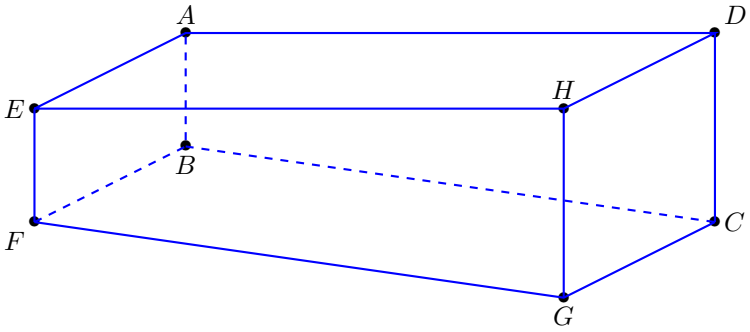
Épreuve de mathématiques CRPE 2016 groupe 1.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie. (13 points)

Monsieur Durand souhaite faire construire une piscine. Cette piscine est représentée sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle.



— La surface horizontale apparente $EADH$ est rectangulaire ;
— le fond $FBCG$, également rectangulaire, est en pente douce ;
— les parois verticales $EABF$ et $HDCG$ sont rectangulaires ;
— la paroi verticale $ABCD$ est un trapèze rectangle en A et D ;
— la paroi verticale $EFGH$ est un trapèze rectangle en E et H.

La piscine peut être vue comme un prisme droit de bases trapézoïdales $ABCD$ et $EFGH$.

Dimensions de la piscine de Monsieur Durand.

La profondeur minimale EF et la profondeur maximale HG de la piscine sont fixées :

$$EEF = 1,10 \text{ m} \quad \text{et} \quad HG = 1,50 \text{ m}.$$

La longueur EH et la largeur AE de la piscine restent à déterminer.

Pour des raisons d'esthétique, Monsieur Durand souhaite que **la longueur de la piscine soit** $1,6$ **fois sa largeur**.

On rappelle les formules suivantes :

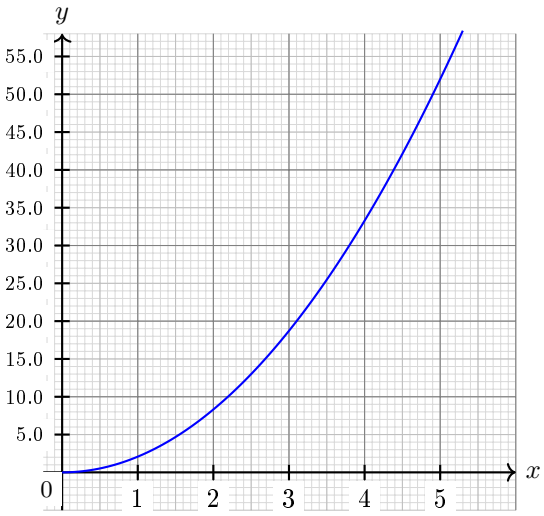
$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \textit{hauteur}}{2}$$

$$\text{Volume du prisme droit} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

A. Volume de la piscine.

1. Étude graphique.

Le graphique donné ci-après représente le volume, en mètre cube, de la piscine en fonction de sa largeur, en mètre.



Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :

(a) Quel est le volume, en mètre cube, de la piscine si la largeur vaut 3 m ? Arrondir à l'unité.

(b) Quelles la largeur, en mètre, de la piscine si son volume est de 27 m^3 ? Arrondir au dixième.

(c) Donner un encadrement du volume, en mètre cube, de la piscine si sa largeur est comprise entre 4 m et 5 m. Arrondir les valeurs utilisées à l'unité.

2. **Étude algébrique.**

   (a) Démontrer que le volume de la piscine, exprimé en mètre cube, est donné par la formule

   $$V(x) = 2,08x^2$$

   où x désigne la largeur, en mètre, de la piscine.

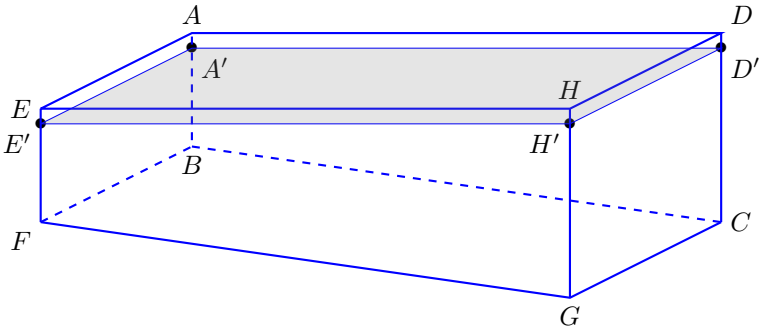
   (b) Déterminer par le calcul la valeur exacte de la largeur de la piscine correspondant à un volume de 52 m^3.

B. Mise en eau.

Monsieur Durand a choisi pour sa piscine une largeur de 5 m et une longueur de 8 m.

Cette piscine est maintenant construite.

1. Monsieur Durand souhaite que le niveau d'eau soit à 10 cm du bord de la piscine. Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.



   (a) Montrer que la piscine contient alors 48 m^3 d'eau. On peut utiliser les résultats de la partie A.

   (b) Monsieur Durand utilise un tuyau d'arrosage dont le débit est de 18 litres par minute. Quelle est la durée de remplissage de la piscine ? Donner la réponse en jours, heures et minutes, arrondie à la minute.

2. Un dimanche matin à 8 h, le volume d'eau de la piscine est de 48 m^3. Le dimanche suivant à 8 h, Monsieur Durand constate que le niveau d'eau a baissé de 5 cm.

   (a) Déterminer la quantité d'eau perdue en une semaine.

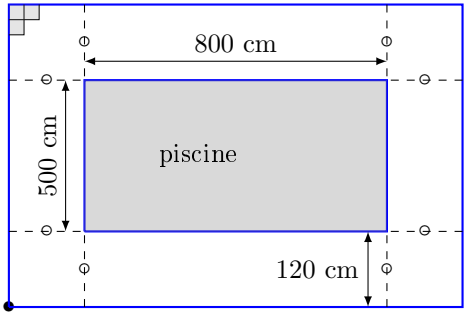
   (b) Quel est le pourcentage de la quantité d'eau initiale cela représente-t-il ? Arrondir le résultat au dixième.

C. Dallage du sol autour de la piscine.

Monsieur Durand veut faire poser des dalles carrées autour de la piscine sur une largeur de 120 cm comme indiqué sur le schéma ci-après où on a représenté dans le coins supérieur gauche la disposition des premières dalles convenue avec le carreleur.

Les dalles utilisées sont toutes identiques et la longueur, en centimètres, de leur côté est un nombre entier.

On néglige l'épaisseur des joints.



1. Monsieur Durand souhaite ne pas avoir à couper de dalles. Quelles sont toutes les valeurs possibles pour la longueur du côté des dalles carrées.

2. Monsieur Durand choisit des dalles carrées de 20 cm de côté .

   (a) Combien de dalles seront utilisées ?

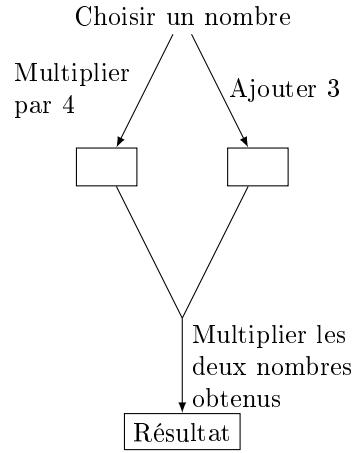
   (b) En déduire le nombre de dalles nécessaires, s'il avait choisit des dalles carrées de 5 cm de côté.

II Deuxième partie. (13 points)

Cette partie est constituée de quatre exercices indépendants.

Exercice 1.

Voici deux programmes de calcul :

Programme 1	Programme 2
— Ouvrir une feuille de calcul de tableur. — Choisir un nombre. — Entrer ce nombre en cellule $A1$. — Saisir en cellule `B1` la formule : $=(2*\texttt{A1}+3)*(2*\texttt{A1}+3)-9$. — Appuyez sur la touche « Entrer ». — Lire la valeur numérique affichée en cellule `B1`.	

1. (a) Montrer que si on choisit 3 comme nombre de départ, alors le résultat obtenu avec chaque programme est 72.

   (b) Calculer le résultat obtenu avec chaque programme si on choisit $-\frac{5}{4}$ comme nombre départ.

2. Obtient-on toujours le même résultat avec les programmes 1 et 2 quel que soit le nombre choisi au départ ? Justifier.

3. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir pour obtenir 0 avec le programme 1 ? Justifier.

Exercice 2.

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Une réponse fausse n'enlève pas de points, une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Affirmation 1 : « Le produit de deux nombres décimaux strictement positifs a et b est plus grand qu'au moins un de ces nombres. »

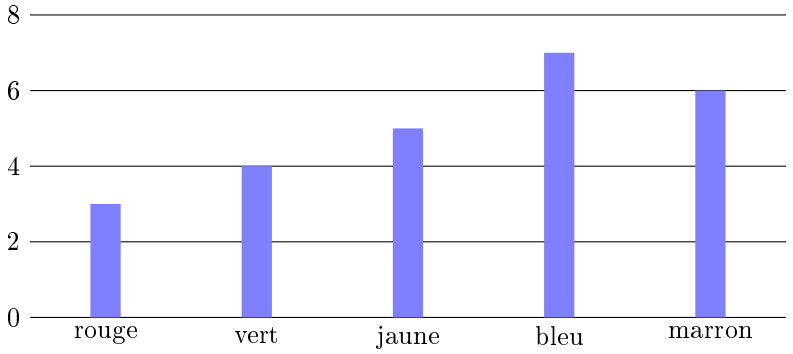
Affirmation 2 : « Pour tout entier naturel n le nombre $(n+1)^2-(n-1)^2$ est un multiple de 4. »

Affirmation 3 : « Pour tout entier naturel n le nombre $(n-1)(n+1)-1$ est le carré d'un nombre entier. »

Exercice 3.

Une urne contient des boules de couleurs différentes indiscernables au toucher.

Le nombre de boules de chaque couleur dans cette urne est indiqué sur le diagramme ci-dessous :



1. On tire au hasard une boule dans l'urne. On regarde sa couleur et on la remet dans l'urne. Quelle est la probabilité que la boule tirée soit bleue ?

2. On souhaite que la probabilité de tirer une boule bleue soit supérieure ou égale à $0,4$. Combien de boules bleues doit-on ajouter au minimum dans l'urne avant le tirage pour qu'il en soit ainsi ?

3. On considère à nouveau l'urne dont la composition est donnée par le diagramme ci-dessus. Combien de boules rouges doit-on ajouter au minimum dans l'urne avant le tirage pour que la probabilité d'obtenir une boule bleue à l'issue d'un tirage au hasard d'une boule soit inférieure ou égale à $0,2$?

Exercice 4.

Soit ABC un triangle tel que $AB = 65$ cm, $AC = 56$ cm et $BC = 33$ cm. Soit R le point du segment $[AB]$ tel que $AR = 39$ cm. La perpendiculaire à $[AC]$ passant par R coupe (AC) en S.

1. Réaliser un figure à l'échelle $1/10$.

2. Démontrer que (RS) et (BC) sont parallèles.

3. En déduire la longueur AS.

4. Déterminer la mesure en degré de l'angle $\widehat{ARS}$ arrondie à l'unité.

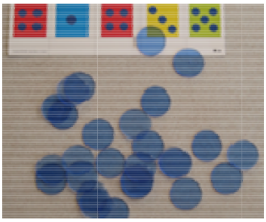
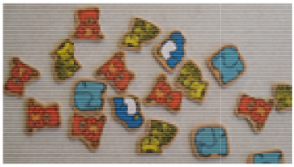
III Troisième partie. (14 points)

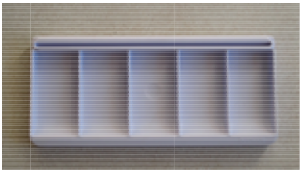
Situation 1.

Un enseignant de Moyenne Section de maternelle utilise le jeu ci-dessous avec ses élèves.

Atelier Boîtes à compter 1, Nathan, 2003

La boîte contient le matériel suivant :

Des jetons classiques transparents	Des jetons-animaux opaques
	

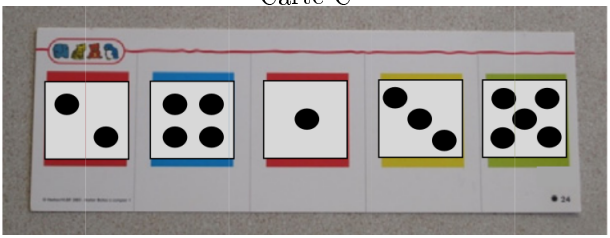
Des boîtes à compter où l'on insère une carte	
	

Des cartes variées comme par exemple

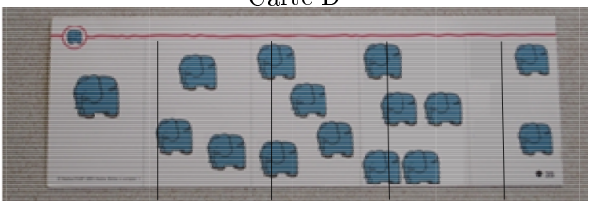
Carte A

Carte B

Carte C



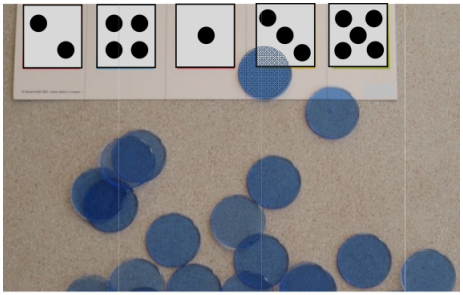
Carte D



Pour chaque élève, l'enseignant choisit une carte et des jetons (animaux ou classiques). L'objectif du maître est de faire réaliser par l'élève des collections de jetons de cardinaux identiques à ceux de la carte.

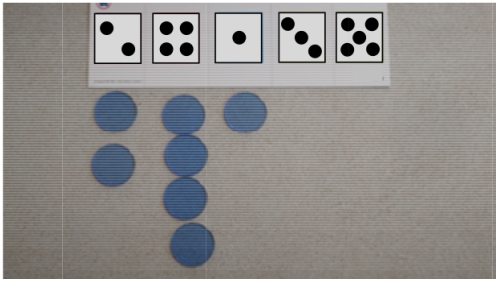
1. (a) Pour chacune des configurations matérielles ci-dessous :
   - donner deux méthodes que pourraient utiliser les élèves pour dénombrer les collections proposées.
   - donner deux erreurs que les élèves sont susceptibles de faire en réalisant les collections.

Configuration 1 carte D + boîte + jetons-tigre

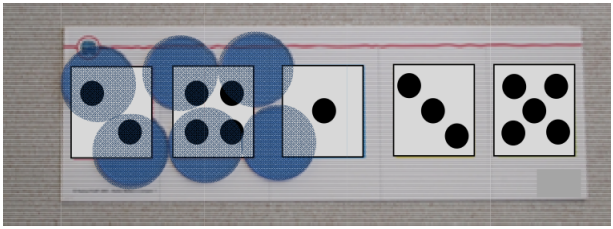
Configuration 2 carte C + pas de boîte + jetons classiques


(b) Voici deux réalisations d'élèves pour la *configuration 2*.
Que semblent-t-il avoir compris tous les deux ? Analyser les différences éventuelles.

Louise



Kévin



2. Voici une autre production d'élève en réponse à un autre configuration matérielle.

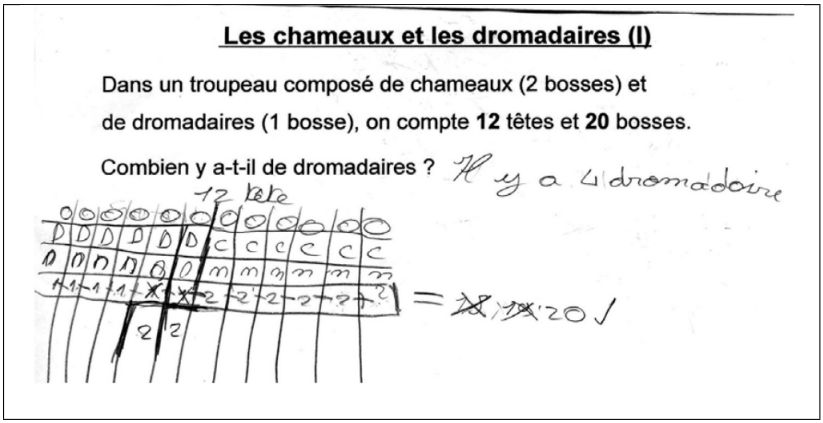
Citer une facilité et une difficulté qu'apporte le choix d'une configuration matérielle incluant une boîte.

Situation 2.

Le problème suivant est proposé à une classe de cycle 3.

« Les chameaux et les dromadaires »
Dans un troupeau composé de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse), on compte 12 têtes et 20 bosses.
Combien y a-t-il de dromadaires

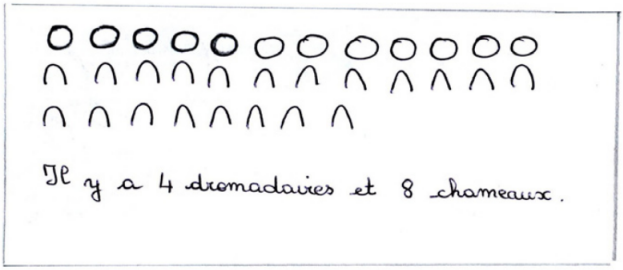
1. Voici la réponse de Quentin.



   (a) Expliquer sa démarche.

   (b) Appliquer le raisonnement de Quentin au problème suivant : « Dans un troupeau de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse), on compte 150 têtes et 216 bosses. Combien y a-t-il de dromadaires ? »

2. Voici la réponse de Ramia.



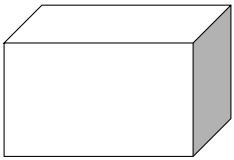
   (a) Expliquer sa démarche.

   (b) Applique le raisonnement de Ramia au problème suivant : « Dans un troupeau de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse), on compte 546 têtes et 700 bosses. Combien y a-t-il de dromadaires ? »

Situation 3.

L'exercice suivant est donné à des élèves de CM2.

L'aquarium de Pierre a la forme d'un pavé droit.
Quand il verse 4 litres d'eau dans l'aquarium, le niveau monte de 2 cm.



A - De combien monte le niveau d'eau quand il verse 8 litres ?

B - De combien monte le niveau d'eau quand il verse 6 litres ?

C - Combien de litres doit-il verser pour que le niveau d'eau monte de 14 cm ?

Extrait de l'Évaluation Nationale des Acquis des élèves en CM2, mai 2012.

Proposer trois résolutions différentes pour la question B qui peuvent être attendues d'un élève de CM2. Expliciter les propriétés mathématiques sous-jacentes.