Partie 1

Partie A.

1. Notons x la longueur d'un côté du petit carré. Clairement $0 \leq x \leq 5$. Le volume du moule est $\mathcal{V}(x) = x(10-2x)^2 = 4x(5-x)^2$. En particulier $\mathcal{V}(1) = 4 \times 16 = 64$ cm^3. Donc le volume du moule est représenté sur graphique 2.
2. Le volume maximal est obtenu pour x compris entre 1 et 2.

Partie B.

$40 = (1+7) \times 5 = (1+7) \times 4 + 8$. On peut donc placer 4 moules dans le sens de la largeur.
$70 = (1+7) \times 8 + 6$. On peut donc placer 8 moules dans le sens de la longueur.
Au total on peut placer $4 \times 8 = 32$ moules sur une plaque.

Partie C.

1. Il doit prévoir $\frac{200}{4} = 50$ g par personne. Il doit donc prévoir $17 \times 50 = 850$ g.
2.

(a)

Tablette	Prix d'une tablette (en euros)	Quantité par tablette (en g)	Nombres de tablettes nécessaires	Coût
Chocolat Dégustation	2,10	150	6	12,60
Chocolat Saveur	2,80	200	5	14
Chocolat Pâtissier	2,62	200	5	13,10
Chocolat Intense	1,36	100	9	12,24
Chocolat À cuisiner	2,81	200	5	14,05

Il doit donc acheter le Chocolat Intense.

(b) Avec la réduction de 5% le Chocolat Dégustation coûte $12,60\left(1 - \frac{5}{100}\right) = 11,97$ euros. Choisir ces tablettes devient donc plus avantageux.

Partie 2

Exercice 1

1. L'affirmation est fausse. Les rectangles de dimensions 2 et 5 d'une part et 1 et 6 d'autre part ont le même périmètre mais pas la même aire.

2. Pour remplir un cube de 50 cm d'arête il faut 8 fois moins de sacs. Il faut donc $\frac{40}{8} = 5$ sacs.
3. Soit $(a,b) \in [\![0\ ;\ 9]\!]^2$.

$$\begin{aligned} 10a + b + 10b + a &= 11a + 11b \\ &= 11(a+b) \end{aligned}$$

   Ainsi $A + B$ est divisible par 11. L'affirmation est vraie.
4. L'affirmation est fausse. Le coefficient multiplicateur correspondant à ces deux évolutions est : $\left(1 - \frac{30}{100}\right)\left(1 + \frac{30}{100}\right) = 0,70 \times 1,30 = 0,91$. Ainsi ces deux évolutions correspondent à une baisse de 9%.
5. Le volume d'un cône est donné par la formule $\frac{1}{3}.\left(\pi r^2\right)h$. S'il est rempli à mi-hauteur (comme indiqué sur le dessin) le volume est $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2.\frac{h}{2}$. Le rayon du disque de base étant divisé par 2 d'après le théorème de Thalès. Autrement dit le volume est alors de $\frac{1}{3}.\left(\pi r^2\right)h \times \frac{1}{8}$. L'affirmation est donc fausse.

Exercice 2

1. 100 km.h^{-1} $= 100 \times \frac{1\ 000}{3\ 600} = \frac{1\ 000}{36}$ m.s^{-1}.
   1 t = 1 000 kg.
   Donc : $E_c = \frac{1}{2} \times \frac{1\ 000}{36} \times 1\ 000 \simeq 13\ 889$ J.
2. l'énergie cinétique n'est pas proportionnelle à la vitesse qui est une fonction du carré de la vitesse. On peut le vérifier en calculant différentes valeur de l'énergie cinétique en fonction de la vitesse :

$$\frac{E_c(v_1)}{E_c(v_2)} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

   Donc : $\frac{E_c(1)}{E_c(2)} = \frac{1}{4}$ mais $\frac{E_c(1)}{E_c(3)} =_f rac19$. Ce contre-exemple montre qu'il n'y a pas proportionnalité.

Exercice 3

1. La variable aléatoire qui compte le nombre de garçon dans une famille de deux enfants suit une loi binomiale : $X \sim \mathcal{B}\left(2; \frac{1}{2}\right)$. la probabilité d'avoir deux garçon est donc : $P(X=2) = \binom{2}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{1}{4}$
2. Le lien entre le graphique est le résultat tient à ce qu'on appelle la li des grands nombres. Lorsqu'on renouvelle un grand nombre de fois une expérience la fréquence d'apparition d'une issue tend vers une valeur fixe qui est la probabilité de l'issue.

Exercice 4

1. (a) =SOMME(B9 :D9) ou =SOMME(B9 ;C9 ;D9)

(b) =MOYENNE(B9 :B13) ou =SOMME(B9 :B13)/5

2. La vitesse moyenne de l'athlète 1 est donnée en km.h^{-1} par :

$$\begin{aligned} v &= \frac{1,5}{\frac{25}{60}} + \frac{40}{\frac{68}{60}} + \frac{10}{\frac{40}{60}} \\ &= \frac{4581}{85} \\ &\simeq 54 \text{km.h}^{-1} \end{aligned}$$