

Session 2018

PE2-18-PG1

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mardi 10 avril 2018
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 11 pages, numérotées de 1 à 11. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

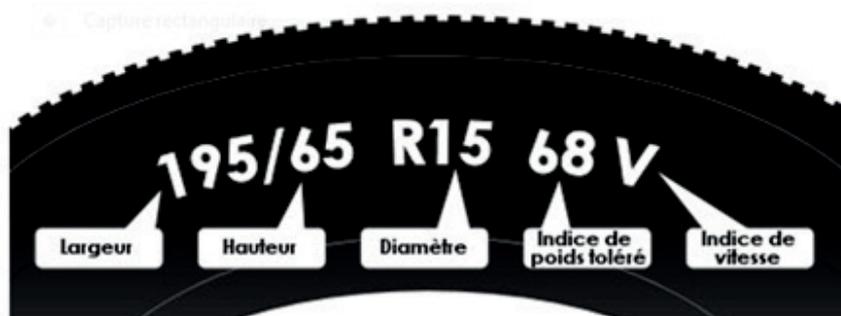
L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Comment lire les informations inscrites sur un pneumatique ?



Indice de poids toléré	Poids en kg
55	218
58	236
59	243
60	250
61	257
62	265
63	272
64	280
65	290
66	300
67	307
68	315
69	325
70	335
71	345
72	355
73	365
74	375
75	387
76	400
77	412
78	425

La largeur	La largeur est exprimée en millimètre.
La hauteur	Ce nombre ne donne pas directement la mesure de la hauteur : il indique à quel pourcentage de la largeur correspond la hauteur (ici, la hauteur vaut 65% de la largeur).
Le diamètre	Le diamètre est exprimé en pouce. Il correspond au diamètre de la jante (le R signifie Radial).
L'indice de poids toléré (tableau 1)	L'indice de poids toléré est un code numérique qui correspond à la charge maximale qu'un pneu peut supporter.
L'indice de vitesse (tableau 2)	L'indice de vitesse est un code alphabétique qui correspond à la vitesse maximale à laquelle un pneu peut rouler. V correspond à 240 km/h.



Indice de vitesse	Vitesse en km/h
Q	160
R	170
S	180
T	190
U	200
H	210
V	240
ZR	> 240
W	270
Y	300

sources : <http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/pneu/s-630-indice-de-vitesse.php>
<http://www.pneus-online.fr/indices-charge-et-vitesse-conseils.html>

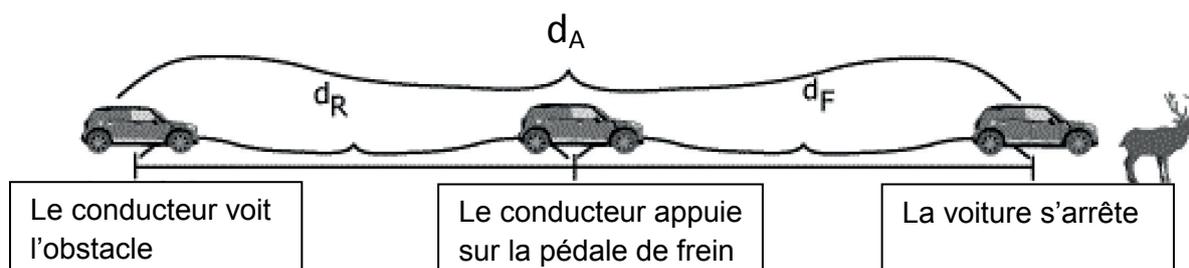
PARTIE A : Lecture des informations sur un pneumatique

Pour répondre aux questions suivantes on utilisera les informations contenues dans les documents précédents.

1. On considère un pneumatique sur lequel est inscrit « **195/65 R15 68V** ».
 - a. Sachant que 1 pouce vaut 2,54 cm, calculer le diamètre de la jante en centimètre.
 - b. Montrer que la hauteur du pneu est 12,675 cm.
 - c. Calculer le diamètre total de la roue en centimètre.
2. On considère désormais un pneu radial pouvant supporter une charge maximale de 412 kg et rouler à la vitesse maximale de 270 km/h. Sa largeur est de 20,5 cm, le diamètre de sa jante est de 40,64 cm et son diamètre total est de 63,19 cm.
Indiquer, sous la forme « 195/65 R15 68V », les informations qui seront inscrites sur ce pneu.

PARTIE B : Distance d'arrêt

La distance d'arrêt d_A d'un véhicule correspond à la distance de réaction d_R additionnée à la distance de freinage d_F .



Si V est la vitesse de la voiture au moment où le conducteur voit l'obstacle (en m/s : mètre par seconde), la distance de freinage (en mètre) se calcule de la manière suivante :

$$d_F = V^2 \times k,$$

où k est une constante qui dépend de l'état de la route ($k = 0,14$ sur route mouillée, et $k = 0,073$ sur route sèche).

On admet alors que

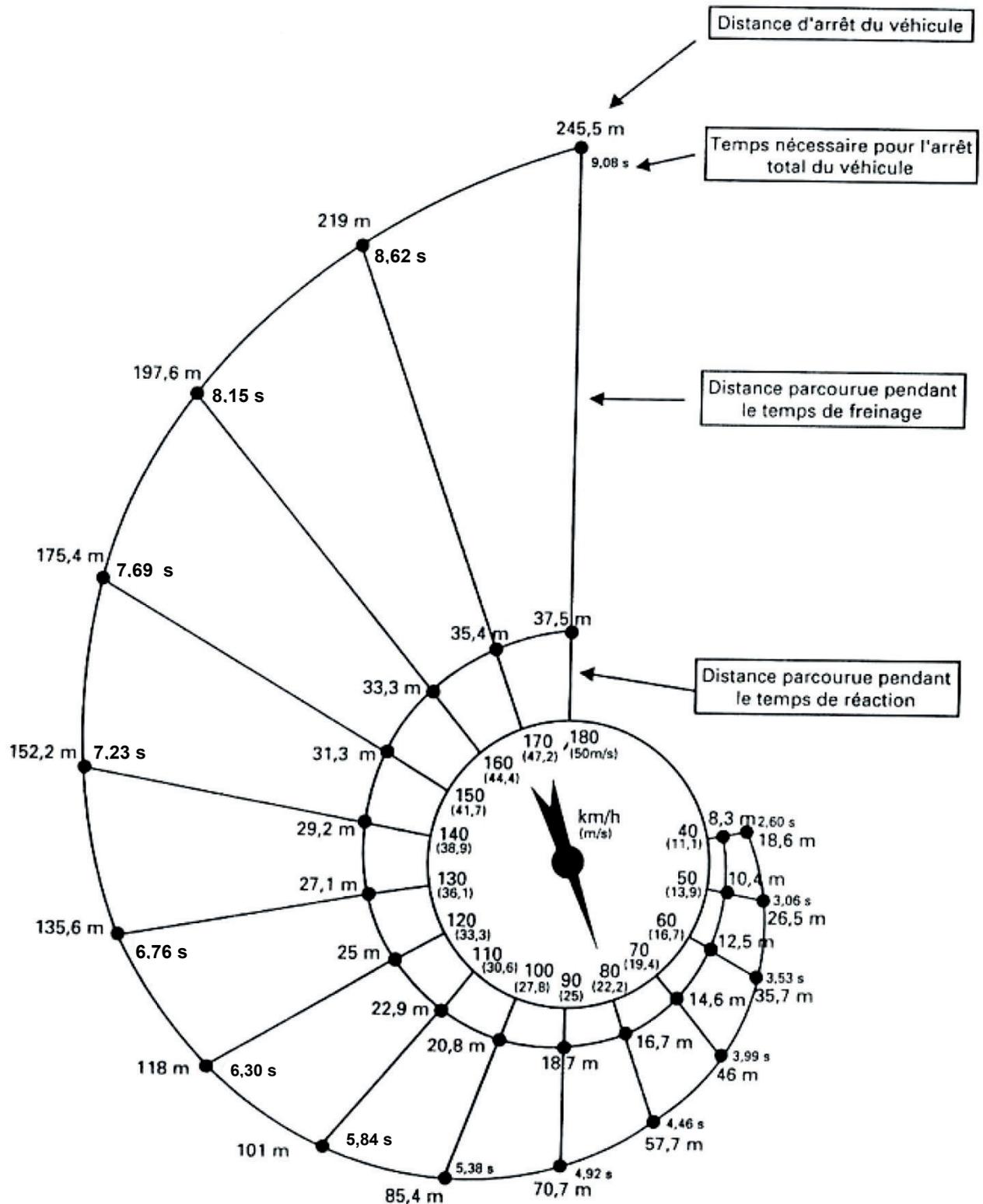
$$d_A = V \times t_R + kV^2,$$

où t_R est le temps de réaction, en seconde.

1. On estime qu'un conducteur vigilant a un temps de réaction de 0,75 seconde.
Calculer la distance d'arrêt pour un véhicule roulant à 90 km/h sur route mouillée.
2. Pour un conducteur vigilant, la distance d'arrêt sur route sèche est-elle proportionnelle à la vitesse ? Expliquer la réponse.

3. Lecture de diagramme

Le diagramme ci-dessous représente la distance d'arrêt sur route sèche d'un véhicule en fonction de sa vitesse.



sources : <http://velobuc.free.fr/freinage.html>

Par exemple, on peut lire que, pour une vitesse de **180 km/h** (ou **50 m/s**), un véhicule parcourt **37,5 m** pendant le temps de réaction, que le temps nécessaire à son arrêt total sera de **9,08 s**, et que sa distance d'arrêt sera alors de **245,5 m**.

En utilisant ce diagramme,

- a. donner la distance d'arrêt d'un véhicule roulant à 110 km/h ;
- b. donner la distance parcourue pendant le temps de freinage d'un véhicule roulant à 80 km/h ;
- c. donner le temps que met un véhicule roulant à 130 km/h pour s'arrêter ;
- d. donner la vitesse d'un véhicule sachant que la distance de réaction est de 25 m ;
- e. dire si un conducteur roulant à 27,8 m/s et apercevant un obstacle à 100 m pourra s'arrêter à temps.

PARTIE C : Au cinéma

Une voiture est filmée lors d'une prise de vue cinématographique. Elle est équipée de roues à **cinq rayons** ayant un diamètre total de 54 cm. L'une de ces roues est représentée ci-dessous :

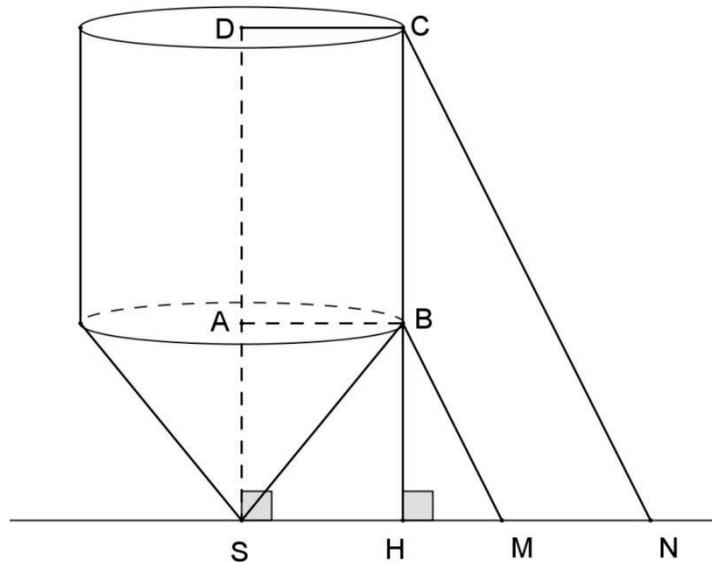


1. Calculer la circonférence de cette roue en cm (arrondie au millimètre).
2. La voiture roule à 110 km/h.
 - a. Calculer le nombre de tours par seconde que fait la roue (au tour près).
 - b. La caméra utilisée a une vitesse de défilement de 24 images par seconde. Combien de tours aura fait le pneu de la voiture entre deux images ?
3. À quelle vitesse, en km/h, devrait rouler la voiture pour que, en regardant le film, on ait l'impression que ses roues ne tournent pas ?

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1 :



Cette figure n'est pas à l'échelle.

Un éleveur possède un silo à farine formé de deux solides de révolution : un cône et un cylindre, comme représenté sur la figure ci-dessus.

Ces deux solides ont le même axe de révolution.

Les centres D et A des bases sont alignés avec le sommet S du cône.

On donne : $AS = 1,60$ m ; $DA = 2,40$ m ; $AB = 1,30$ m.

On rappelle les formules suivantes :

$$\text{volume du cylindre} : V_{\text{cylindre}} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

$$\text{Volume du cône} : V_{\text{cône}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} ;$$

1. Quel est le volume en m^3 du silo à farine ? Arrondir au centième.
2. Le silo est rempli de farine d'orge au $\frac{6}{7}$ de son volume total. Une vache mange en moyenne 3 L de farine par jour. L'éleveur possède 48 vaches. Aura-t-il assez de farine pour nourrir ses 48 vaches durant 90 jours ?
3. Pour réaliser des travaux, deux échelles ont été posées contre le silo. Elles sont représentées sur la figure par des segments [BM] et [CN].
On donne $SM = 2,1$ m et $SN = 3,3$ m.
On note H le pied de la hauteur issue de B dans le triangle SBM.
Les points S, H, M et N sont alignés.
Les points C, B et H sont alignés.
Les deux échelles sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 :

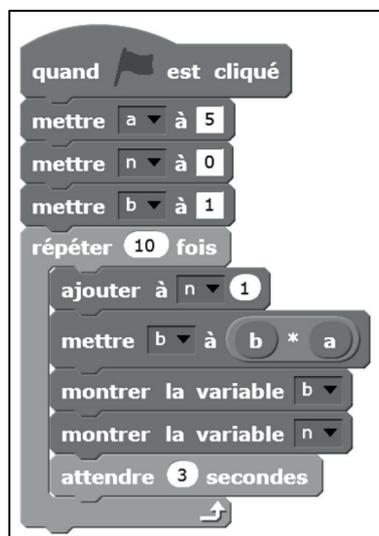
Dans une loterie, 300 billets sont vendus et il y a 37 billets gagnants. Les autres billets sont des billets perdants.

Parmi les 37 billets gagnants :

- 2 de ces billets permettent de gagner une télévision ;
- 5 permettent de gagner un bon de réduction de 100€ ;
- 10 permettent de gagner un bon de réduction de 50€ ;
- 20 permettent de gagner un porte-clés ;

1. Quelle est la probabilité de gagner une télévision si l'on achète un billet ?
2. Quelle est la probabilité de gagner un bon de réduction (peu importe la somme) si l'on achète un billet ?
3. En plus de l'achat des bons de réduction dans plusieurs magasins, l'organisateur de la loterie dépense 500€ pour chaque télévision et 0,50€ pour chaque porte-clés.
 - a. À quel prix doit-il vendre les billets de loterie, pour être sûr que ce jeu ne lui fera pas perdre d'argent ?
 - b. S'il souhaite vendre chaque billet 2€, combien doit-il rajouter de billets perdants (en ne modifiant pas le nombre de billets gagnants et les lots correspondants) pour être assuré que ce jeu ne lui fera pas perdre d'argent ?

EXERCICE 3 :



Voici une copie d'écran d'un algorithme réalisé à l'aide du logiciel Scratch.

1. Quelles sont les valeurs des variables a, b et n à la fin du premier passage dans la boucle, puis à la fin du second passage ?
2. Que réalise ce programme ?

EXERCICE 4 :

Pour chacune des affirmations suivantes indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.

Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1. On considère un cube dont la surface totale extérieure mesure 576 cm^2 .

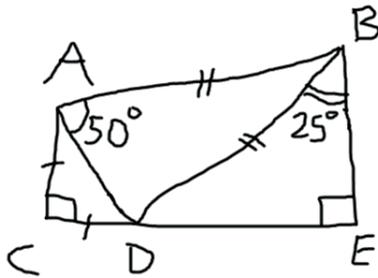
Affirmation : Son volume est inférieur à 1 litre.

2. **Affirmation** : L'inverse de la somme de deux nombres est égal à la somme des inverses de ces deux nombres.

3. Un prix subit une baisse de 30% puis le nouveau prix subit une hausse de 50%.

Affirmation : le prix final est 5% plus élevé que le prix initial.

4. Soit la figure ci-dessous faite à main levée.



Affirmation : Les points C, D et E sont alignés.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1 :

Extrait du programme pour le cycle 2 - Nombres et calculs

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Calculer avec des nombres entiers	
<p>Calcul mental : calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.</p>	<p>Calculer mentalement</p> <ul style="list-style-type: none"> - sur les nombres 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 en lien avec la monnaie - sur les nombres 15, 30, 45, 60, 90 en lien avec les durées. <p>Résoudre mentalement des problèmes arithmétiques, à données numériques simples</p> <p>Utiliser les propriétés des opérations, y compris celles du type $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$.</p>
<p>Calcul en ligne : calculer en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives, multiplicatives, mixtes.</p>	<p>Exemples de stratégies de calcul en ligne :</p> <p>$5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18 = 10 \times 18 = 180$</p> <p>$5 \times 36 = 150 + 30 = 180$</p> <p>$5 \times 36u = 15d + 30u = 15d + 3d = 180u$</p> <p>Utiliser des écritures en ligne du type $21 = 4 \times 5 + 1$ pour trouver le quotient et le reste de la division de 21 par 4 (ou par 5).</p>
<p>Calcul posé : mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication.</p>	<p>L'apprentissage des techniques opératoires posées (addition, soustraction, multiplication) se fait en lien avec la numération et les propriétés des opérations.</p>

1. Donner deux raisons pour lesquelles le calcul en ligne est, en termes d'apprentissage, complémentaire au calcul posé.
2. Le calcul suivant est proposé à des élèves de cycle 2 qui pratiquent régulièrement le calcul en ligne : $28 + 17 = ?$

Expliciter trois stratégies qu'un élève de cycle 2 pourrait mobiliser pour effectuer ce calcul en ligne.
3. Expliciter trois stratégies de calcul mental ou en ligne qu'un élève de cycle 2 pourrait mobiliser pour effectuer 14×5 . Pour chacune, indiquer quelles sont les connaissances et les propriétés utilisées.

SITUATION 2 :

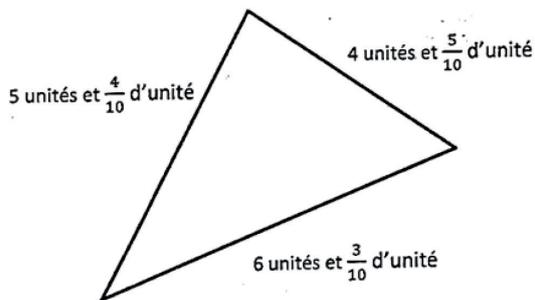
1. À partir des productions suivantes, expliquer pour chaque élève :

- la démarche utilisée ;
- les compétences qui semblent acquises ;
- les éventuelles erreurs.

Productions d'élèves de CM2 :

Nicolas

Calcule le périmètre de cette figure



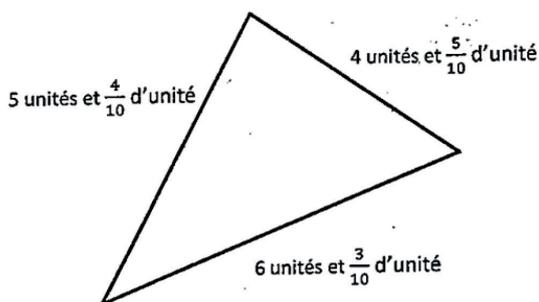
$$6 + 5 + 4 = 16 \text{ unités}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{12}{10}$$

$$17,01$$

Thomas

Calcule le périmètre de cette figure



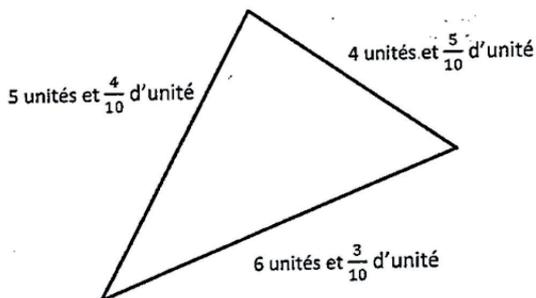
$$5 + 4 + 6 = 15 \text{ unités}$$

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{12}{10}$$

$$15 \text{ unités et } \frac{12}{10}$$

Amina

Calcule le périmètre de cette figure



$$6 + 4 = 10 \text{ unités} + 5 = 15 \text{ unités}$$

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10} + \frac{3}{10} = \frac{12}{10}$$

$$= 16 \text{ unités } \frac{2}{10}$$

$$16,2$$

2. Que peut proposer l'enseignant pour amener Thomas à rédiger sa réponse sous forme d'écriture à virgule ?

SITUATION 3 :

Des élèves d'une classe de cycle 3 doivent calculer $3,12 + 5,7$ et expliquer comment ils procèdent. Voici des exemples de productions d'élèves.

$3,12 + 5,7 = 8,19$ <p>D'abord, il faut additionner la partie décimale de chaque nombre. $12 + 7 = 19$ ou 19 centièmes Ensuite, on additionne la partie entière $3 + 5 = 8$ donc $3,12 + 5,7 = 8,19$</p>	
Benjamin	
$3,12 + 5,7 =$ $\begin{array}{r} 3,12 \\ + 5,7 \\ \hline 8,19 \end{array}$ <p>Océane</p>	$3,12 + 5,7 = 8,82$ $3,12 = \frac{312}{100}$ $5,7 = \frac{57}{10} = \frac{570}{100}$ $\begin{array}{r} 312 \\ + 570 \\ \hline 882 \end{array}$ <p>c'est égal à 882 soit $\frac{882}{100}$</p> <p style="text-align: right;">Isabelle</p>
$3,12 + 5,7 = 8,82$ <p>1) $5,7 = 5u + \frac{7}{10}$</p> <p>2) $3,12 = 3u + \frac{12}{100}$</p> <p>3) $\frac{7}{10} + \frac{12}{100} = \frac{82}{100}$</p> <p>4) $3u + 5u = 8u$</p> <p>5) $8u + \frac{82}{100} = 8,82$</p> <p style="text-align: center;">Pierre</p>	

1. À partir de l'analyse des différentes productions, expliquer quelles sont les différentes démarches proposées.
2. Quelle représentation erronée des nombres décimaux pourrait être à l'origine des erreurs des élèves ?
3. Proposer trois tâches ou activités que pourrait mettre en place l'enseignant pour remédier à ce type d'erreurs ?