

Épreuve de mathématiques CRPE 2017 groupe 1.

Lien vers le corrigé seul : [pdf](#).

Durée : 4 heures.

Épreuve notée sur 40.

I Première partie (13 points).

Présentation du problème.

Une entreprise de BTP est mandatée pour étudier la faisabilité de la réalisation d'une portion d'autoroute et d'un nouvel échangeur dans la région de Bordeaux / Brive-la-Gaillarde / Montauban.

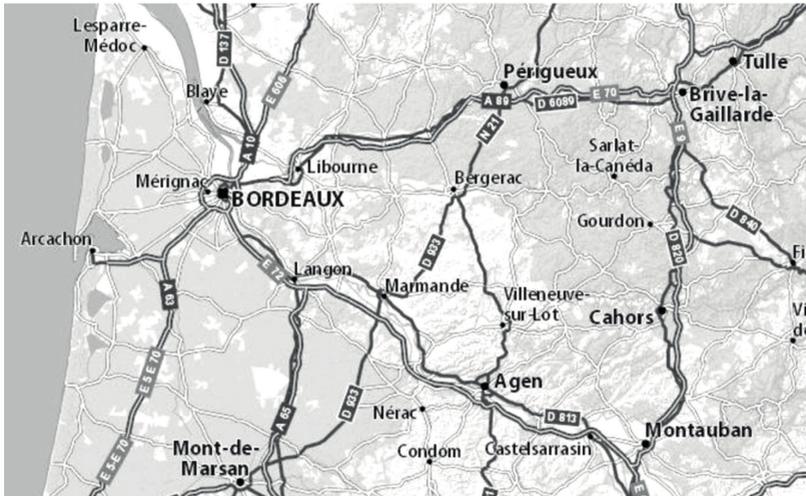


Figure 1 : Source = <http://www.viamichelin.fr/>

1. Représentation géométrique.

À vol d'oiseau, il y a 204,4 km entre Brive-la-Gaillarde et Bordeaux, 210 km entre Bordeaux et Montauban et 145,6 km entre Montauban et Brive-la-Gaillarde.

On admet que cette situation géographique est modélisée par un triangle ABC , construit à une certaine échelle, dans lequel A représente Bordeaux, B représente Brive-la-Gaillarde et C représente Montauban.

Dans ce triangle, la longueur AB est 7,3 cm.

- (a) Montrer que la longueur AC est 7,5 cm et que la longueur BC est 5,2 cm.

- (b) Construire le triangle ABC .
- (c) Déterminer l'échelle utilisée pour modéliser la situation.

2. Étude de faisabilité.

Dans le cadre d'un projet d'extension, la société d'exploitation mandate une entreprise de BTP pour étudier la construction d'une portion d'autoroute reliant Brive-la-Gaillarde et l'autoroute entre Bordeaux et Montauban. On cherche à construire la portion d'autoroute la plus courte possible.

Sur la figure construite précédemment, on note D le point du segment $[AC]$ tel que la distance BD soit la plus courte possible. Le point D représente l'emplacement de l'échangeur à construire.

- (a) Placer le point D sur la figure et indiquer ce que représente la droite (BD) dans le triangle ABC .
- (b) Les formules trigonométriques et un théorème appelé théorème d'Al Kashi permettent d'établir l'égalité (admise) :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AC \times AD.$$

En utilisant l'égalité ci-dessus, montrer que $AD = 5,5$ cm.

- (c) En déduire les longueurs CD et BD .

3. Validation du projet.

Il s'avère que l'échangeur ne peut être placé à cet endroit car il serait situé dans une zone protégée.

Sur la figure construite précédemment, E désignera l'emplacement définitivement choisi pour l'échangeur et donc $[BE]$ la portion d'autoroute à réaliser. On appelle E le point du segment $[AD]$ tel que $[ED]$ mesure 0,9 cm

- (a) Déterminer la mesure en degré, arrondie au centième de degré, de l'angle \widehat{DBE} .
- (b) Calculer la longueur BE , arrondie au centième de centimètre.
- (c) En déduire la longueur, en kilomètre, arrondie au dixième de kilomètre près de la portion d'autoroute qui sera réalisée.

4. Tarification.

Après validation, le projet a été réalisé. La société d'exploitation des autoroutes propose des badges à ses usagers.

Mme Dupuis, enseignante à Brive, emprunte cette nouvelle portion d'autoroute chaque jour, matin et soir. Elle hésite entre les deux propositions suivantes :

Tarif 1	Tarif 2
Sans badge, un aller simple coûte 12,40 €.	Un badge coûte 30 € par an et donne lieu à une réduction de 20 % par aller simple.

- (a) Le graphique ci-dessous représente le coût global pour chaque tarif en fonction du nombre d'allers simples effectués.

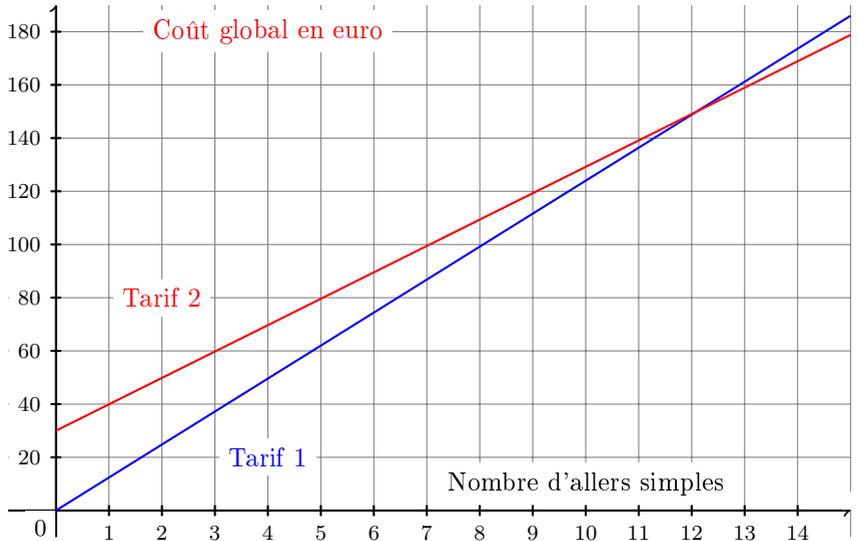


Figure 1 : Coût global en euros en fonction du nombre d'allers simples.

Déterminer graphiquement à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

- (b) Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $f(x)$, en euro, selon le tarif 1.
- (c) Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $g(x)$, en euro, selon le tarif 2.
- (d) Retrouver par le calcul à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

5. Les dangers de l'autoroute.

Information :

Pour un véhicule, la distance d'arrêt D_a correspond à la somme de la distance de réaction D_r et la distance de freinage D_f :

$$D_a = D_r + D_f.$$

La distance de réaction D_r est la distance parcourue par le véhicule pendant le temps que met le conducteur pour réagir. Le temps de réaction est d'une seconde pour un conducteur en bonne forme et de deux secondes pour un conducteur fatigué.

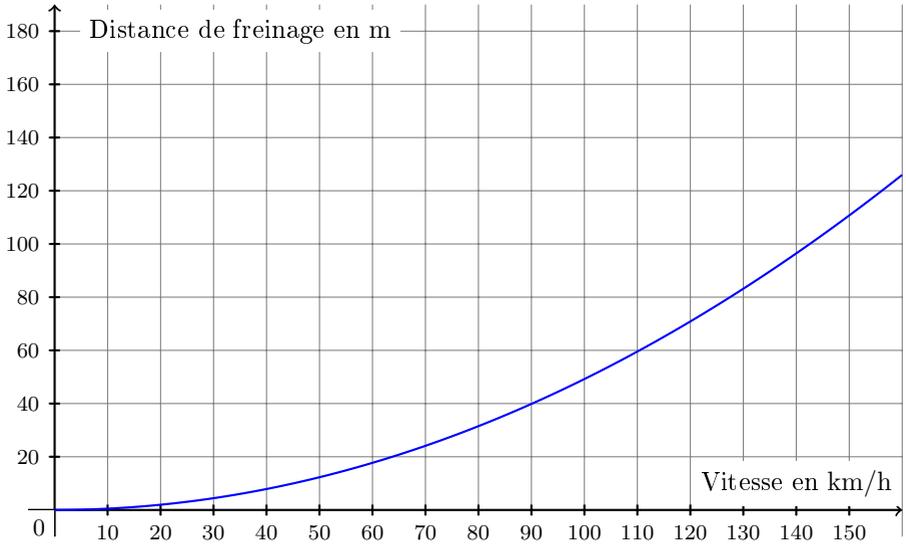
La distance de freinage, exprimée en mètre, est donnée par la formule $D_f = \frac{v^2}{254 \times C_{fl}}$, où v est la vitesse en kilomètre par heure et C_{fl} désigne le coefficient de frottement longitudinal. La distance obtenue est exprimée en mètre.

On admet que le coefficient C_{fl} vaut 0,8 sur route sèche et que sur route mouillée ce coefficient est divisé par deux.

inspiré de : http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/college/troisieme/cours/distance_arret/Distance_arret.pdf

Une voiture roule à 120 km/h sur l'autoroute. La chaussée est sèche et le conducteur est fatigué. Tout à coup, un cerf surgit sur la voie et s'arrête, tétanisé par les feux de la voiture. L'animal se trouve à 150 m de la voiture.

- Calculer la distance de réaction D_r , arrondie au dixième de mètre, pour cette voiture conduite par un conducteur fatigué.
- On donne ci-dessous la courbe correspondant à la distance de freinage D_f sur route sèche en fonction de la vitesse. Indiquer si la collision avec le cerf pourra être évitée. Justifier.



Distance de freinage en mètre, en fonction de la vitesse en km/h.

- (c) Exprimer une formule à écrire dans la cellule B3 du tableau ci-dessous pour calculer la distance de freinage D_f , en mètre, formule que l'on fera ensuite glisser pour l'étendre aux autres cellules de la colonne B du tableau.

B3		A	B
1	Distance de freinage		
	Route sèche		
2	V (km / h)	D_f (m)	
3	10		
4	20		
5	30		
6	40		
7	50		
8	60		
9	70		
10	80		
11	90		
12	100		
13	110		
14	120		
15	130		
16			

II Deuxième partie (13 points).

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 1.

Au mois de février 2017, on a interrogé 12 527 personnes de plus de 15 ans à la sortie du métro, à propos du nombre de fois où elles sont allées au restaurant pendant le mois de janvier 2017. Chaque personne sondée est enregistrée par un numéro, de 1 à 12 527.

Le tableau ci-dessous présente des résultats, selon la classe d'âge des personnes interrogées.

	De 15 à 25 ans	De 26 à 44 ans	De 45 à 60 ans	Plus de 60 ans	Total
Pas du tout		82	415	147	666
Un fois	682		1 243	589	
Deux fois		634	552	138	1 737
Trois fois	174	95			1 907
Quatre fois ou plus	251	418	923	317	
Total	1 542		3 517	2 445	

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.
2. On tire au hasard un des numéros correspondant aux personnes interrogées, en supposant que chacun a la même probabilité d'être choisi.
 - (a) Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui est allée exactement deux fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017.
 - (b) Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui a moins de 45 ans.
 - (c) Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui a plus de 60 ans et qui est allée au moins trois fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017.

Exercice 2.

On utilise le programme ci-dessous.



1. Quel résultat s'affiche si l'on choisit d'entrer le nombre 7 ?
2. Quel résultat s'affiche si l'on choisit d'entrer le nombre 12,7 ?
3. Quel résultat s'affiche si l'on choisit d'entrer le nombre -6 ?

Exercice 3.

Indiquer si les affirmations suivantes sont justes ou fausses en justifiant la réponse.

Une réponse exacte, mais non justifiée, ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève aucun point.

1. Affirmation : « 117 est un nombre premier. »
2. (a) Affirmation : « Pour n'importe quel nombre entier n , $(n+2)^2 - (n-2)^2$ est un multiple de 8. »
 (b) Affirmation : « Pour n'importe quel nombre entier n , $(n+2)^2 - (n-2)^2$ est un multiple de 32. »
3. Affirmation : « Il existe au moins un nombre entier pair supérieur à 7, divisible par 3 mais divisible ni par 9 ni par 4. »
4. Affirmation : « 6 est l'unique solution de l'équation $(x-7)(x+4) = (x-7)(16-x)$. »

5. On réduit respectivement la largeur et la longueur d'un rectangle de 20 % et de 10 %.

Affirmation : « L'aire du rectangle ainsi obtenu a diminué de 28 % »

6. Un rectangle a une longueur et une largeur qui mesurent respectivement 6 cm et 9 cm. On réduit la largeur de 20 % et la longueur 10 %.

Affirmation : « Le périmètre du rectangle ainsi obtenu a diminué de 15 % . »