proposées, expliquer pourquoi elle ne peut pas être retenue par l'enseignant pour la trace écrite à noter dans les cahiers d'élèves.
 - b. Quelle réponse à la question posée, l'enseignant peut-il proposer à la classe ?
2. Voici une production d'élève :

Calcule le périmètre de cette figure



$4 + 2 + 3 = 9$ unités

$$\frac{2}{10} + \frac{6}{10} + \frac{34}{10} + \frac{5}{10} = \frac{49}{10}$$

9,42

- a. Analyser la production de l'élève en relevant ses réussites et ses erreurs.
- b. Que peut-on proposer à l'élève pour l'aider à corriger ses éventuelles erreurs ?