Épreuve de mathématiques CRPE 2015 groupe 1.

Lien vers le corrigé seul : pdf.

Lien vers le sujet seul : pdf.

Durée : 4 heures.
Épreuve notée sur 40.

I Première partie : problème. 13 points

Dans tout le problème on travaille dans un réseau pointé à maille carrée.
On notera une unité de longueur 1 *u.l.* et une unité d'aire 1 *u.a.*.

On appelle polygone de Pick, un polygone non aplati construit sur un tel réseau et dont chacun des sommets est un point du réseau.

L'objet de ce problème est le calcul d'aires de polygones de Pick.

A : Calcul de l'aire d'un polygone de Pick sur un exemple.

Calculer l'aire du polygone $ABCDEF$ (figure 1), en unité d'aire. Expliciter les étapes du raisonnement.

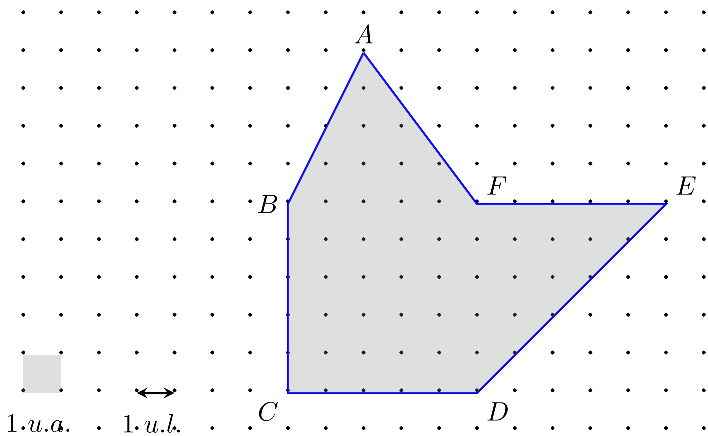
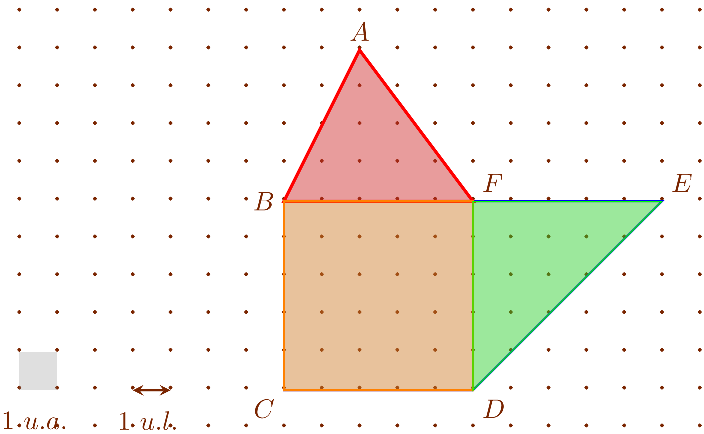


figure 1

Calculons l'aire $\mathcal{A}(ABCDEF)$ du polygone $ABCDEF$.

On décompose le polygone en un carré et deux triangles et on peut ainsi calculer l'aire :



$$\mathcal{A}(ABCDEF) = \mathcal{A}(ABF) + \mathcal{A}(DEF) + \mathcal{A}(BCDF)$$

Calculons chacune des aires.

Pour le triangle ABF la longueur de la hauteur issue de A est facilement lisible. Si on note H le pied de la hauteur issue de A :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(ABF) &= \frac{AH \times BF}{2}\\ &= \frac{4 \times 5}{2}\\ &= 10\ u.a.\end{aligned}$$

Le triangle DEF est rectangle en F donc :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(DEF) &= \frac{FD \times FE}{2}\\ &= \frac{5 \times 5}{2}\\ &= \frac{25}{2}\ u.a.\end{aligned}$$

Et pour le carré :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(BCDF) &= BC \times CD \\ &= 5 \times 5 \\ &= 25\ u.a.\end{aligned}$$

on somme les aires (disjointes) :

$$\mathcal{A}(ABCDEF) = 10 + \frac{25}{2} + 25$$

$$\boxed{\mathcal{A}(ABCDEF) = \tfrac{95}{2}\ u.a..}$$

Une formule trouvée sur Internet sous le nom de formule de Pick prétend permettre de calculer l'aire $\mathcal{A}$ d'un polygone de Pick, à partir du nombre i de points du réseau strictement intérieurs à ce polygone et du nombre b de points du réseau sur le bord du polygone :

$$\boxed{\mathcal{A} = i + \frac{b}{2} - 1.}$$

Le résultat est en unité d'aire avec 1 $u.a$ = aire d'un carré unité.

Par exemple, pour le polygone ci-dessous : $i = 15$ et $b = 16$, donc, en utilisant la formule $\mathcal{A} = 15 + \dfrac{16}{2} - 1 = 22$.

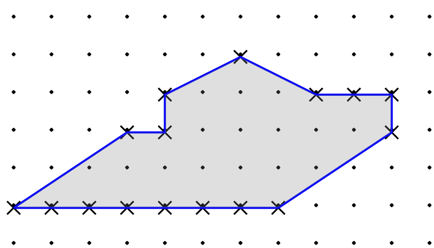


figure 2

B : Utilisation de la formule de Pick sur un exemple.

1. Appliquer cette formule au polygone $ABCDEF$ de la *figure 1* et vérifier que l'on retrouve bien son aire.

   Nous lisons sur le dessin :
   $$\begin{cases} i = 37 \\ b = 23 \end{cases}$$
   Donc :
   $$i + \frac{b}{2} - 1 = \frac{95}{2}$$
   On retrouve bien l'aire obtenue dans la partie A.

2. **Propriété d'additivité des aires.**
   Appliquer la formule de Pick aux deux polygones de Pick $ABCDF$ et DEF de la *figure 1*.
   Vérifier que la somme des résultats obtenus est égale au résultat trouvé à la question **B.1**.

   * Vérifions la formule de Pick pour $ABCDF$.
     $$\begin{cases} i = 27 \\ b = 18 \end{cases}$$
     Donc :
     $$i + \frac{b}{2} - 1 = 35.$$
   * Vérifions la formule de Pick pour DEF.
     $$\begin{cases} i = 6 \\ b = 15 \end{cases}$$
     Donc :
     $$i + \frac{b}{2} - 1 = \frac{25}{2}.$$
   * Nous en déduisons par sommation (les surfaces étant disjointes) l'aire de $ABCDEF$:

$$\begin{aligned} \mathscr{A}(ABCDEF) &= 35 + \frac{25}{2} \\ &= \frac{95}{2} \end{aligned}$$

Nous retrouvons bien le résultat de la question B.1.

Les parties **C** et **D** sont indépendantes.

C : Quelques conséquences de la formule de Pick.

Dans cette partie du problème, on admet que la formule est vraie dans le cas général.

1. Prouver qu'il ne peut pas y avoir de polygone de Pick d'aire 7,5 avec b pair.

   Démontrons qu'il ne peut y avoir de polygone de Pick d'aire 7,5 avec b pair en raisonnant par l'absurde.

   Supposons qu'il existe deux entiers naturels i et b, avec b pair, tels que l'aire du polygone soit 7,5 et démontrons que cela conduit nécessairement à une contradiction.

   Puisque b est pair il existe une entier naturel b_1 tel que : $b = 2b_1$.
   L'aire étant de 7,5, d'après la formule de Pick nous avons :

   $$i + \frac{b}{2} - 1 = 7{,}5$$

   Ce qui équivaut à :

   $$i + b_1 = 8{,}5$$

   Ce qui est impossible puisque la somme de deux entiers naturels est encore un entier naturel (ou $(\mathbb{Z},+)$ est un groupe).
   Ainsi

   nous avons montré par l'absurde qu'il ne peut y avoir de polygone de Pick d'aire 7,5 avec b.

2. On considère un polygone de Pick d'aire 7,5. Démontrer que la valeur maximale que peut prendre b est 17.
   Tracer sur la copie un réseau pointé à maille carrée, et sur ce réseau un polygone de Pick correspondant à cette valeur.

   Déterminons le maximum de b.

   Nous faisons la démonstration en deux étapes : d'abord s'assurer que b est inférieur à 17 puis qu'il existe au moins un polygone pour lequel $b = 17$.

* Si le polygone de Pick a une aire 7,5, alors nous avons successivement :

$$\begin{aligned} i+\frac{b}{2}-1 &= 7{,}5 \\ 2\times\left(i+\frac{b}{2}-1\right) &= 2\times 7{,}5 \\ 2\times i+2\times\frac{b}{2}-2\times 2 &= 15 \\ 2i+b-2+2 &= 15+2 \\ 2i+b &= 17 \end{aligned}$$

Et comme i est positif :

$$b \leqslant 17$$

Ainsi la valeur de b ne peut pas excéder 17. 17 est un majorant de b. Il nous reste à vérifier que nous pouvons effectivement trouver un polygone pour lequel $b = 17$.

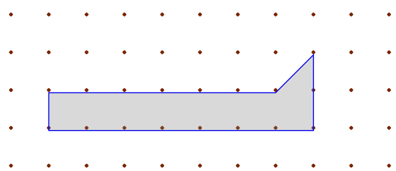
* Nous souhaitons dessiner un polygone de Pick d'aire 7,5 et pour lequel $b = 17$ donc :

$$i+\frac{17}{2}-1 = 7{,}5$$

ce qui équivaut sucessivement à :

$$\begin{aligned} i+7{,}5 &= 7{,}5 \\ i &= 0 \end{aligned}$$

Nous devons dessiner un polygone de Pick ne contenant aucun point et passant par 17 points.
Voici un exemple de polygone de Pick d'aire 7,5 pour lequel $b = 17$:



Ainsi il existe bien un polygone d'aire 7,5 pour lequel $b = 17$.

La valeur maximale de b lorsque le polygone a une aire de 7,5 est 17.

3. On veut tracer un polygone de Pick d'aire 7,5 et contenant un seul point intérieur.

   Quelle est alors la valeur de b ?

   Tracer sur la copie un réseau pointé à maille carrée, et sur ce réseau un polygone de Pick d'aire 7,5 vérifiant ces conditions.

   * La formule de Pick pour un polygone d'aire 7,5 :

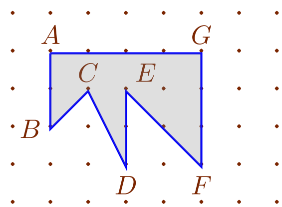
$$i + \frac{b}{2} - 1 = 7{,}5.$$

   Si le polygone ne contient qu'un point alors $i = 1$, et donc

$$\begin{aligned} 1 + \frac{b}{2} - 1 &= 7{,}5 \\ \frac{b}{2} &= 7{,}5 \\ 2\times\frac{b}{2} &= 2\times 7{,}5 \\ b &= 15 \end{aligned}$$

   Nécessairement $b = 15$.

   * Voici un polygone de Pick tel que décrit dans l'énoncé :



4. Démontrer que le nombre maximal de points sur le bord d'un polygone de Pick d'aire $\mathcal{A}$ quelconque est : $2\mathcal{A} + 2$.

   Démontrons que la valeur maximale de b est $2\mathcal{A} + 2$.

* On a la formule de Pick :

$$i + \frac{b}{2} - 1 = \mathcal{A}$$

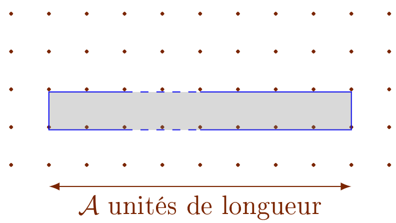
Comme i est positif :

$$\begin{aligned} \frac{b}{2} - 1 &\leqslant \mathcal{A} \\ \frac{b}{2} &\leqslant \mathcal{A} + 1 \\ 2\times\frac{b}{2} &\leqslant 2\times(\mathcal{A} + 1) \\ b &\leqslant 2\mathcal{A} + 2 \end{aligned}$$

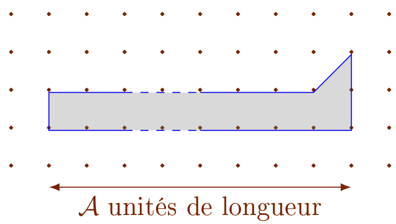
Le nombre maximal de points sur le bord d'un polygone de Pick est d'aire $\mathcal{A}$ est $2\mathcal{A} + 2$.

* Vérifions qu'il est possible de trouver un polygone d'aire $\mathcal{A}$ tel que $b = 2\mathcal{A} + 2$.
Si $b = 2\mathcal{A} + 2$ alors $i = 0$ ce qui nous permet de deviner la forme que doit nécessairement avoir le polygone.

- Si $\mathcal{A}$ est un entier alors voici un polygone qui convient :



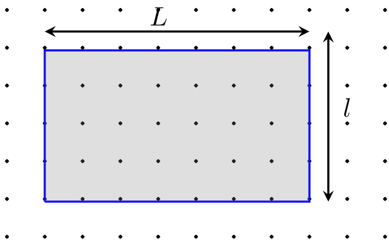
- Si $\mathcal{A}$ est n'est pas un entier alors voici un polygone qui convient :



D : Démonstration de la formule de Pick dans le cas d'un rectangle.

On considère un rectangle de Pick de dimensions quelconques dont les côtés sont parallèles au réseau (comme dans l'exemple ci-dessous).

On note :
— L sa longueur,
— l sa largeur,
— i le nombre de points du réseau strictement intérieurs au rectangle,
— b le nombre de points sur le bord du rectangle.



1. Exprimer b et i en fonction de L et l.

On compte sur chaque côté du rectangle le nombre de points sauf le dernier ce qui donne L points pour les longueurs et l points pour les largeurs. Le nombre de points sur le bord est donc :

$$\boxed{b = 2L + 2l.}$$

Le nombre de points intérieurs est le produits du nombre de points intérieurs en largeur, $l-1$, par le nombre de points extérieurs en hauteur, $L-1$. Ainsi :

$$\boxed{i = (L-1)(l-1).}$$

2. En déduire que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle vérifie $\mathcal{A} = i + \frac{b}{2} - 1$.

Vérifions que la formule convient.

$$\begin{aligned} i + \frac{b}{2} - 1 &= (L-1)(l-1) + \frac{2L+2l}{2} - 1 \\ &= L \times l - L - l + 1 + L + l - 1 \\ &= L \times l \\ &= \mathcal{A} \end{aligned}$$

donc :

$$\boxed{\text{l'aire du rectangle vérifie bien : } \mathcal{A} = i + \frac{b}{2} - 1.}$$

II Deuxième partie. 13 points

Exercice 1.

A et B sont deux nombres entiers positifs tels que :

- 111 est un multiple du nombre entier positif A ;
- $A - B$ est un nombre entier positif ou nul divisible par 10 ;
- B est le cube d'un nombre entier.

Trouver toutes les valeurs possibles pour A et B.

Déterminons toutes les valeurs possibles pour A et B en par conditions nécessaire et suffisante.

* Conditions nécessaires.

- La décomposition de A en facteurs premiers fournit :

$$111 = 3 \times 37,$$

donc :

$$A \in \{1, 3\ , 37, 111\}.$$

- B est le cube d'un nombre entier et B est un nombre entier positif, donc : $\exists r \in \mathbb{N}, r^3 = B$.
  $A - B$ est un nombre entier positif ou nul, donc $B \leq 111$. Ainsi $r^3 \leqslant 111$. Ou encore : $r \leq \sqrt[3]{111}$ et donc $r \leqslant 4$. Ainsi : $B \in \{0, 1, 8, 27, 64\}$.
- Faisons apparaître dans un tableau les valeurs possibles pour $A - B$ en tenant compte des conditions nécessaires précédemment trouvées :

	0	1	8	27	64
1	1	0	-7	-26	-63
3	3	2	-5	-24	-61
37	37	36	29	10	-27
111	111	110	103	84	47

Comme $A - B$ est divisible par 10 : $A - B \in \{10, 110\}$.

* Vérifions que ces conditions sont suffisantes pour les deux couples possibles.

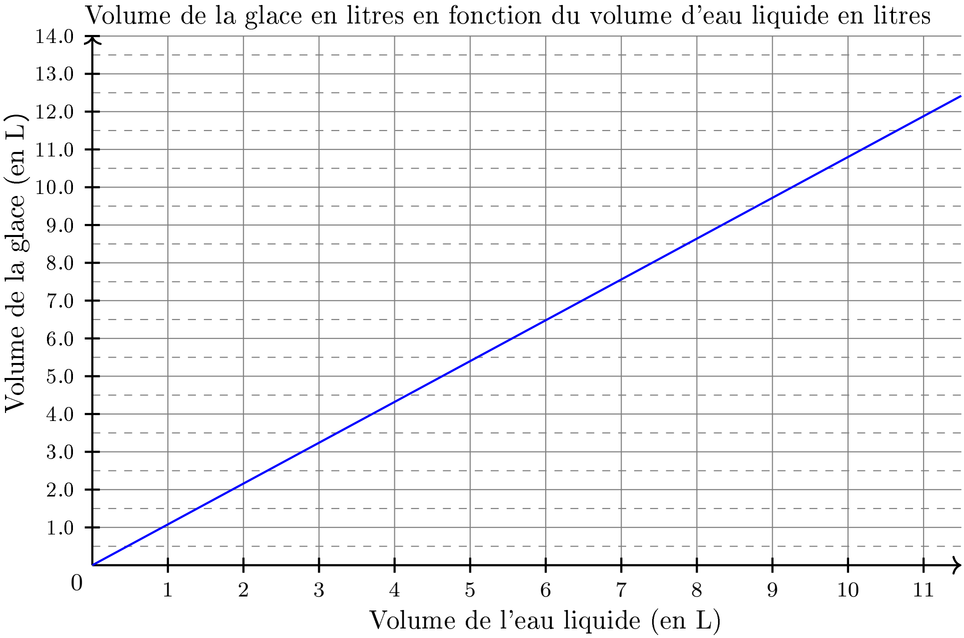
- Si $(A,B) = (37,27)$, alors :
  . 111 est un multiple du nombre entier positif 37.
  . $37 - 27$ est un nombre entier positif ou nul divisible par 10.
  . $27 = 3^3$ est le cube d'un entier.
- Si $(A,B) = (111,1)$, alors :
  . 111 est un multiple du nombre entier positif 111.
  . $111 - 1$ est un nombre entier positif ou nul divisible par 10.
  . $1 = 1^3$ est le cube d'un entier.

On a donc démontré par conditions nécessaire et suffisante que l'ensemble des valeurs possibles pour le couple (A,B) est $\{(37,27), (111,1)\}$.

Exercice 2.

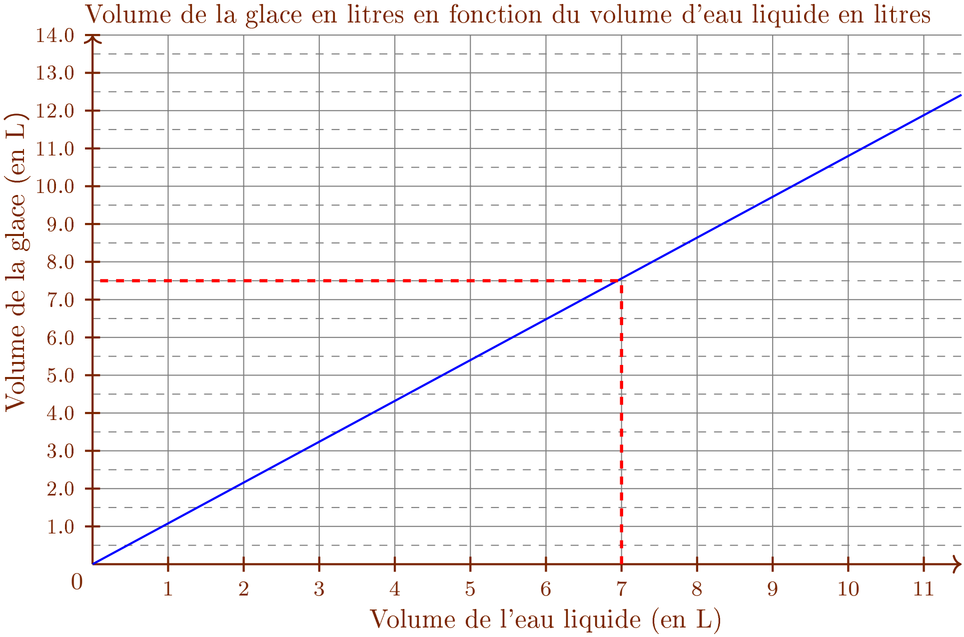
(D'après le sujet du DNB Métropole 2010)

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litre), en fonction du volume d'eau liquide (en litre).



On répondra aux questions 1., 2. et 3. en utilisant le graphique ci-dessus.

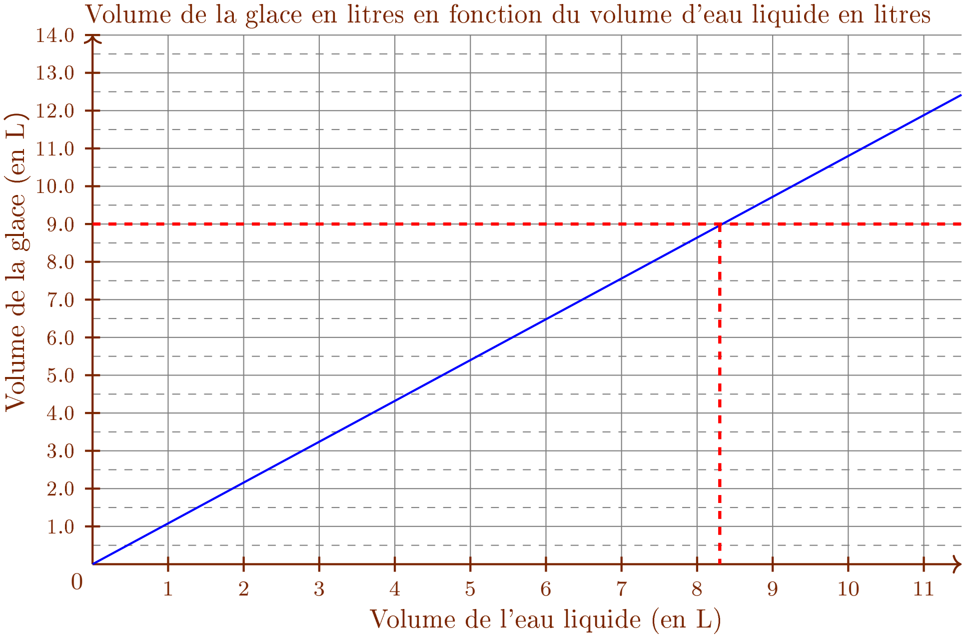
1. Quel est le volume de glace obtenu avec 7 litres de liquide ?



Notons f le fonction qui à un volume d'eau liquide associe le volume de glace correspondant. Par lecture graphique l'image de 7 est

$$f(7) = 7{,}5.$$

2. Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 9 litres de glace ?



L'antécédent de 9 par f est, par lecture graphique, 8,3.

3. Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier votre réponse.

Déterminons la nature de f.

La courbe représentative de f est une droite passant par l'origine du repère donc il s'agit de la courbe représentative d'une fonction affine. Autrement dit :

le volume de glace est proportionnel au volume d'eau liquide.

4. On admet que 10 litres d'eau liquide donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?

Le taux d'évolution, en pourcentage, du volume d'eau entre les états liquides et solides est :

$$\begin{aligned} p &= \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100 \\ &= \frac{10{,}8 - 10}{10} \times 100 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Le volume d'eau augmente de 8 % en gelant.

5. Dans un souci de préservation de la ressource en eau, la ville de Lyon a imaginé un dispositif de recyclage. Cette ville fournit un volume de 20 m^3 d'eau par jour aux engins de nettoiement grâce à l'eau récupérée de la fonte de la glace de la patinoire de Baraban.

   A combien de litres de glace correspond le volume d'eau fourni par la ville de Lyon pour 30 jours de nettoyage ?

   (source : article du 03/12/2013 - http ://blogs.grandlyon.com).

   Déterminons le volume V_g de glace correspondant à l'eau fournie par la ville.

   Le volume d'eau liquide nécessaire pour 30 jours est (en m^3) :

$$\begin{aligned} V_l(30) &= 30 \times 20 \\ &= 600 \end{aligned}$$

   Ce qui avant fonte, et d'après la question précédente, correspondait à volume de glace (en m^3) de :

$$\begin{aligned} V_g &= \left(1 + \frac{8}{100}\right) \times V_l(30) \\ &= 648 \end{aligned}$$

   Et donc en litres (1 m^3 = 1 000 dm^3 = 1 000 L) :

$$\begin{aligned} V_g &= 1\,000 \times 648 \\ &= 648\,000 \end{aligned}$$

   Finalement le volume d'eau fourni par la ville de Lyon pour 30 jours de nettoyage correspond à 648 000 L de glace.

Exercice 3.

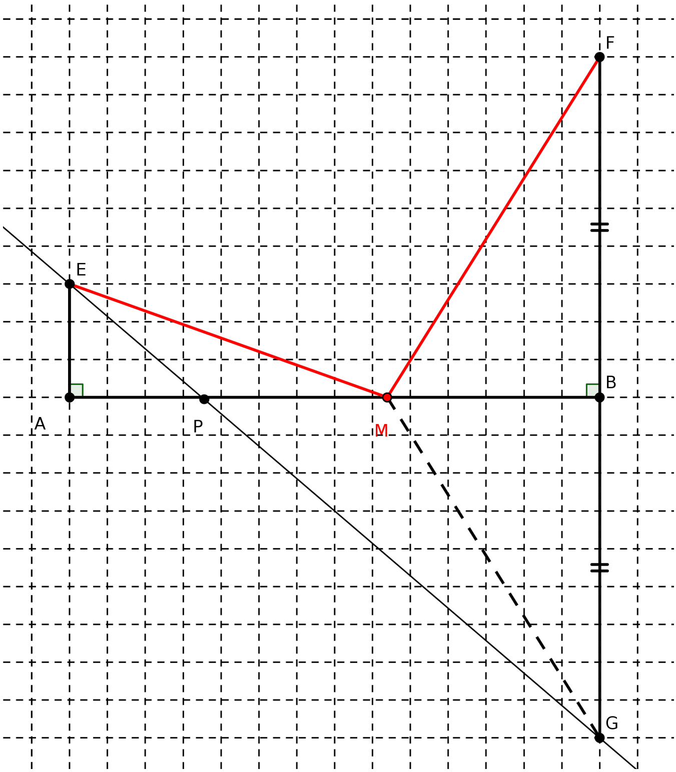
Dans cet exercice, on prendra 1 cm comme unité de longueur.

On considère un trapèze $ABFE$ rectangle en A et B, c'est-à-dire tel que les droites (AE) et (BF) sont perpendiculaires à la droite (AB), et tel que $AB = 14$; $AE = 3$; $BF = 9$.

Le point M est un point variable sur le segment $[AB]$. Le but de cet exercice est de déterminer la position de M pour laquelle la valeur de $EM + MF$ est minimale.

1. Construire le trapèze $ABFE$ et le point G, symétrique du point F par rapport à la droite (AB).

   Voici la figure à l'échelle un demi, pour l'avoir en taille réelle et en version dynamique cliquez sur l'image.



2. On appelle P l'intersection des droites (AB) et (EG).
   Montrer que pour tout point M de $[AB]$, on a : $EM + MG \geq EP + PG$.
   En déduire que la valeur $EM + MF$ est minimale lorsque M est placé en P.

Déterminons la position de M qui minimise $EM + MF$.

* D'après l'inégalité triangulaire :

$$EM + MG \geq EG$$

Comme E, G et P sont alignés : $EG = EP + PG$.
Nous pouvons réécrire la précédente inégalité triangulaire :

$$EM + MG \geq EP + PG.$$

Nous en déduisons que EG est un minorant de $EM + MG$.

* Comme se minorant est atteint pour $M = P$, il s'agit d'un minimum.

$\boxed{\text{Autrement dit } EM + MF \text{ est minimale lorsque } M \text{ et placé en } P.}$

3. (a) Montrer que $\dfrac{AP}{14 - AP} = \dfrac{3}{9}$.

Remarquons une configuration de Thalès :
— Les points E, P et G sont alignés dans cet ordre.
— Les points A, P et B sont alignés dans cet ordre.
Comme de plus $(AE)//(BG)$, car $(AE) \perp (AB)$ et $(AB) \perp (BG)$, le théorème de Thalès permet d'affirmer que :

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AE}{BG}.$$

Autrement dit :

$$\boxed{\frac{AP}{14 - AP} = \frac{3}{9}.}$$

(b) Calculer AP.

Calculons AP.

$$\frac{AP}{14 - AP} = \frac{3}{9}$$

équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} AP \times 9 &= 3 \times (14 - AP) \\ 9AP &= 3 \times 14 - 3 \times AP \\ 9AP + 3AP &= 42 - 3AP + 3AP \\ 12AP &= 182 \\ \frac{12AP}{12} &= \frac{42}{12} \end{aligned}$$

$$\boxed{AP = \tfrac{7}{2}.}$$

4. Calculer la valeur minimale de $EM + MF$. En donner la valeur exacte en cm, et la valeur arrondie au dixième.

   Calculons EG.

   * Calculons EP en usant du théorème de Pythagore.
     Le triangle AEP est rectangle en A, donc, d'après le théorème de Pythagore :

     $$AE^2 + AP^2 = EP^2$$

     ce qui équivaut successivement à :

     $$\begin{aligned} 3^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 &= EP^2 \\ \frac{85}{4} &= EP^2 \end{aligned}$$

     Comme EP estune longueur donc un nombre positif, nécessairement :

     $$\begin{aligned} EP &= \sqrt{\frac{85}{4}} \\ EP &= \frac{\sqrt{85}}{2} \end{aligned}$$

   * Calculons PG.
     PBG est rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$PG^2 = PB^2 + BG^2$$

Nous en déduisons successivement :

$$\begin{aligned} PG^2 &= (AB - AP)^2 + 9^2 \\ &= \left(14 - \frac{7}{2}\right)^2 + 9^2 \\ &= \frac{765}{4} \end{aligned}$$

Puisque PG est une longueur donc positive :

$$PG = \sqrt{\frac{765}{4}}$$
$$PG = \frac{\sqrt{765}}{2}$$

Enfin

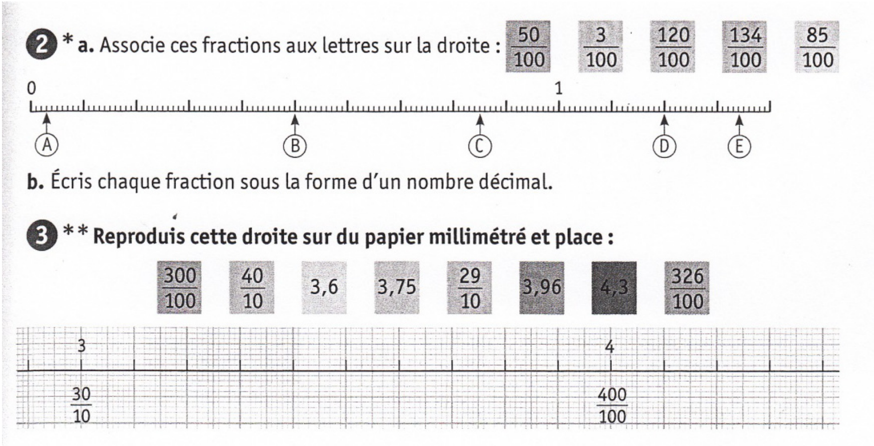
$$\begin{aligned} EG &= EP + PG \\ &= \frac{\sqrt{85}}{2} + \frac{\sqrt{765}}{2} \\ &= 2\sqrt{85} \\ &\approx 18{,}43908 \end{aligned}$$

$EG \approx 18{,}4$ cm.

III Troisième partie. 14 points

Cette partie est constituée de quatre situations indépendantes.

Situation 1 : Extrait du manuel « Outils pour les maths » CM1 Magnard (édition 2011).



❷ * **a.** Associe ces fractions aux lettres sur la droite : $\frac{50}{100}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{120}{100}$ $\frac{134}{100}$ $\frac{85}{100}$

b. Écris chaque fraction sous la forme d'un nombre décimal.

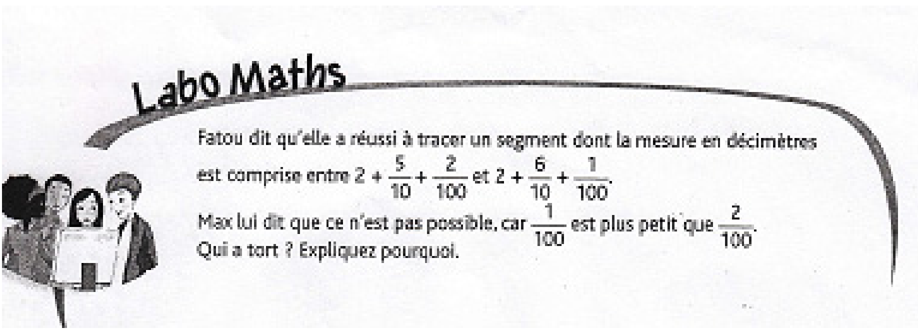
❸ ** **Reproduis cette droite sur du papier millimétré et place :**

$\frac{300}{100}$ $\frac{40}{10}$ 3,6 3,75 $\frac{29}{10}$ 3,96 4,3 $\frac{326}{100}$

1. Un élève a bien réussi la question ② mais a fait plusieurs erreurs à la question ③. En comparant la présentation et les tâches demandées dans ces deux questions, donner trois raisons pouvant expliquer cette différence de réussite.

2. Quelle définition d'un nombre décimal peut-on proposer à l'école élémentaire ?

Situation 2 : Extrait du manuel scolaire « Tribu des maths » CM2 Magnard (édition 2010).



Labo Maths

Fatou dit qu'elle a réussi à tracer un segment dont la mesure en décimètres est comprise entre $2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100}$ et $2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100}$.

Max lui dit que ce n'est pas possible, car $\frac{1}{100}$ est plus petit que $\frac{2}{100}$.

Qui a tort ? Expliquez pourquoi.

Trois copies d'élèves sont proposées ci-après (Lara, Clément et Léonie).

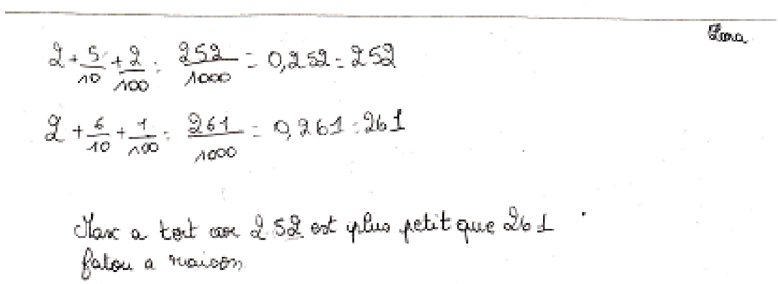
1. Quelles sont les erreurs faites par Lara ? Indiquer pour chacune une origine possible.

2. Citer une compétence qui semble acquise dans le domaine de la numération pour Clément.

3. Léonie s'appuie sur les écritures décimales des nombres $2 + \dfrac{5}{10} + \dfrac{2}{100}$ et $2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100}$ pour comparer ces nombres. Énoncer la règle de comparaison qu'elle utilise implicitement.

Copies d'élèves.

Lara

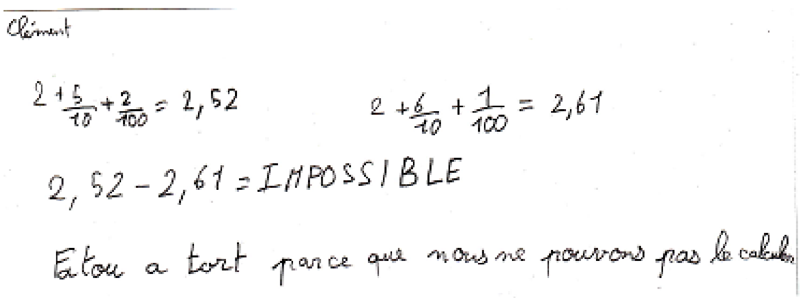

Lara

$2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = \frac{252}{1000} = 0,252 = 252$

$2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = \frac{261}{1000} = 0,261 = 261$

Max a tort car 252 est plus petit que 261.
Fatou a raison

Clément


Clément

$2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = 2,52$ $\quad 2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = 2,61$

2,52 − 2,61 = IMPOSSIBLE

Fatou a tort parce que nous ne pouvons pas le calcul

Léonie

$2 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = 2,52$ et $2 + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} = 2,61$ Léonie

$\frac{5}{10} = 0,5$ $\frac{2}{100} = 0,02$ $\frac{6}{10} = 0,6$ $\frac{1}{100} = 0,01$

Fatou dit que le segment qu'il a fait est entre 2,52 et 2,61.

C'est Max qui a tort car $\frac{1}{100} = 0,01$ et $\frac{2}{100} = 0,02$ mais le chiffre d'avant pour le $\frac{2}{100}$ est 2,52 est pour $\frac{1}{100}$ c'est 2,61.

c'est le chiffre des dixièmes qui a permis a Fatou. Alors que Max a comparer au chiffres des centièmes.

Situation 3.

La situation suivante composée de trois problèmes a été proposée à des élèves. (d'après ERMEL CM2, Hatier).

P1 : Avec une bouteille de 150 cL de jus de fruits, combien peut-on remplir de verres de 8 cL ?
P2 : Olivier achète 8 CD de même prix pour 150 €. Quel est le prix d'un CD ?
P3 : À la cantine, les enfants déjeunent par tables de 8. Aujourd'hui 150 enfants déjeunent à la cantine. Combien de tables faut-il préparer ? Restera-t-il des places vides ?

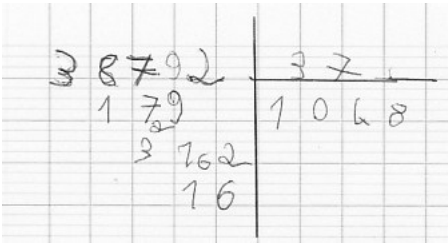
1. Ces trois problèmes relèvent de la division. Indiquer ce qui les différencie.

2. Donner l'ordre dans lequel ces exercices pourraient être proposés aux élèves. Justifier.

Situation 4 : Technique opératoire de la division.

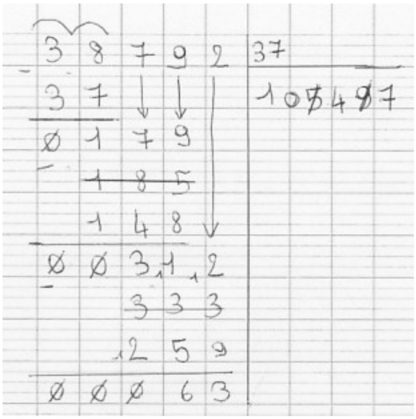
Voici les productions de quatre élèves.

Adama.

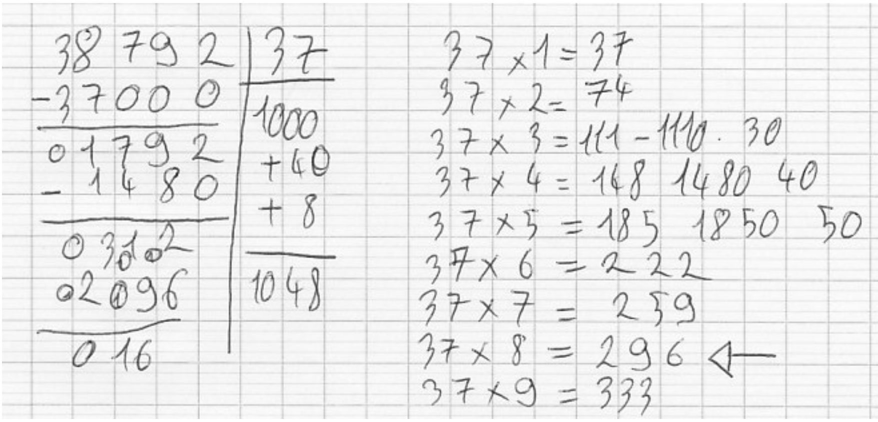


Marie.

Kévin.



Anaïs.



1. Donner un avantage de chacune des techniques opératoires utilisées par Adama et Anaïs.

2. Relever les erreurs faites par Marie et Kévin et, pour chacune, émettre une hypothèse sur son origine.