

Épreuve de mathématiques CRPE 2018 groupe 3.

Lien vers le corrigé seul : [pdf](#).

Durée : 4 heures.

Épreuve notée sur 40.

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

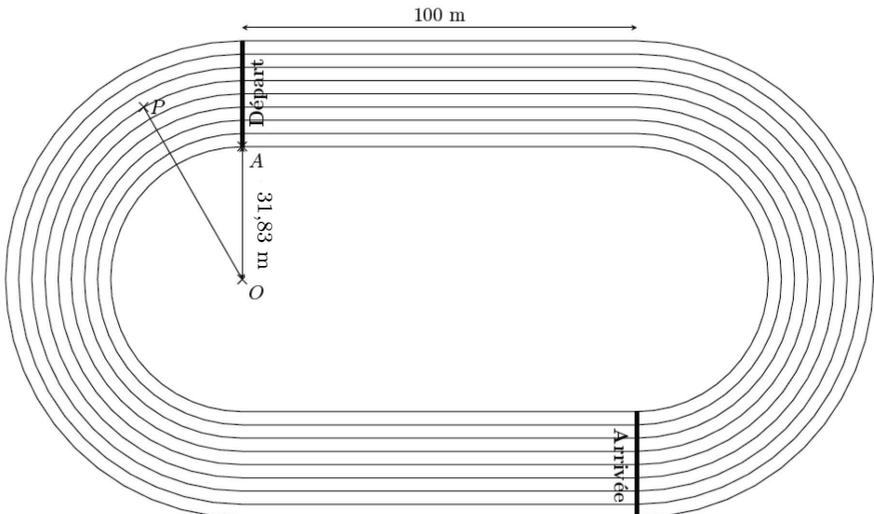
Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

I Première partie (13 points).

Une piste d'athlétisme est formée de huit couloirs. La largeur de chaque couloir est de 1,22 mètre. Chacun des neuf bords des huit couloirs est composé de deux lignes droites de 100 mètres et de deux demi-cercles. Le couloir 1 est celui le plus à l'intérieur, le 8 étant celui le plus à l'extérieur. Le bord intérieur du couloir 1 est composé de deux lignes droites de 100 mètres et de deux demi-cercles de rayon 31,83 mètres.

Dans tout l'exercice on négligera la largeur des bandes de peinture délimitant les couloirs. Pour les courses de sprint (100 m, 200 m ou 400 m), il y a huit coureurs et chacun occupe un couloir.

Un coureur devant rester dans son couloir tout au long de la course, on considère que la distance qu'il parcourt est celle correspondant à la ligne la plus intérieure de son couloir.



1. Vérifier que la distance d'un tour de piste complet parcourue par le coureur du couloir 1 est d'environ 400 m.
2. Dessiner le couloir $n^{\circ}1$ (avec ses deux bords) à l'échelle 1/1200. Indiquer les calculs effectués pour réaliser la construction.

On étudie dans les questions ci-dessous la configuration d'une course de 200 m.

3. Expliquer pourquoi il y a un décalage au départ d'une course de 200 m comme sur la photographie ci-dessous :



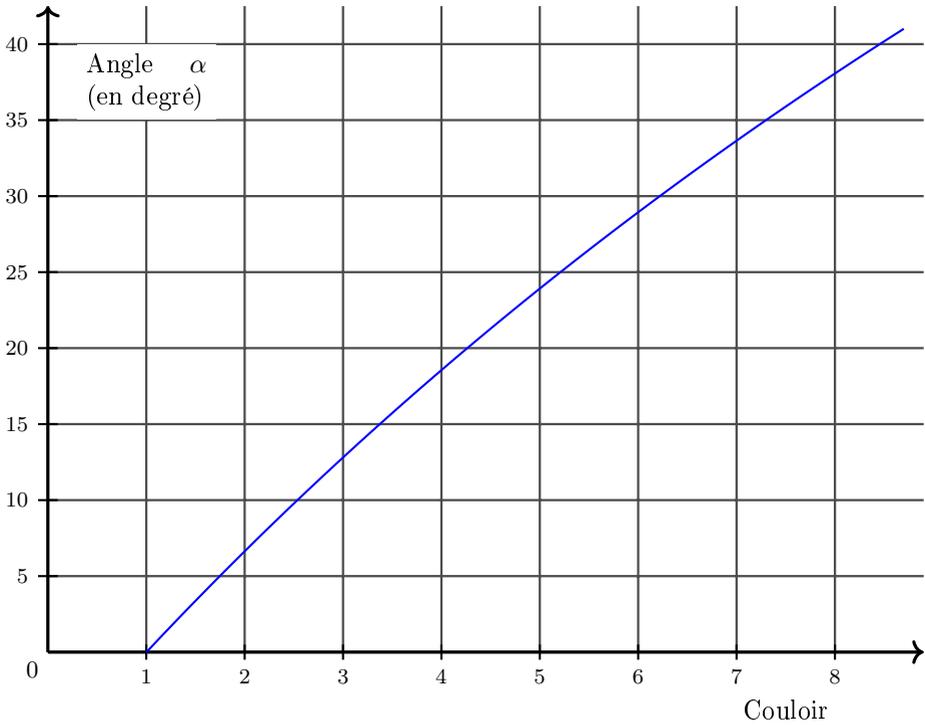
4. Sur la représentation précédente,
 - le point A correspond à la position de départ du coureur dans le couloir 1;
 - le point P correspond à la position de départ du coureur dans le couloir 6. Pour ce coureur, le décalage correspond à la longueur de l'arc de cercle de centre O et qui a pour extrémités le point P et le point de la ligne « Départ » situé sur la ligne « Départ ».

(a) Calculer le décalage du coureur du couloir 6 au centimètre près.

On peut repérer la position de départ dans le couloir par l'angle \widehat{AOP} que l'on appelle α . Cet angle dépend du numéro n du couloir.

(b) Calculer la mesure de l'angle α pour le couloir $n^{\circ}6$. On donnera la mesure de l'angle arrondie au dixième de degré.

Voici la courbe d'une fonction permettant de déterminer la valeur de α en fonction du couloir n .



- (c) Y a-t-il proportionnalité entre le numéro du couloir et la valeur de α ? Justifier.
- (d) Par lecture graphique, donner un encadrement d'amplitude 2° de la valeur de l'angle α pour le couloir 3.
- (e) Un élève utilise un tableur pour déterminer automatiquement le décalage et l'angle en fonction du couloir.

	A	B	C	D	E
1	Couloir	Décalage	Angle α		
2	1				
3	2				
4	3				
5	4				
6	5				
7	6				
8	7				
9	8				
10					

Parmi les formules suivantes, quelle formule, qu'il fera ensuite glisser dans toute la colonne, peut-il entrer dans la case B2 pour calculer le décalage? On rappelle que « PI() » renvoie le nombre π .

Formule A :

$$=PI()*((A2)*1,22+31,83)-100$$

Formule B :

$$=PI()*((A2-1)*1,22+31,83)-100$$

Formule C :

$$=PI()*((A2)*1,22)-100$$

Formule D :

$$=PI()*((A2-1)*1,22)-100$$

Formule E :

$$=PI()*((A2)*1,22+31,83)$$

Formule F :

$$=PI()*((A2-1)*1,22+31,83)$$

Formule G :

$$=PI()*((A2)*1,22)$$

Formule H :

$$=PI()*((A2-1)*1,22)$$

5. Au 1^{er} janvier 2018, le Jamaïcain Usain Bolt détient le record du monde du 200 mètres en 19,19 secondes.

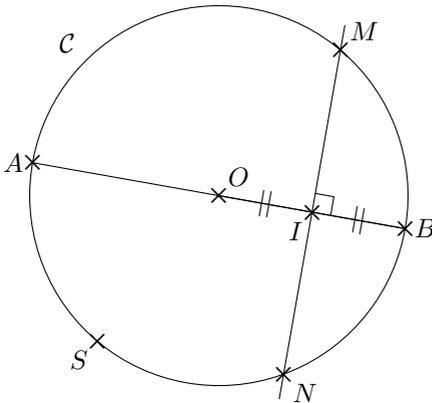
- (a) Déterminer sa vitesse moyenne en km/h. Arrondir au dixième.
- (b) À cette vitesse-là, combien mettrait-il de temps pour effectuer un marathon dont la longueur est de 42,195 km ? On donnera la réponse en heures, minutes et secondes, arrondie à la seconde près.
- (c) Le précédent record du monde du 200 mètres était détenu par l'américain Michael Johnson, « La locomotive de Wako », avec un temps de 19,32 secondes aux Jeux Olympiques d'Atlanta en 1996. De quel pourcentage Usain Bolt a-t-il réduit le temps du record du monde du 200 mètres ?

II Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1.

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, \mathcal{C} est un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Le segment $[AB]$ est un diamètre de ce cercle. Les points M et N sont les intersections du cercle \mathcal{C} avec la médiatrice du segment $[OB]$. Le point I est le milieu de $[OB]$. Le point S est le symétrique du point M par rapport au point O .



Cette figure n'est pas dessinée en vraie grandeur.

1. Quelle est la nature du triangle OMB ? Justifier.
2. Démontrer que le quadrilatère $AMBS$ est un rectangle.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire du rectangle $AMBS$.
4. Démontrer que le quadrilatère $OMBN$ est un losange.

Exercice 2.

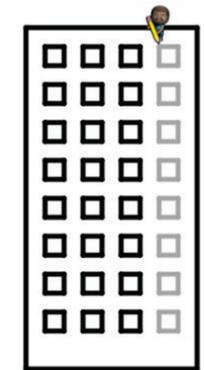
Indiquer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

Une réponse inexacte ou non justifiée ne rapporte aucun point.

1. **Affirmation 1** : 126 possède exactement 10 diviseurs.
2. **Affirmation 2** : si un polygone non croisé A a un périmètre supérieur au périmètre du polygone non croisé B alors l'aire du polygone A est supérieure à l'aire du polygone B .
3. **Affirmation 3** : si des prix augmentent de 5 % par an, ils auront plus que doublé en 15 ans.
4. **Affirmation 4** : les dimensions de mon échantillon de parfum sont cinq fois plus petites que celles de mon flacon habituel. Il y a donc 25 fois moins de parfum dans l'échantillon que dans le flacon habituel.

Exercice 3.

Un élève qui utilise le site « code.org » doit écrire un programme pour repasser au crayon noir les petits carrés en gris sur le dessin ci-contre.



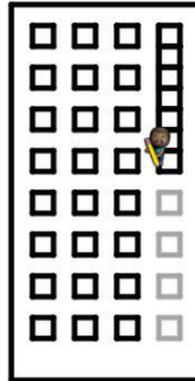
Il propose le programme ci-dessous :

```

quand l'exécution commence
répéter 7 fois
faire
  répéter 4 fois
  faire
    avancer de 20 pixels
    tourner à gauche de 90 degrés
  saute en avant de 20 pixels

```

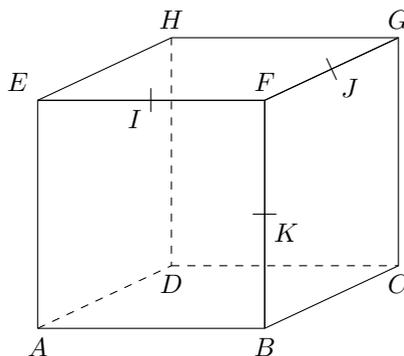
Quand il lance le programme, le dessin obtenu est le dessin ci-contre :



Que faut-il modifier dans le programme pour obtenir le dessin attendu ?

Exercice 4.

Soit $ABCDEFGH$ un cube d'arête 6 cm.



1. Soit I , J et K les milieux respectifs des arêtes $[FE]$, $[FG]$ et $[FB]$.
Quelle est la nature du triangle IJK ? Justifier.
2. Montrer que le volume du tétraèdre $FIJK$ est $4,5 \text{ cm}^3$. On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire d'une base par la hauteur associée.
3. Construire, en vraie grandeur, un patron du tétraèdre $FIJK$. On laissera les traits de construction.
4. On coupe le cube en suivant le plan (IJK) , afin d'ôter le tétraèdre $FIJK$.
On procède de la même façon avec chacun des sept autres sommets du cube.



Le solide obtenu après ces différentes coupes s'appelle un « cuboctaèdre ».

- (a) Calculer le volume de ce cuboctaèdre.
- (b) Calculer la longueur totale de ses arêtes.
On donnera le résultat arrondi au millimètre.