

# Épreuve de mathématiques CRPE 2017 groupe 5.

Lien vers le corrigé seul : [pdf](#).

*Durée : 4 heures.  
Épreuve notée sur 40.*

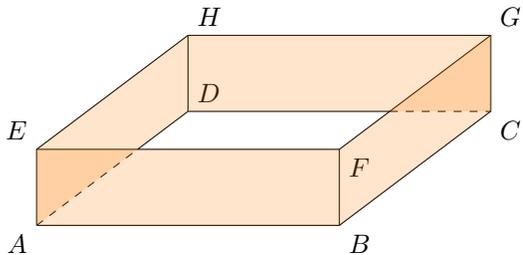
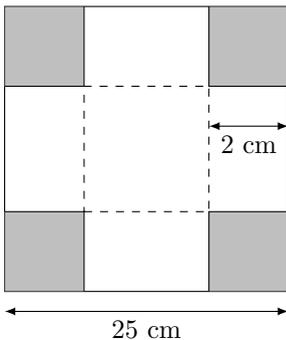
## I Première partie (13 points).

*Un problème de boîte.*

### Partie A : étude d'un cas particulier.

Dans un carré de carton dont le côté mesure 25 cm, on enlève aux quatre coins un carré de côté de longueur 2 cm comme sur la figure ci-dessous.

On obtient ainsi le patron d'une boîte sans couvercle :

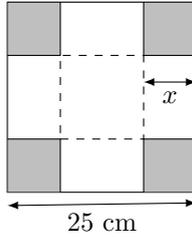


On admet que la base  $ABCD$  de la boîte est un carré.

1. Vérifier que le volume de cette boîte est de  $882 \text{ cm}^3$ .
2. Vérifier que l'aire de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte est de  $609 \text{ cm}^2$ .

### Partie B : étude du cas général.

On note  $x$  la longueur, en centimètre, du côté du carré enlevé à chaque coin d'un carré de carton dont le côté mesure 25 cm.



1. Quelles sont les valeurs possibles pour  $x$  ?
2. On appelle  $V$  la fonction donnant le volume, en centimètre cube, de la boîte en fonction de  $x$ .  
Montrer que :  $V(x) = x(25 - 2x)^2$ .
3. On appelle  $A$  la fonction donnant l'aire, en centimètre carré, de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte en fonction de  $x$ .  
Exprimer  $A(x)$  en fonction de  $x$ .
4. Vérifier que les expressions trouvées en B.2) et B.3) permettent de retrouver les résultats obtenus dans la partie A.
5. On a construit avec un tableur une table de valeurs de la fonction  $V$  (voir copie d'écran ci-après).

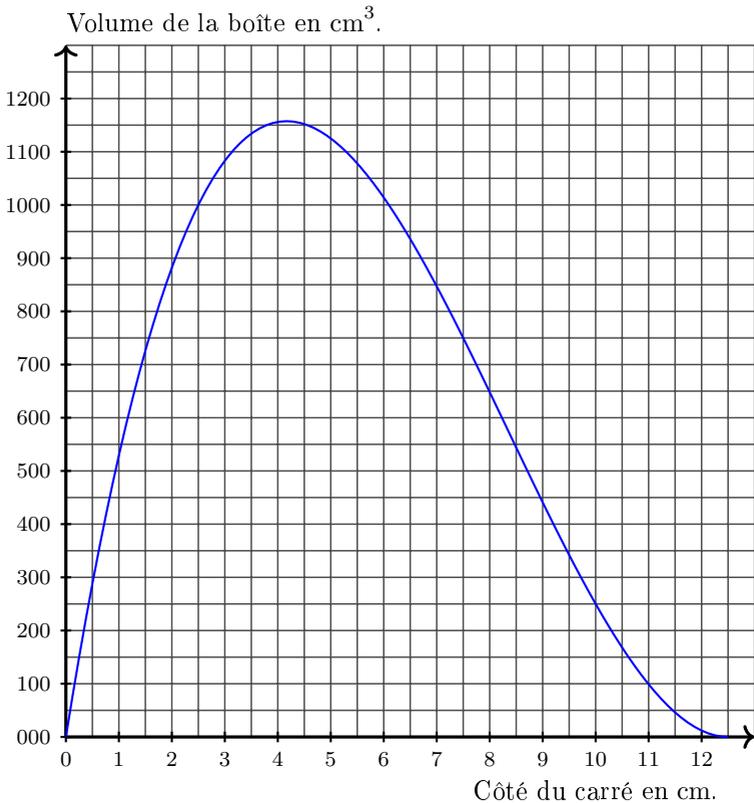
	A	B
1	$x$	$V(x)$
2	0	0
3	1	529
4	2	882
5	3	1083
6	4	1156
7	5	1125
8	6	1014
9	7	847
10	8	648
11	9	441
12	10	250
13	11	99
14	12	12
15	12,5	0

Les questions qui suivent visent à résoudre le problème suivant :

quelle(s) valeur(s) de  $x$  permet(tent) de fabriquer une boîte de volume égal à 1 litre ?

- Quelle formule a pu être entrée en B2, puis recopiée vers le bas, pour calculer les valeurs de la colonne B ?
- En s'appuyant sur cette table, dire si le problème (obtenir une boîte de volume égal à 1 litre) possède ou non des solutions.  
Si des solutions existent, donner pour chacune un encadrement d'amplitude 1 cm.
- Décrire une démarche utilisant le tableur permettant d'obtenir un encadrement plus précis (d'amplitude 0,1 cm) de la (des) solution(s).

6. Voici une représentation graphique de la fonction  $V$  :



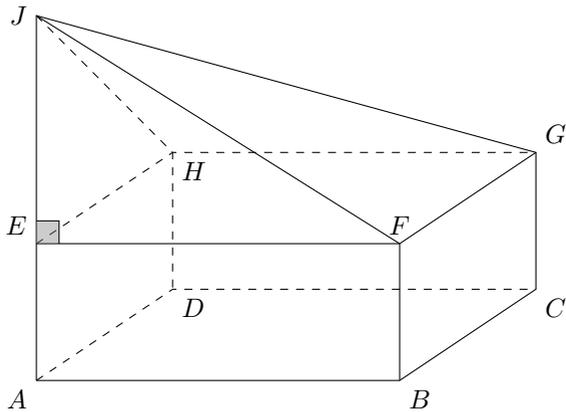
- À l'aide de ce graphique, expliquer comment on peut retrouver une valeur approchée du résultat trouvé à la question A.1)
- Lire sur le graphique le volume maximal que l'on peut obtenir (avec la précision permise par le graphique), et la valeur de  $x$  correspondante.
- Par lecture graphique déterminer les valeurs de  $x$  (approchées au millimètre) pour lesquelles la boîte a pour volume 1 L.

**Partie C : couvercle de la boîte.**

Un artisan pâtissier souhaite utiliser ce type de patron pour construire des boîtes pour emballer des chocolats. Il choisit d'enlever à chaque coin des carrés de 6 cm de côté.

Il fabrique par ailleurs des couvercles de forme pyramidale.

Sur le dessin en perspective ci-dessous,  $ABCDEFGH$  est la boîte obtenue et  $JEFGH$ , son couvercle, est une pyramide de sommet  $J$ , tel que  $A$ ,  $E$  et  $J$  sont alignés.



- Quelle doit être la hauteur  $JE$  de la pyramide pour que le volume de la pyramide soit égal à celui de la boîte ?

On rappelle que le volume d'une pyramide dont la base a pour aire  $A$  et dont la hauteur est  $h$  est égal à :

$$V = \frac{A \times h}{3}.$$

- Pour des raisons esthétiques, l'artisan choisit  $JE = 8$  cm.

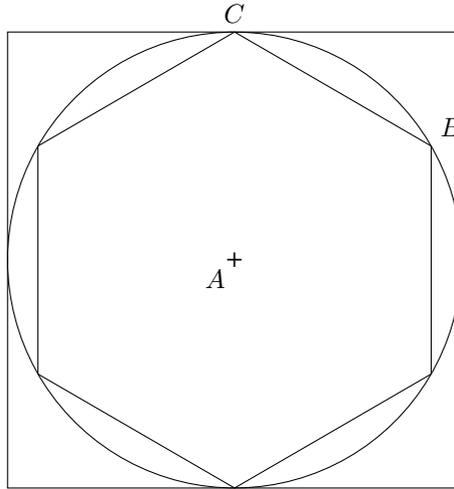
Tracer sur la copie le patron de cette pyramide à l'échelle  $1/4$ .

Coder ce patron pour faire apparaître les angles droits et les segments de même mesure.

**Partie D : décoration de la boîte.**

L'artisan souhaite utiliser les chutes restantes après la construction du patron de la boîte de chocolats (des carrés de 6 cm de coté) pour y dessiner le logo de sa pâtisserie, inscrit dans un hexagone régulier comme sur la figure ci-dessous.

$A$  est le centre du carré,  $B$  et  $C$  deux sommets consécutifs de l'hexagone régulier.



1. Justifier que  $ABC$  est un triangle équilatéral.
2. Reproduire cette figure en vraie grandeur sur la copie.
3. Calculer l'aire de l'hexagone. On donnera la valeur exacte et l'arrondi au  $\text{mm}^2$ .

**II Deuxième partie (13 points).**

*Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.*

**Exercice 1.**

On peut lire sur la porte d'un magasin : **-30 % sur tous les articles.**

1. Calculer le prix soldé d'un article qui valait 132 €.
2. Calculer le prix initial d'un article dont le prix soldé est 29,40 €.

3. En fin de période de soldes ce magasin propose une réduction supplémentaire de 20 % sur les prix déjà soldés. Le propriétaire annonce alors une baisse de 50 %. Cette annonce est-elle exacte?
4. Un article avait augmenté au cours de l'année de 5 % et a été soldé à 30 % ensuite.  
Quel est alors le pourcentage de réduction par rapport au prix initial?

### Exercice 2.

On considère l'algorithme ci-dessous programmé à l'aide du logiciel Scratch.



1. On décide d'entrer le nombre 7. Montrer que le résultat obtenu est 64.
2. On choisit 19 comme nombre de départ. Quel est alors le résultat ?
3. Démontrer que quel que soit le nombre impair choisi au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre et un multiple de 4.

### Exercice 3.

Pour fêter le premier anniversaire de son ouverture, un magasin offre à ses clients des tickets à gratter. Certains tickets sont perdants, d'autres permettent de gagner des bons d'achat de 5 €, de 10 € ou de 100 €.

Au bout d'une journée, le commerçant comptabilise :

- 200 tickets perdants,
  - 444 tickets à 5 €,
  - 330 tickets à 10 €.
1. Combien y avait-il de tickets à 100 €, sachant que la moyenne des gains était de 8,12 €?

2. (a) Si les tickets à 100 € sont remplacés par des tickets 1000 €, quelle est la nouvelle moyenne des gains ?
- (b) Expliquer pourquoi la médiane des gains n'est pas modifiée.

#### Exercice 4.

Lors d'une phase d'institutionnalisation, l'enseignante d'une classe de CM1 demande aux élèves de proposer une phrase pour dire ce qu'est un nombre décimal. Elle les invite à commencer leur phrase par « Un nombre décimal est... ».

Voici quatre propositions d'élèves :

Omar :

« Un nombre décimal est un nombre avec une virgule. »

Lucie :

« Un nombre décimal est un nombre entre deux entiers. »

Léo :

« Un nombre décimal est un nombre avec une partie entière avant la virgule et une partie décimale après la virgule. »

Aminata :

« Un nombre décimal est une fraction avec 10 ou 100 en bas. »

1. Expliquer pour chacune des quatre propositions, pourquoi elle n'est pas satisfaisante du point de vue des mathématiques et ne peut pas être retenue par l'enseignante.
2. Proposer une phrase commençant par « Un nombre décimal est... », que l'enseignante pourrait faire écrire aux élèves dans leur cahier lors de cette phase d'institutionnalisation.

### III Troisième partie (14 points).

*Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.*

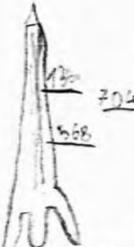
**Situation 1.**

Le problème suivant, inspiré des propositions de la banque outil Eduscol, a été proposé à des élèves de CE2.

« Jade monte au deuxième étage de la tour Eiffel. Elle a déjà monté 568 marches. Il reste 136 marches. Combien de marches y a-t-il pour monter au deuxième étage ? »

Voici les productions de quatre élèves.

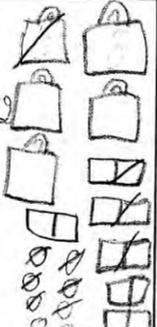
Élève A.

Calculs / Recherche :	Réponse :
 $  \begin{array}{r}  00 \\  568 \\  136 \\  \hline  = 704  \end{array}  $	<p>Il y a 704 marche descalin de la tour Eiffel.</p>

Élève B.

Calculs / Recherche :	Réponse :
$  \begin{array}{r}  5 \quad 6 \quad 8 \\  1 \quad 3 \quad 6 \\  + \\  \hline  - 7 \quad 9 \quad 4 \\  -  \end{array}  $	<p>Il y a 794 etages.</p>

Élève C.

<p>Calculs / Recherche :</p> $568 - 136 = 432$ 	<p>Réponse :</p> <p>Il y a 432 marches à monter.</p>
--	--

Élève D.

<p>Calculs / Recherche :</p> $\begin{array}{r} 568 \\ + 736 \\ \hline 6914 \end{array}$	<p>Réponse :</p> <p>Il reste 6914 pour monter au deuxième étage.</p>
---	--

1. Sur quel type de problèmes porte cet exercice ?
2. Les élèves A et C recourent à des schémas de la situation. Expliciter leur intérêt dans la procédure de l'élève.
3. Analyser chacune des productions des élèves B, C et D. Émettre une hypothèse sur l'origine des erreurs éventuelles.
4. (a) Quelle aide peut-on proposer à l'élève C pour qu'il comprenne mieux la situation ?  
(b) Quelle aide peut-on proposer aux élèves B et D pour qu'ils puissent progresser ?

**Situation 2.**

**Document 1 :** « Vivre les maths CE1 » Nathan, éditions 2015, chapitre 119, la soustraction posée à retenue.

**Document 2 :** « Pour comprendre les mathématiques CE1 » Hachette éducation, éditions 2014, chapitre 136, la soustraction posée avec retenue.

**Document 3 :** copie d'une trace écrite du cahier de leçons d'un élève de CE1.

**Document 1**

**1** Observe cette technique pour faire la soustraction.

d	u
6	2
-	3 8

On ne peut pas enlever 8 unités. Il n'y a que 2 unités !

Je prends une dizaine à 6 dizaines. Je la transforme en 10 unités. Maintenant, j'ai 5 dizaines et 12 unités.

d	u
5	12
-	3 8
	4

12 u - 8 u = 4 u  
5 d - 3 d = 2 d

**Document 2**

**1** Pour calculer une soustraction à retenue :

	4	7	2
-	1	4	8

① **Je soustrais d'abord les unités :** 8 pour aller à 2... Je ne peux pas.

	4	7	12
-	1	4	8
			①
			4

8 pour aller à 12, ça fait 4.

	4	7	12
-	1	4	8
			①
	3	2	4

② **Je continue avec les dizaines :** 4 + 1, ça fait 5. 5 pour aller à 7, ça fait 2.  
③ **Puis les centaines :** 1 pour aller à 4, ça fait 3.

**Document 3** : Copie d'une trace écrite du cahier de leçons d'un élève de CE1

<b>Calcul en ligne</b>	
$85 - 18 = 87 - 20$ $= 67$	Enlever 18 c'est difficile mais enlever 20 c'est plus facile ! On ajoute 2 à 85 et à 18. On effectue l'opération $87 - 20$ « dans sa tête ».
$289 - 47 = 282 - 40$ $= 242$	Enlever 47 c'est difficile mais enlever 40 c'est plus facile ! On enlève 7 à 289 et à 47 On effectue l'opération $282 - 40$ « dans sa tête ».
$472 - 148 = 474 - 150$ $= 424 - 100$ $= 324$	On ajoute 2 aux deux nombres On enlève 50 aux deux nombres On effectue l'opération « dans sa tête ».

1. Sur quelle(s) connaissance(s) mathématique(s) s'appuie chacune des méthodes proposées pour effectuer une soustraction dans les deux présentations des manuels (documents 1 et 2) ?
2. Quelle propriété mathématique justifie la méthode proposée dans le document 3 ?
3. Dans le cadre de l'apprentissage de la soustraction, donner un avantage et un inconvénient de chacune des présentations de la technique opératoire de la soustraction proposées dans les trois documents.

### Situation 3.

Voici trois extraits de manuels de mathématiques :

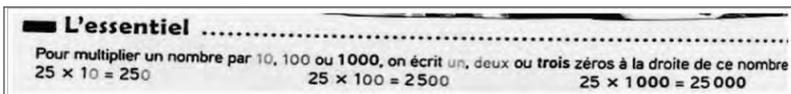


Figure 1 : Extrait du manuel A "Pour comprendre les mathématiques" - CM1, Hachette (2016).

**Je retiens**

- Multiplier un nombre par 10, 100, 1 000... revient à le rendre 10, 100, 1 000 fois plus grand.  
Ex.:  $42 \times 10 = 42$  dizaines = 420  
 $42 \times 100 = 42$  centaines = 4 200  
 $42 \times 1\,000 = 42$  milliers = 42 000
- Quand on multiplie un nombre par 20, on multiplie d'abord ce nombre par 2, puis par 10.  
Ex.:  $21 \times 20 = (21 \times 2) \times 10 = 42 \times 10 = 420$
- Quand on multiplie un nombre par 300, on multiplie d'abord ce nombre par 3, puis par 100.  
Ex.:  $13 \times 300 \rightarrow (13 \times 3) \times 100 = 39 \times 100 = 3\,900$
- Multiplier par 10 est très utile pour évaluer un ordre de grandeur du résultat.  
Ex.:  $39 \times 81$ , c'est proche de  $40 \times 80 = 3\,200$

Figure 2 : Extrait du manuel B "Les nouveaux outils pour les maths" - CM1, Magnard (2016).

**Multiplier un nombre par 10, par 100**

- Quand tu multiplies un nombre par 10, ses unités deviennent des dizaines.  
Tu places donc un 0 à la droite du nombre. Exemple  $35 \times 10 = 10 \times 35 = 350$
- Quand tu multiplies un nombre par 100, ses unités deviennent des centaines.  
Tu places donc deux 0 à la droite du nombre. Exemple  $27 \times 100 = 100 \times 27 = 2\,700$

Figure 3 : Extrait du manuel C "Maths" Cycle 3, Hatier (2016).

1. Ces extraits de manuels abordent le même savoir mathématique. Quel est-il ?
2. Analyser ces extraits de manuels au regard de l'apprentissage visé.
3. Suivant l'approche sous-tendue par le manuel utilisé, quelles difficultés les élèves risquent-ils de rencontrer au cycle 3 ?