Exercice 1.

1. Un prisme droit à base triangulaire à 9 arêtes et 5 côtés.
   L'affirmation 1 est donc fausse.
2. Les hauteurs des triangles ABD et ABC issues des sommets opposés au côté $[AB]$ ont même longueur AD. Donc l'aire de ces deux triangles est donnée par : $\frac{1}{2} \times AB \times AD$.
   L'affirmation 2 est donc vraie.
3. Le volume du pavé droit après modification de ses dimensions est : $V' = \left(1 + \frac{50}{100}\right) L \times 2h \times l = 3Llh = 3V$.
   L'affirmation est fausse.
4. La taille moyenne des élèves de la classe est : $\frac{10\times174+14\times162}{24} = 167$ cm.
   L'affirmation 4 est donc vraie.
5. Si p et q sont deux nombres pairs consécutifs, alors il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que : $p = 2n$ et $q = 2n + 2$. On en déduit : $pq = 2n \times 2(n+1) = 4n(n+1)$. Or n et $n+1$ étant deux nombres consécutifs l'un des deux est pair et donc : $\exists m \in \mathbb{N},\ n(n+1) = 2m$. D'où : $pq = 4 \times 2m = 8m$. Ainsi pq est divisible par 8.
   L'affirmation 5 est vraie.

Exercice 2.

1. $1+6+4+3+3+0+2+5+8+6+4+7 = 49$ et $4+9 = 13$ et $1+3 = 4$. D'après la propriété P : le reste de la division euclidienne de 164 330 258 647 par 9 est 4.
2. (a)

$$\begin{aligned}\overline{abcd} &= a10^3 + b10^2 + c10 + d\\ &= a+b+c+d+999a+99b+9c\\ &= a+b+c+d+9(111a+11b+c)\\ &= a+b+c+d+9k\end{aligned}$$

   où $k = 111a + 11b + c$.

   (b) D'une part, et par hypothèse : $\overline{abcd} = r \mod 9$ et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overline{abcd} &= a+b+c+d+9k \mod 9\\ &= a+b+c+d \mod 9\\ &= r' \mod 9\end{aligned}$$

   puisque par hypothèse r' est le reste de la division euclidienne de $a+b+c+d$ par 9.
   Donc $r = r'$.
3. (a) Un entier naturel est divisible par 9 si et seulement si son reste dans la division euclidienne par 9 est nul. Donc d'après la propriété P un nombre est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

(b) 164 330 258 643 est divisible par 9 puisque :

$$\begin{aligned} 1+6+4+3+3+0+2+5+8+6+4+3 &= 45 \\ 4+5 &= 9 \end{aligned}$$

Donc, d'après la question précédente et la proposition P, on peut affirmer que 9 est un diviseur commun à 18 et 164 330 258 643. Comme de plus 164 330 258 643 n'est pas pair on en déduit le pgcd de 18 et 164 330 258 643 : 9.

<u>*Exercice*</u> 3. **Partie A.**

1. $AB^2 + AC^2 = 230\ 400 + 129\ 600 = 360\ 000$ et $BC^2 = 360\ 000$. On en déduit, d'après le théorème de Pythagore, que ABC est rectangle en A.
2. (a) Puisque ABC est rectangle en A, les côtés de l'angle droit sont aussi des hauteurs du triangle. On en déduit son aire : $\frac{1}{2} \times AB \times AC = 172\ 800 \text{m}^2$.

   (b) La distance de A à (BC) est la distance de A au projeté orthogonal de A sur (BC), autrement dit c'est la longueur de la hauteur de ABC issue de A. Notons H le pied de la hauteur issue de A. On doit avoir : $\frac{1}{2} \times AH \times 600 = 172\ 800$. Donc nécessairement : $AH = 576$ m.
   La distance de A à (Bc) est 576 m.

Partie B.

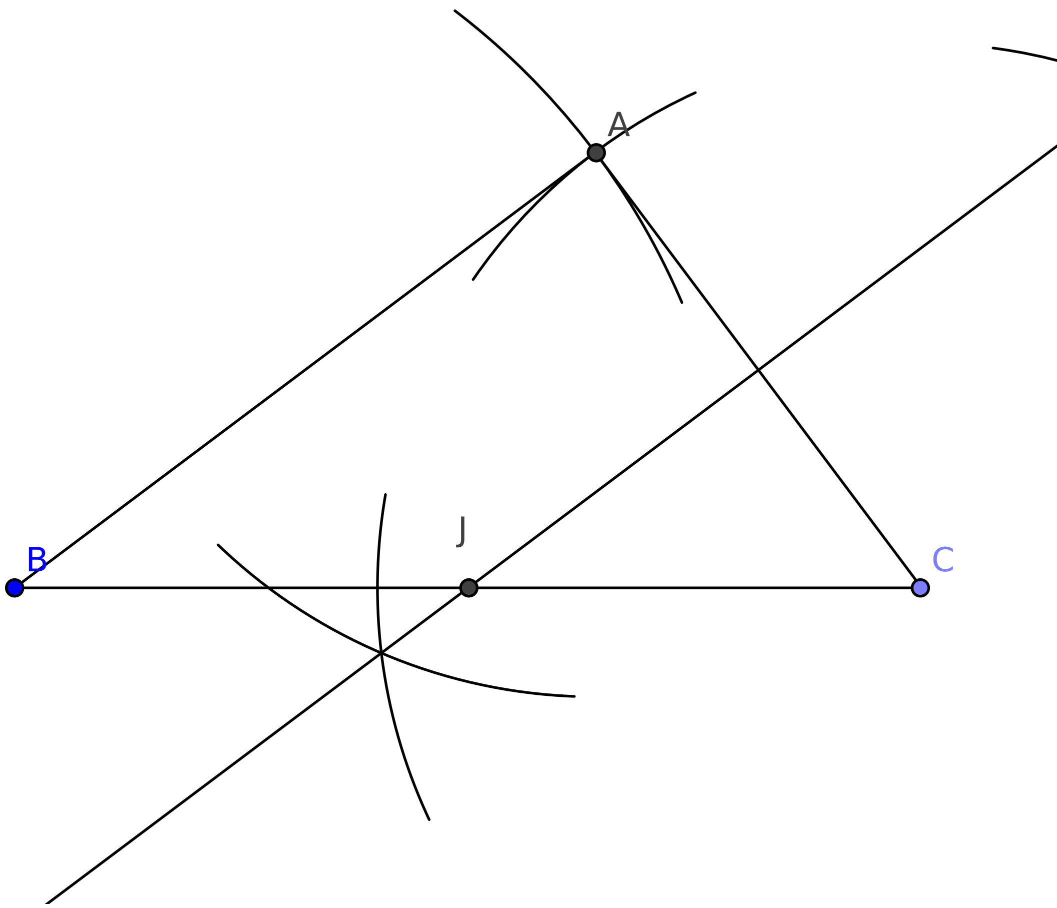
1. Le temps mis par José en heures est : $\frac{2 \times 1\ 440}{8\ 000} = 0,36$. Or : $0,36 \times 60 = 21,6$ et $0,6 \times 60 = 36$. Donc José fait son parcours en 0 heures 21 minutes et 36 secondes.
2. (a) La formule corrigée est : $= E\$1/(C4 + D4 * 100/60)$.

   (b) L'adressage absolu fait avec le \$ garantie qu'après recopie vers le bas la formule utilise toujours la cellule $E1$.

Partie C.

1. (a) J étant équidistant de A et B il est sur la médiatrice de $[AB]$. En raisonnant de même avec les autres sommets du triangle on se rend compte que J est nécessairement à l'intersection des médiatrices du triangle, au point appelé le centre du cercle circonscrit au triangle. Or, le triangle étant rectangle en A, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

   (b) Si on dessine à l'échelle 1/5 000, alors : $AC = 0,072$ m, $AB = 0,096$ m et $BC = 0,12$ m.



2. Pour montrer que $AKJI$ est un rectangle, comme ce quadrilatère a un angle droit en A il suffit de montrer que c'est un parallélogramme.
   Puisque K et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[BC]$ du triangle ABC, d'après le théorème de Thalès (AB) et (KJ) sont parallèles. De même (AC) et (KI) sont parallèles. Les côtés opposés du quadrilatère (convexe) $AKJI$ sont parallèles : $AKJI$ est donc un parallélogramme.
   On en déduit d'après notre remarque liminaire que $AKJI$ est rectangle.
3. Comme précédemment, K et I étant les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$, on en déduit, d'après le théorème de Thalès que : $(BC)//(KI)$.
   Or $\left\{ \begin{array}{l} (BC)//(IK) \\ (AH) \perp (BC) \end{array} \right. \Rightarrow (IK) \perp (AH)$.

On déduit également de $(BC)//(KI)$ et de ce que K est le milieu de $[AB]$, et toujours d'après le théorème de Thalès, qu'en notant $O = (AH) \cap (KI)$ on a : $AK = KH$.

Finalement on a montré : $\begin{array}{l} (IK) \perp (AH) \\ O \text{est milieu de } [AH] \end{array}$ autrement dit (KI) est la médiatrice de $[IK]$.

Si l'infirmière se déplace sur (KI) elle reste à égale distance des deux postes.