Épreuve de mathématiques CRPE 2017 groupe 5.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

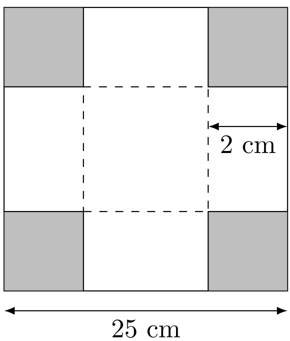
Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

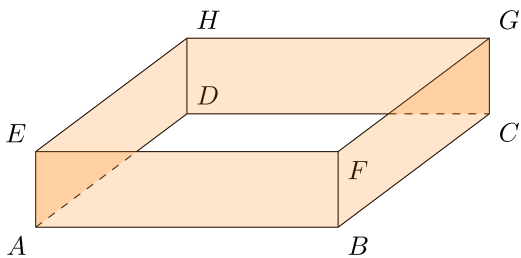
I Première partie (13 points).

Un problème de boîte.

Partie A : étude d'un cas particulier.

Dans un carré de carton dont le côté mesure 25 cm, on enlève aux quatre coins un carré de côté de longueur 2 cm comme sur la figure ci-dessous.
On obtient ainsi le patron d'une boîte sans couvercle :





On admet que la base $ABCD$ de la boîte est un carré.

1. Vérifier que le volume de cette boîte est de 882 cm^3.

   Calculons le volume $\mathscr{V}_1$ de la boîte.

   Cette boîte est un parallélépipède rectangle donc :

$$\mathscr{V}_1 = AB \times BC \times FB$$

   Or

$$AB = (25 \text{ cm}) - (2 \text{ cm}) - (2 \text{ cm})$$

et

$$AB = BC$$

donc :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_1 &= (21\text{ cm}) \times (21\text{ cm}) \times (2\text{ cm}) \\ &= 21 \times 21 \times 2\text{ cm} \cdot \text{cm} \cdot \text{cm}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{V}_1 = 882\text{ cm}^3.}$$

2. Vérifier que l'aire de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte est de 609 cm^2.

   Déterminons l'aire $\mathscr{A}_1$ de la boîte.

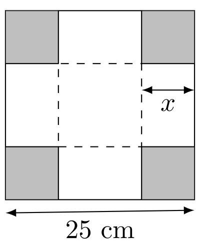
   Le patron est formé d'un carré de côté AB et de quatre rectangle semblables de côtés AB et FB donc

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_1 &= AB^2 + 4 \times AB \times FB \\ &= (21\text{ cm})^2 + 4 \times (21\text{ cm}) \times (2\text{ cm}) \\ &= 21^2\text{ cm}^2 + 4 \times 21 \times 2\text{ cm} \cdot \text{cm}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathscr{A}_1 = 609\text{ cm}^2.}$$

Partie B : étude du cas général.

On note x la longueur, en centimètre, du côté du carré enlevé à chaque coin d'un carré de carton dont le côté mesure 25 cm.



1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?

   Puisque deux morceaux de longueur x, en centimètre, sont ôtés de chaque côté il faut que $2x \leqslant 25$. Donc $x \leqslant 12{,}5$.
   De plus x étant une longueur c'est un nombre positif.
   Finalement

   $$\boxed{x \in [0; 12{,}5].}$$

2. On appelle V la fonction donnant le volume, en centimètre cube, de la boîte en fonction de x.
   Montrer que : $V(x) = x(25 - 2x)^2$.

   Déterminons l'expression de V.

   Soit $x \in [0; 12{,}5]$.
   En procédant comme dans la première partie, et toutes les longueurs étant exprimées en centimètre :

   $$\begin{aligned} V(x) &= AB \times BC \times FB \\ &= (25 - 2x) \times (25 - 2x) \times x \end{aligned}$$

   $$\boxed{V(x) = x(25 - 2x)^2 \text{ quelque soit } x \in [0; 12{,}5].}$$

3. On appelle A la fonction donnant l'aire, en centimètre carré, de la surface de carton utilisée pour réaliser la boîte en fonction de x.
   Exprimer $A(x)$ en fonction de x.

   Déterminons l'expression de A.

   Soit $x \in [0; 12{,}5]$.
   En procédant comme dans la première partie, et toutes les longueurs étant exprimées en centimètre :

   $$\begin{aligned} A(x) &= AB^2 + AB \times FB \\ &= (25 - 2x)^2 + 4 \times (25 - 2x) \times x \end{aligned}$$

   $$\boxed{A(x) = (25 - 2x)^2 + 4x(25 - 2x) \text{ quelque soit } x \in [0; 12{,}5].}$$

4. Vérifier que les expressions trouvées en B.2) et B.3) permettent de retrouver les résultats obtenus dans la partie A.

   Calculons les volumes et aires pour $x = 2$.

   *

$$\begin{aligned} V(2) &= 2(25 - 2 \times 2)^2 \\ &= 881 \end{aligned}$$

   *

$$\begin{aligned} A(2) &= (25 - 2 \times 2)^2 + 4 \times 2(25 - 2 \times 2) \\ &= 609 \end{aligned}$$

   Nous avons bien $V(2) = \mathscr{V}_1$ et $A(2) = \mathscr{A}_1$.

5. On a construit avec un tableur une table de valeurs de la fonction V (voir copie d'écran ci-après).

	A	B
1	x	V(x)
2	0	0
3	1	529
4	2	882
5	3	1083
6	4	1156
7	5	1125
8	6	1014
9	7	847
10	8	648
11	9	441
12	10	250
13	11	99
14	12	12
15	12,5	0

   Les questions qui suivent visent à résoudre le problème suivant :

   quelle(s) valeur(s) de x permet(tent) de fabriquer une boîte de volume égal à 1 litre ?

(a) Quelle formule a pu être entrée en B2, puis recopiée vers le bas, pour calculer les valeurs de la colonne B ?

$$= \mathtt{A2} * (25 - \mathtt{A2}) \wedge 2.$$

(b) En s'appuyant sur cette table, dire si le problème (obtenir une boîte de volume égal à 1 litre) possède ou non des solutions.
Si des solutions existent, donner pour chacune un encadrement d'amplitude 1 cm.

Par continuité des variations du volume lorsque x augmente nous savons que nous obtenons les volumes intermédiaires à ceux apparaissant dans la table de valeurs.
Or

$$\begin{aligned} 1 \text{ L} &= 1 \text{ dm}^3 \\ &= 1 \times (10 \text{ cm})^3 \\ &= 1 \times 10^3 \text{ cm}^3 \\ &= 1\,000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

donc nous cherchons des valeurs de x pour lesquelles le volume est au alentour de 1000.
Par lecture de la table : si $x = 2$ alors le volume est de 882 cm^3 et si $x = 3$ alors le volume est de 1083 cm^3 donc

il existe une première solution comprise entre 2 et 3 centimètres.

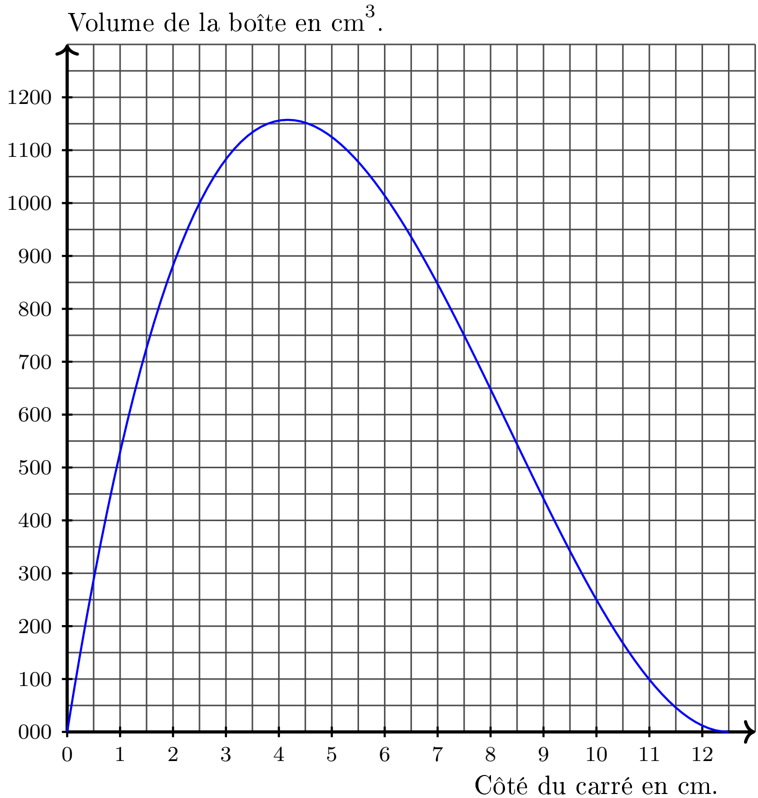
Par lecture de la table : si $x = 6$ alors le volume est de 1014 cm^3 et si $x = 7$ alors le volume est de 847 cm^3 donc

il existe une seconde solution comprise entre 6 et 7 centimètres.

(c) Décrire une démarche utilisant le tableur permettant d'obtenir un encadrement plus précis (d'amplitude 0,1 cm) de la (des) solution(s).

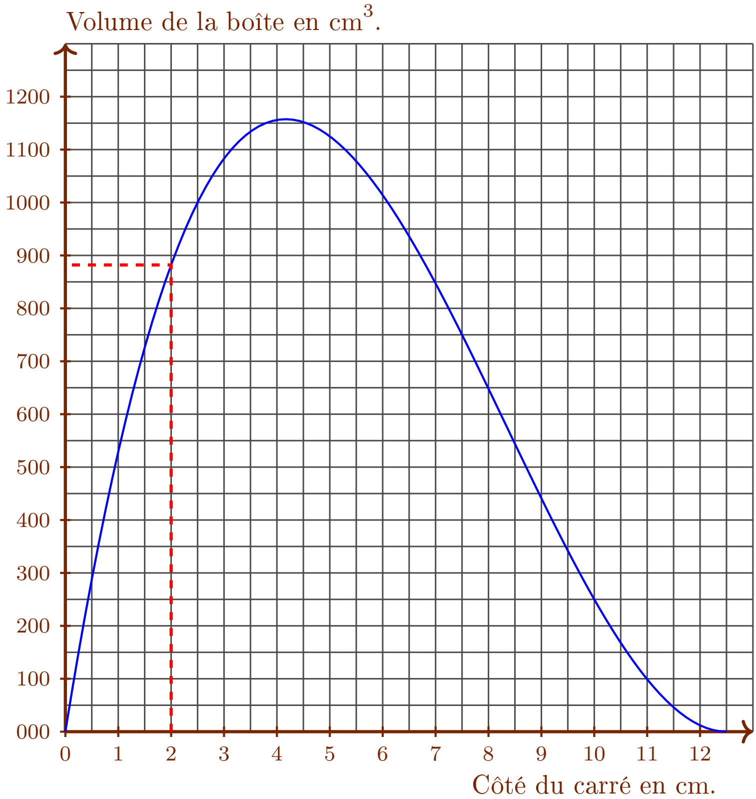
Nous pourrions refaire la même table mais en mettant dans la colonne A des valeurs allant de 0,1 en 0,1 en partant de 0.

6. Voici une représentation graphique de la fonction V :



(a) À l'aide de ce graphique, expliquer comment on peut retrouver une valeur approchée du résultat trouvé à la question A.1)

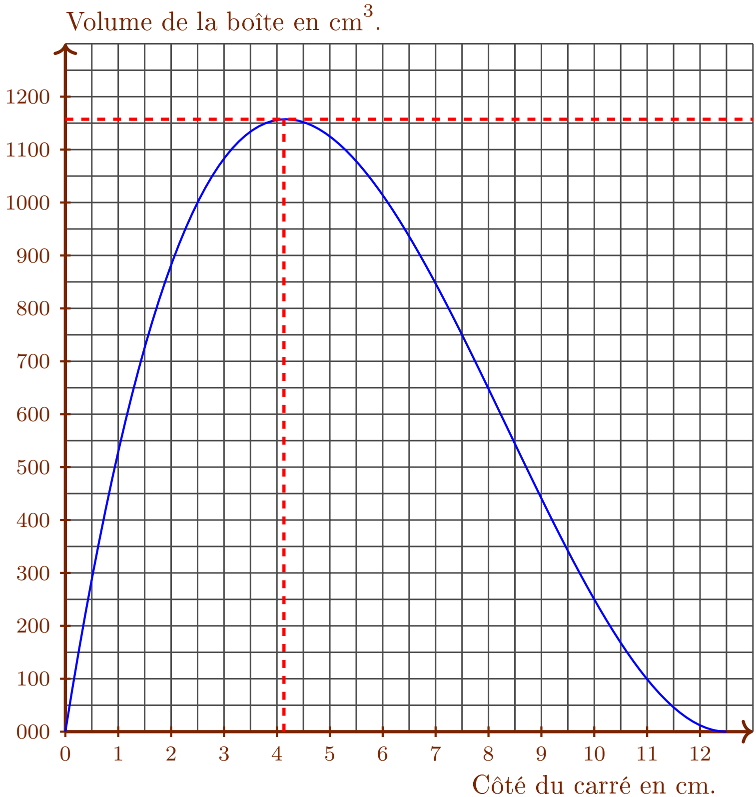
Recherchons graphiquement le volume maximal.



Par lecture graphique $\mathscr{V}_1 \approx 880$ cm^3.

(b) Lire sur le graphique le volume maximal que l'on peut obtenir (avec la précision permise par le graphique), et la valeur de x correspondante.

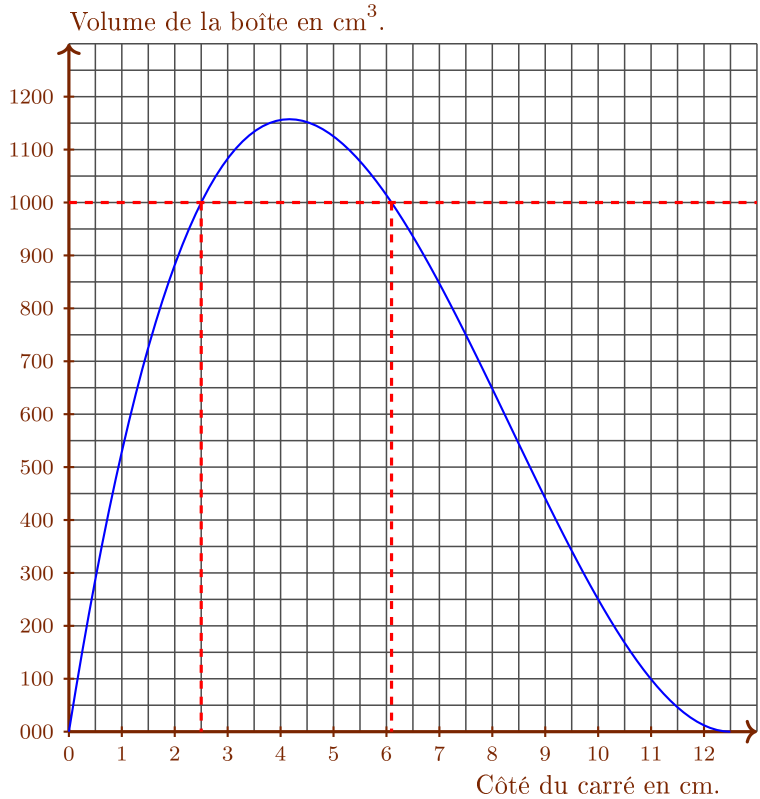
Recherchons l'image de 2 par V graphiquement.



Par lecture graphique le volume maximal est de 1 160 cm^3.

(c) Par lecture graphique déterminer les valeurs de x (approchées au millimètre) pour lesquelles la boîte a pour volume 1 L.

Recherchons les antécédents de 1000 par V.



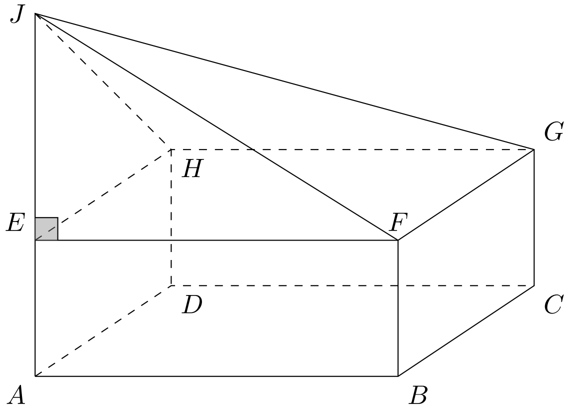
Le volume est de 1 L pour $x \approx 2{,}5$ ou $x \approx 6{,}1$.

Partie C : couvercle de la boîte.

Un artisan pâtissier souhaite utiliser ce type de patron pour construire des boîtes pour emballer des chocolats. Il choisit d'enlever à chaque coin des carrés de 6 cm de côté.

Il fabrique par ailleurs des couvercles de forme pyramidale.

Sur le dessin en perspective ci-dessous, $ABCDEFGH$ est la boîte obtenue et $JEFGH$, son couvercle, est une pyramide de sommet J, tel que A, E et J sont alignés.



1. Quelle doit être la hauteur JE de la pyramide pour que le volume de la pyramide soit égal à celui de la boîte ?
   On rappelle que le volume d'une pyramide dont la base a pour aire A et dont la hauteur est h est égal à :
   $$V = \frac{A \times h}{3}.$$

   Déterminons la hauteur de la pyramide pour laquelle la boîte et la pyramide ont le même volume.

   * Calculons le volume de la boîte.

   $$\begin{aligned}\mathscr{V}_2 &= V(6)\\ &= 6 \times (25 - 2 \times 6)^2\\ &= 1014\end{aligned}$$

   * Exprimons le volume $\mathscr{V}_3$ de la pyramide en fonction de la hauteur $h = EJ$.
   La base $EFGH$ de la pyramide étant un carré de côté $EF = AB$:

   $$\begin{aligned}\mathscr{V}_3(h) &= \frac{AB^2 \times EJ}{3}\\ &= \frac{(25 - 2 \times 6)^2 \times h}{3}\\ &= \frac{169}{3}h\end{aligned}$$

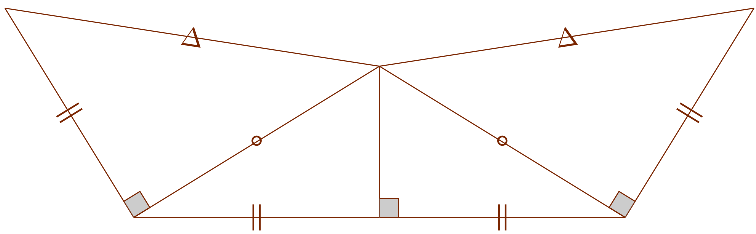
* Résolvons l'équation : $\mathscr{V}_2 = \mathscr{V}_3(h)$.
Cette dernière équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} 1014 &= \frac{169}{3}h \\ 1014\times\frac{3}{169} &= \frac{169}{3}h\times\frac{3}{169} \\ 1014\times\frac{3}{169} &= h \\ 18 &= h \end{aligned}$$

La boîte et la pyramide ont la même hauteur lorsque $h = 18$ cm.

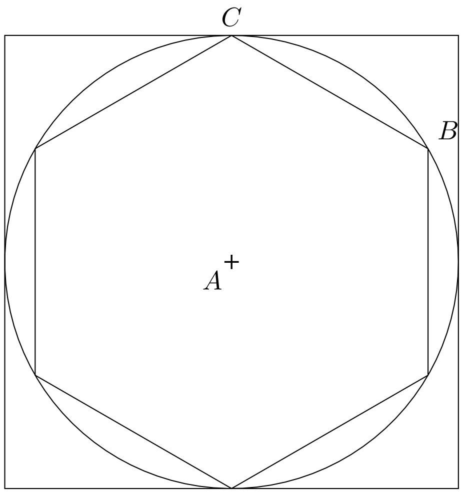
2. Pour des raisons esthétiques, l'artisan choisit $JE = 8$ cm.
Tracer sur la copie le patron de cette pyramide à l'échelle $1/4$.
Coder ce patron pour faire apparaître les angles droits et les segments de même mesure.

Traçons un patron de la pyramide.



Partie D : décoration de la boîte.

L'artisan souhaite utiliser les chutes restantes après la construction du patron de la boîte de chocolats (des carrés de 6 cm de coté) pour y dessiner le logo de sa pâtisserie, inscrit dans un hexagone régulier comme sur la figure ci-dessous.
A est le centre du carré, B et C deux sommets consécutifs de l'hexagone régulier.



1. Justifier que ABC est un triangle équilatéral.

   * Puisque $[AB]$ et $[AC]$ sont deux rayons d'un même cercle : $AB = AC$. Donc ABC est isocèle en A.
   * Comme de plus l'hexagone est régulier $\widehat{BAC}$ mesure un sixième de l'angle plein : $\widehat{BAC} = \frac{1}{6} \times 360 = 60$.
   * Comme la somme des angles d'un triangle vaut 180° :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{CBA} = 180$$

   Or ABC étant isocèle en A : $\widehat{ACB} = \widehat{CBA}$, donc :

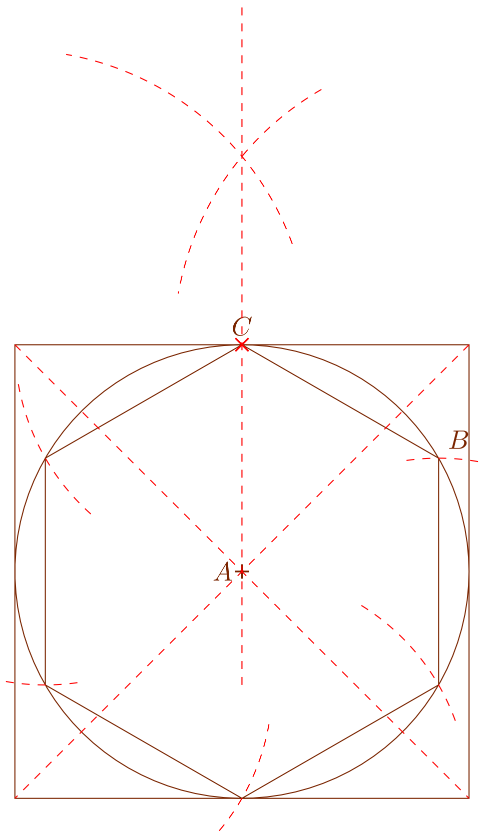
$$\begin{aligned} 60 + 2\widehat{ACB} &= 180 \\ 2\widehat{ACB} &= 120 \\ \widehat{ACB} &= 60 \end{aligned}$$

Ainsi tous les angles du triangle ont même mesure :

$\boxed{ABC \text{ est équilatéral.}}$

2. Reproduire cette figure en vraie grandeur sur la copie.

   Nous commençons par dessiner un carré de côté 6.

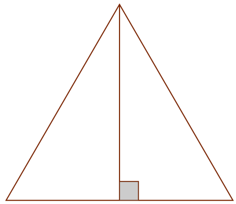


3. Calculer l'aire de l'hexagone. On donnera la valeur exacte et l'arrondi au mm^2.

   L'hexagone est formé de six triangles qui ont tous la même aire que ABC.

   Calculons l'aire, $\mathscr{A}(ABC)$ de ABC.

   Notons H le pied de la hauteur issue de A dans ABC et déterminons AH.



ABH est rectangle en H donc, d'après le théorème de Pythagore

$$BH^2 + HA^2 = AB^2.$$

D'une part $AB = 3$ et d'autre part, puisque ABC est équilatéral et que ses hauteurs et ses médianes se confondent H est le milieu de $[BC]$ et donc : $BH = \frac{3}{2}$. Ainsi :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 + HA^2 = 3^2.$$

D'où :

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{2}\right)^2 + HA^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 &= 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ AH^2 &= \frac{27}{4}\end{aligned}$$

AH est une longueur donc est positive :

$$\begin{aligned}AH &= \sqrt{\frac{27}{4}} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{3}\end{aligned}$$

Nous en déduisons

$$\begin{aligned}\mathscr{A}(ABC) &= \frac{1}{2}BC \times AH \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{9}{4}\sqrt{3}\end{aligned}$$

Et enfin, toutes les longueurs étant exprimées en centimètres, l'aire de l'hexagone est donc

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_3 &= 6 \times \mathscr{A}(ABC)\\ &= 6 \times \frac{9}{4}\sqrt{3}\ \text{cm}^2\\ &= \frac{27}{2}\sqrt{3}\ \text{cm}^2\\ &\approx 23{,}38268\ \text{cm}^2\end{aligned}$$

Comme $1\ \text{cm}^2 = 1 \times (0{,}1\ \text{cm})^2 = 0{,}01\ \text{cm}^2$ en arrondissant au mm^2

l'aire de l'hexagone est $27\sqrt{3} \approx 23{,}38\ \text{cm}^2$.

II Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1.

On peut lire sur la porte d'un magasin : -30 % **sur tous les articles**.

1. Calculer le prix soldé d'un article qui valait 132 €.

   Calculons le prix soldé, V_A.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 30 % est

$$\begin{aligned}CM_1 &= 1 + \frac{t}{100}\\ &= 1 + \frac{-30}{100}\\ &= 0{,}7\end{aligned}$$

   Donc la valeur d'arrivée après la baisse est de

$$\begin{aligned}V_A &= CM \times V_D\\ &= 0{,}7 \times 132\end{aligned}$$

   $V_A = 92{,}4$ €.

2. Calculer le prix initial d'un article dont le prix soldé est 29,40 €.

   Retrouvons la valeur de départ, V_D de l'article.

$$V_A = CM \times V_D.$$

   Or $V_A = 29{,}40$ et $CM = 0{,}7$ donc :

$$\begin{aligned} 29{,}40 &= 0{,}7 \times V_D \\ \frac{29{,}40}{0{,}7} &= \frac{0{,}7 \times V_D}{0{,}7} \\ 42 &= V_D \end{aligned}$$

   Le prix initial de l'article était 42 €.

3. En fin de période de soldes ce magasin propose une réduction supplémentaire de 20 % sur les prix déjà soldés. Le propriétaire annonce alors une baisse de 50 %. Cette annonce est-elle exacte ?

   Montrons avec un contre exemple que cela est inexacte.

   Considérons un article de $V_1 = 100$ €.
   Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 20 % est $CM_2 = 0{,}8$ donc le prix après les baisses de 30 puis 20 % est

$$\begin{aligned} V_2 &= CM_2\,(CM \times 100) \\ &= 0{,}8 \times 0{,}7 \times 100 \\ &= 56 \end{aligned}$$

   Alors que s'il avait subit une baisse de 50 % il vaudrait évidemment 50 euro.

   Cette annonce est inexacte.

4. Un article avait augmenté au cours de l'année de 5 % et a été soldé à 30 % ensuite.
   Quel est alors le pourcentage de réduction par rapport au prix initial ?

Déterminons le taux d'évolution global, t_g, correspondant à ces deux évolutions.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 5 % est

$$\begin{aligned} CM_3 &= 1 + \frac{t}{100} \\ &= 1 + \frac{5}{100} \\ &= 1{,}05 \end{aligned}$$

Donc le coefficient multiplicateur correspondant à ces deux évolutions successives est

$$\begin{aligned} CM_g &= CM_3 \times CM \\ &= 1{,}05 \times 0{,}7 \\ &= 0{,}735 \end{aligned}$$

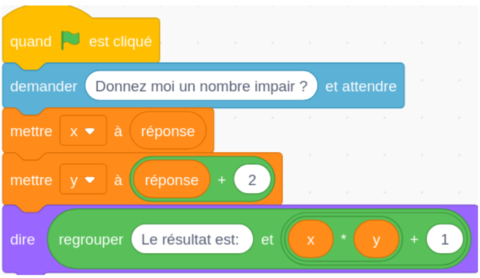
Le taux d'évolution correspondant est donc

$$\begin{aligned} t_g &= 100 \times (CM_g - 1) \\ &= 100 \times (0{,}735 - 1) \\ &= -26{,}5 \end{aligned}$$

Le prix a baissé de 26,5 %.

Exercice 2.

On considère l'algorithme ci-dessous programmé à l'aide du logiciel Scratch.



Télécharger le programme Scratch.

1. On décide d'entrer le nombre 7. Montrer que le résultat obtenu est 64.

   Construisons le tableau d'état des variables correspondant.

Instruction	réponse	x	y	dire
demander Donnez moi un nombre impair ?	7			
mettre x à réponse	7	7		
mettre y à réponse + 2	7	7	$7 + 2 = 9$	
dire regrouper Le résultat est: et x * y + 1	7	7	9	$7 \times 9 + 1 = 64$

Le résultat obtenu est bien 64.

2. On choisit 19 comme nombre de départ. Quel est alors le résultat ?

   Construisons le tableau d'état des variables correspondant.

Instruction	réponse	x	y	dire
demander Donnez moi un nombre impair ?	19			
mettre x à réponse	19	19		
mettre y à réponse + 2	19	19	$19 + 2 = 21$	
dire regrouper Le résultat est: et x * y + 1	19	19	21	$19 \times 21 + 1 = 400$

Le résultat obtenu en choisissant 19 est 400.

3. Démontrer que quel que soit le nombre impair choisi au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre et un multiple de 4.

   Soit n un entier impair.
   Puisque n est impair il existe un entier p tel que : $n = 2p + 1$.
   Dressons le tableau d'état des variables.

Instruction	réponse	x	y	dire
demander Donnez moi un nombre impair ?	$2p + 1$			
mettre x à réponse	$2p + 1$	$2p + 1$		
mettre y à réponse + 2	$2p + 1$	$2p + 1$	$2p + 1 + 2 = 2p + 3$	
dire regrouper Le résultat est: et x * y + 1	$2p + 1$	$2p + 1$	$2p + 3$	$(2p + 1) \times (2p + 3) + 1$

Ainsi le résultat est

$$\begin{aligned}
r &= (2p+1)(2p+3)+1\\
&= 2p\times 2p + 2p\times 3 + 1\times 2p + 1\times 3 + 1\\
&= 4p^2 + 6p + 2p + 3 + 1\\
&= 4p^2 + 8p + 4\\
&= 4(p^2 + 2p + 1)\\
&= 4(p+1)^2 \quad (1)\\
&= [2(p+1)]^2 \quad (2)
\end{aligned}$$

D'après (1) et (2) nous pouvons affirmer respectivement que

le résultat est un carré d'un entier et un multiple de 4.

Exercice 3.

Pour fêter le premier anniversaire de son ouverture, un magasin offre à ses clients des tickets à gratter. Certains tickets sont perdants, d'autres permettent de gagner des bons d'achat de 5 €, de 10 € ou de 100 €.

Au bout d'une journée, le commerçant comptabilise :

- 200 tickets perdants,
- 444 tickets à 5 €,
- 330 tickets à 10 €.

1. Combien y avait-il de tickets à 100 €, sachant que la moyenne des gains était de 8,12 € ?

Déterminons le nombre, n, de tickets à 100 €.

Le gain moyen pour un ticket est de

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}$$

Ce qui équivaut successivement à :

$$\begin{aligned}
8{,}12 &= \frac{200\times 0 + 444\times 5 + 330\times 10 + n\times 100}{200+444+330+n}\\
8{,}12 &= \frac{100n+5520}{n+974}\\
8{,}12\times(n+974) &= \frac{100n+5520}{n+974}\times(n+974)\\
8{,}12n + 7908{,}88 &= 100n + 5520\\
8{,}12n + 7908{,}88 - 100n &= 100n + 5520 - 100n\\
-91{,}88n + 7908{,}88 &= 5520\\
-91{,}88n + 7908{,}88 - 7908{,}88 &= 5520 - 7908{,}88\\
-91{,}88n &= -2388{,}88\\
\frac{-91{,}88n}{-91{,}88} &= \frac{-2388{,}88}{-91{,}88}\\
n &= 26
\end{aligned}$$

Il y avait 26 ticket à 100 €.

2. (a) Si les tickets à 100 € sont remplacés par des tickets 1000 €, quelle est la nouvelle moyenne des gains ?

Calculons le gain moyen.

$$\begin{aligned}
\overline{x} &= \frac{200\times 0 + 444\times 5 + 330\times 10 + 26\times 1000}{200+444+330+26}\\
&= 31{,}52
\end{aligned}$$

Le gain moyen est alors de 31,52 €.

(b) Expliquer pourquoi la médiane des gains n'est pas modifiée.

La médiane est la valeur du gain qui correspond à la limite entre la moitié constituée des plus petits gains et la moitié constituée des grands gains. Si les plus grandes valeurs sont augmentées cela ne modifie en rien la répartition en deux groupes, ni la valeur limite qu'est la médiane.

Notons s la valeur des plus gros gains donc 100 ou 1000 euros.

Déterminons la médiane de la série des gains.

Gains	0	5	10	n
Effectifs	200	444	330	26
E.C.C.	200	644	974	1000

* La série des gains est ordonnée dans le tableau.
* Position de la médiane. $\frac{N}{2} = \frac{1000}{2} = 500$. La série est paire donc la médiane se trouve entre la cinq-centième et la cinq-cent-unième valeurs de la série.
* Donc d'après les effectifs cumulés croissants :

$$\begin{aligned} Me &= \frac{5+5}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Nous avons pu déterminer la médiane sans faire intervenir la valeur des gros gains (pourvu qu'ils restent les gros gain).

> La médiane des gains n'est pas modifiée en augmentant les plus gros gains.

Exercice 4.

Lors d'une phase d'institutionnalisation, l'enseignante d'une classe de CM1 demande aux élèves de proposer une phrase pour dire ce qu'est un nombre décimal. Elle les invite à commencer leur phrase par « Un nombre décimal est... ».

Voici quatre propositions d'élèves :

Omar :

« Un nombre décimal est un nombre avec une virgule. »

Lucie :

« Un nombre décimal est un nombre entre deux entiers. »

Léo :

« Un nombre décimal est un nombre avec une partie entière avant la virgule et une partie décimale après la virgule. »

Aminata :

« Un nombre décimal est une fraction avec 10 ou 100 en bas. »

1. Expliquer pour chacune des quatre propositions, pourquoi elle n'est pas satisfaisante du point de vue des mathématiques et ne peut pas être retenue par l'enseignante.

   * La proposition d'Omar est fausse car 1,333… est un nombre avec une virgule mais n'est pas un nombre décimal.
   * La proposition de Lucie est fausse car $1 \leqslant \frac{1}{3} \leqslant 2$ et pourtant $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.
   * La proposition de Léo est fausse car, par exemple, 1,333… a une partie entière et une partie décimale et pourtant ce n'est pas un nombre décimal.
   * La proposition d'Aminata est fausse car, par exemple, $\frac{1}{1000}$ est un nombre décimal écrit sous forme de fraction et pourtant sont dénominateur n'est ni 10 ni 100.

2. Proposer une phrase commençant par « Un nombre décimal est... », que l'enseignante pourrait faire écrire aux élèves dans leur cahier lors de cette phase d'institutionnalisation.

   Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction dont le dénominateur est un multiple de 10.

III Troisième partie (14 points).

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

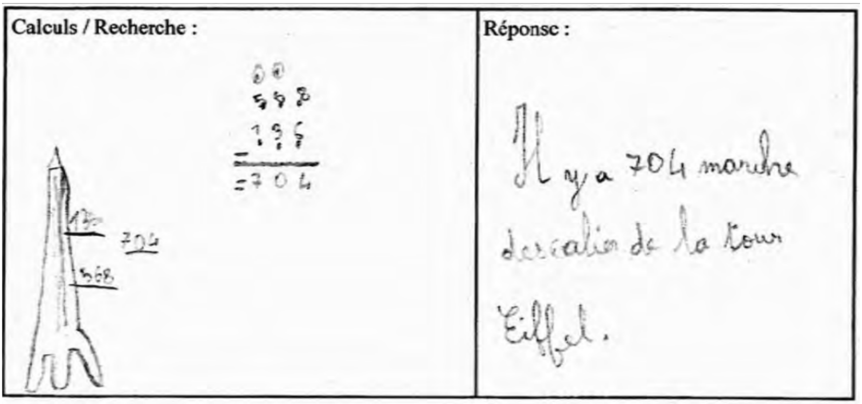
Situation 1.

Le problème suivant, inspiré des propositions de la banque outil Eduscol, a été proposé à des élèves de CE2.

> « *Jade monte au deuxième étage de la tour Eiffel. Elle a déjà monté* 568 *marches. Il reste* 136 *marches. Combien de marches y a-t-il pour monter au deuxième étage ?* »

Voici les productions de quatre élèves.

Élève A.



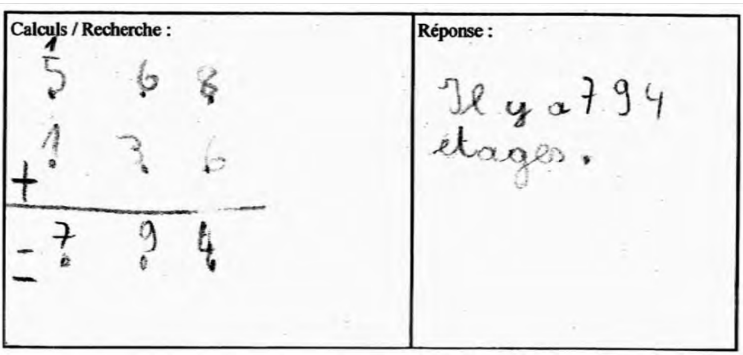
Calculs / Recherche :

568
136
= 704

Réponse :

Il y a 704 marche descalier de la tour Eiffel.

Élève B.



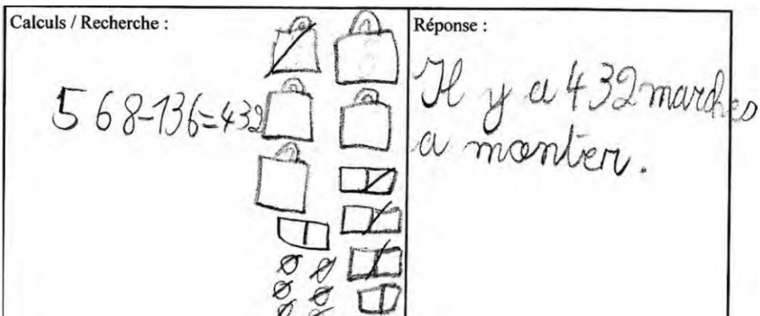
Calculs / Recherche :

5 6 8
+ 1 3 6
= 7 9 4

Réponse :

Il y a 7 9 4 étages.

Élève C.



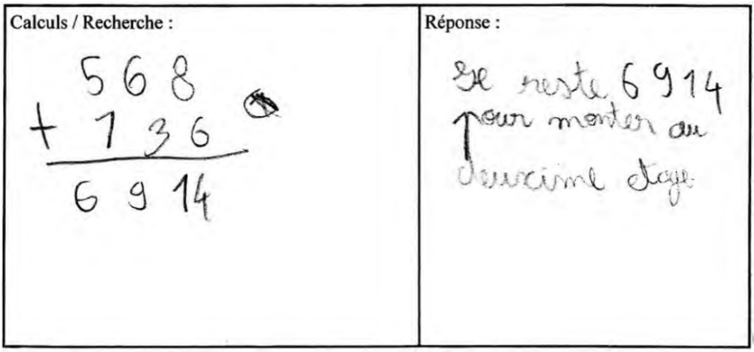
Calculs / Recherche :

568-136=432

Réponse :

Il y a 432 marches a monter.

Élève D.



1. Sur quel type de problèmes porte cet exercice ?

2. Les élèves A et C recourent à des schémas de la situation. Expliciter leur intérêt dans la procédure de l'élève.

3. Analyser chacune des productions des élèves B, C et D. Émettre une hypothèse sur l'origine des erreurs éventuelles.

4. (a) Quelle aide peut-on proposer à l'élève C pour qu'il comprenne mieux la situation ?

   (b) Quelle aide peut-on proposer aux élèves B et D pour qu'ils puissent progresser ?

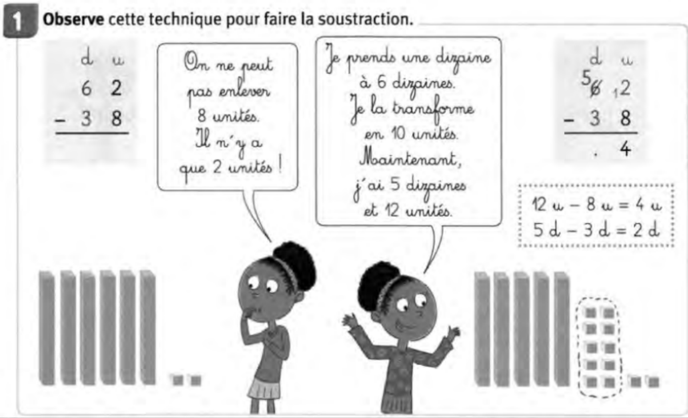
Situation 2.

Document 1 : « Vivre les maths CE1 » Nathan, éditions 2015, chapitre 119, la soustraction posée à retenue.

Document 2 : « Pour comprendre les mathématiques CE1 » Hachette éducation, éditions 2014, chapitre 136, la soustraction posée avec retenue.

Document 3 : copie d'une trace écrite du cahier de leçons d'un élève de CE1.

Document 1



Document 2

◗ Pour calculer une soustraction à retenue :

$$\begin{array}{rrrr} & 4 & 7 & 2 \\ - & 1 & 4 & 8 \\ \hline & & & \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 4 & 7 & 12 \\ - & 1 & 4 & 8 \\ & & 1 & \\ \hline & & & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 4 & 7 & 12 \\ - & 1 & 4 & 8 \\ & & 1 & \\ \hline & 3 & 2 & 4 \end{array}$$

① **Je soustrais d'abord les unités :** 8 pour aller à 2… Je ne peux pas.

8 pour aller à 12, ça fait 4.

② **Je continue avec les dizaines :** 4 + 1, ça fait 5. 5 pour aller à 7, ça fait 2.
③ **Puis les centaines :** 1 pour aller à 4, ça fait 3.

Document 3 : Copie d'une trace écrite du cahier de leçons d'un élève de CE1

Calcul en ligne

$85 - 18 = 87 - 20$ $= 67$	Enlever 18 c'est difficile mais enlever 20 c'est plus facile ! On ajoute 2 à 85 et à 18. On effectue l'opération 87 – 20 « dans sa tête ».
$289 - 47 = 282 - 40$ $= 242$	Enlever 47 c'est difficile mais enlever 40 c'est plus facile ! On enlève 7 à 289 et à 47 On effectue l'opération 282 – 40 « dans sa tête ».
$472 - 148 = 474 - 150$ $= 424 - 100$ $= 324$	On ajoute 2 aux deux nombres On enlève 50 aux deux nombres On effectue l'opération « dans sa tête ».

1. Sur quelle(s) connaissance(s) mathématique(s) s'appuie chacune des méthodes proposées pour effectuer une soustraction dans les deux présentations des manuels (documents 1 et 2) ?

2. Quelle propriété mathématique justifie la méthode proposée dans le document 3 ?

3. Dans le cadre de l'apprentissage de la soustraction, donner un avantage et un inconvénient de chacune des présentations de la technique opératoire de la soustraction proposées dans les trois documents.

Situation 3.

Voici trois extraits de manuels de mathématiques :

L'essentiel

Pour multiplier un nombre par 10, 100 ou 1000, on écrit un, deux ou trois zéros à la droite de ce nombre

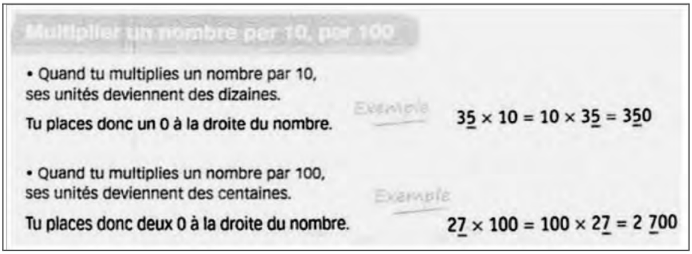
25 × 10 = 250 25 × 100 = 2500 25 × 1000 = 25000

Figure 1 : Extrait du manuel A "Pour comprendre les mathématiques" - CM1, Hachette (2016).

Je retiens

- **Multiplier** un nombre **par 10, 100, 1 000**... revient à le rendre **10, 100, 1000 fois plus grand**.
  Ex.: 42 × 10 = 42 dizaines = 420
  42 × 100 = 42 centaines = 4 200
  42 × 1 000 = 42 milliers = 42 000
- Quand on **multiplie** un nombre **par 20**, on multiplie d'abord ce nombre **par 2**, puis **par 10**.
  Ex.: 21 × 20 = (21 × 2) × 10 = 42 × 10 = 420
- Quand on **multiplie** un nombre **par 300**, on multiplie d'abord ce nombre **par 3**, **puis par 100**.
  Ex.: 13 × 300 → (13 × 3) × 100 = 39 × 100 = 3 900
- Multiplier par 10 est très utile pour évaluer un ordre de grandeur du résultat.
  Ex: 39 × 81, c'est proche de 40 × 80 = 3 200

Figure 2 : Extrait du manuel B "Les nouveaux outils pour les maths" - CM1, Magnard (2016).



Multiplier un nombre par 10, par 100

- Quand tu multiplies un nombre par 10, ses unités deviennent des dizaines.
Tu places donc un 0 à la droite du nombre.

Exemple : $35 \times 10 = 10 \times 35 = 350$

- Quand tu multiplies un nombre par 100, ses unités deviennent des centaines.
Tu places donc deux 0 à la droite du nombre.

Exemple : $27 \times 100 = 100 \times 27 = 2\,700$

Figure 3 : Extrait du manuel C "Maths" Cycle 3, Hatier (2016).

1. Ces extraits de manuels abordent le même savoir mathématique. Quel est-il ?
2. Analyser ces extraits de manuels au regard de l'apprentissage visé.
3. Suivant l'approche sous-tendue par le manuel utilisé, quelles difficultés les élèves risquent-ils de rencontrer au cycle 3 ?