

**Session 2010**

**MAT-10-PG5**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES**

**Mardi 27 avril 2010 - de 7h 00 à 10h 00**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 7 pages (dont 1 page de garde et 2 pages d'annexes), numérotées de 1/7 à 7/7. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.***

**L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.**

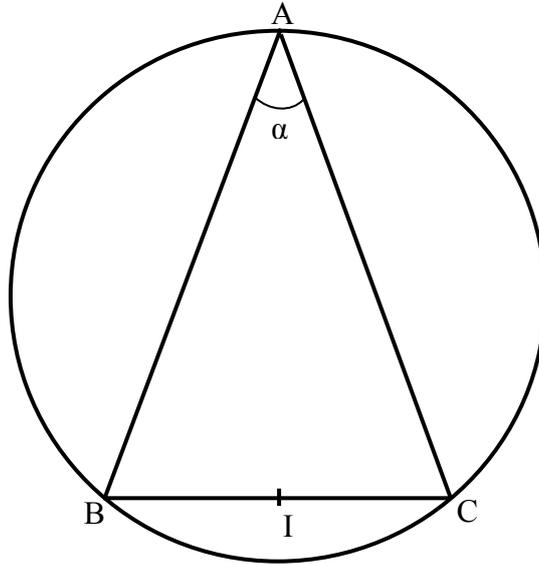
**N.B :** Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

***Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

### Exercice 1 (6 points)

On considère un triangle  $ABC$  isocèle en  $A$  et tel que l'angle  $\widehat{BAC}$  soit aigu. On note  $\alpha$  la mesure de cet angle en degré. Soit  $(C)$  le cercle circonscrit au triangle  $ABC$  et soit  $I$  le milieu de  $[BC]$ .



1. Justifier que pour tout point  $S$  du cercle  $(C)$  situé dans le même demi-plan délimité par la droite  $(BC)$  que le point  $A$ , on a  $\widehat{BSC} = \alpha$ .

On considère les points  $M$  et  $N$  du cercle  $(C)$  tels que :

- les points  $A$ ,  $M$  et  $N$  sont dans le même demi-plan délimité par la droite  $(BC)$ .
- $MB = NC = BC$ .

2. Construire la figure dans le cas particulier où  $AB = 9$  cm et  $BC = 4,5$  cm.  
*Les traits de construction seront laissés apparents.*
3. a) Justifier que  $\widehat{BMC} = \widehat{BNC} = \alpha$ .  
b) Montrer que  $\widehat{MCB} = \widehat{NBC}$ .
4. Soit  $s$  la symétrie axiale d'axe  $(AI)$ .
  - a) Quelle est l'image par  $s$  du point  $B$ , celle du cercle  $(C)$ , celle du cercle de centre  $B$  et passant par  $C$  ? Justifier.
  - b) En déduire que  $N$  est l'image par  $s$  du point  $M$ .
  - c) Montrer que les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles.
5. Dans cette question uniquement, on pose  $\alpha = 36$ .
  - a) Calculer  $\widehat{ABC}$ .
  - b) Montrer que la droite  $(BN)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{ABC}$ .
  - c) Montrer que  $\widehat{MBC} = 3 \times \widehat{BMC}$ .
6. Quelle valeur faut-il donner à  $\alpha$  pour que  $\widehat{MBC} = 4 \times \widehat{BMC}$  ?

### Question complémentaire (5 points)

**ANNEXE 1 : figure à reproduire**

**ANNEXE 2 : gabarits d'angles**

On considère l'activité suivante extraite de l'ouvrage « *Grandeurs et mesures au cycle 3* » (Groupe IREM de Lille ; Scéren CRDP Nord-Pas-de-Calais ; 2007) :

Les élèves doivent reproduire une figure à l'identique à l'aide de la règle graduée et de gabarits d'angles. Chaque élève dispose de la figure à reproduire (**ANNEXE 1**), de gabarits d'angles (**ANNEXE 2**), d'une règle graduée et d'une feuille blanche.

1. Décrire une procédure qu'un élève peut mettre en œuvre pour réussir cette activité (on pourra utiliser les désignations de points introduites dans l'**Exercice 1** du sujet).
2. Citer deux pré-requis indispensables à la réussite de cette tâche.
3. Comment les élèves peuvent-ils valider eux-mêmes leur production ?
4. En ce qui concerne le matériel mis à disposition des élèves :
  - a) Toutes les mesures d'angles proposées pour les gabarits sont-elles utiles ? Justifier la réponse.
  - b) Quelle erreur d'utilisation peut induire chez les élèves la forme des gabarits ?
  - c) Dans l'ouvrage, il est écrit : « *Deux gabarits représentant le même angle seront volontairement donnés avec des lignes rectilignes de longueurs différentes* ». Pourquoi ?
  - d) Pourquoi l'ouvrage n'a-t-il proposé ni compas ni équerre comme instruments ?

### Exercice 2 (2 points)

Un triangle ABC a pour dimensions (exprimées dans la même unité u) :

$$AB = 2469 \text{ u}$$

$$AC = 3\,047\,980 \text{ u}$$

$$BC = 3\,047\,981 \text{ u}$$

Le triangle ABC est-il rectangle ?

### Exercice 3 (4 points)

Un comité d'entreprise souhaite acheter des lecteurs de DVD d'un modèle donné. Il se renseigne sur les prix de ce modèle dans plusieurs magasins.

1. Dans le magasin TARDY, un lecteur coûte 68 €. Le magasin propose en ce moment une remise de 10 % pour chaque lot de 10 lecteurs achetés.
  - a) Quel est le prix d'achat de 20 lecteurs ? de 35 lecteurs ?
  - b) Quelle est la réduction en pourcentage (par rapport au coût unitaire de 68 €) pour l'achat de 35 lecteurs ?
2. Le magasin CLERC fait 20 % de réduction sur tous ses produits. Le comité d'entreprise souhaitant acquérir 35 lecteurs a fait le calcul et a trouvé 2 170 €. Quel était le prix d'un seul lecteur de DVD dans ce magasin avant la réduction ?

3. Dans le magasin CNAF, le prix du même lecteur de DVD est de 63 € et pour tout lot de 20 lecteurs achetés, un lecteur supplémentaire est offert.  
Le comité d'entreprise souhaite acquérir 35 lecteurs ; lequel de ces trois magasins fait la meilleure offre ?

### Question complémentaire (3 points)

La séquence suivante est inspirée de celle décrite dans le livre « **Activités numériques à la maternelle** », A. Descaves et S. Vignaud, Hachette 2006.

L'objectif principal de la séquence est « *Comparer des quantités en utilisant des procédures non numériques ou numériques* ».

**Titre de la situation.** « Les boîtes à œufs ».

**Organisation.** Un groupe de 10 élèves, répartis en binômes.

**Matériel.** Des boîtes de 6 alvéoles et des œufs (en plastique).

**Tâche pour l'élève.** Répondre à la question suivante : « Est-ce qu'on pourra ranger tous les œufs dans les boîtes ? ».

**Première situation :** L'enseignant présente le matériel à l'ensemble du groupe et pose le problème : « J'ai des œufs (*il en montre 4*) et une boîte à œufs (*boîte à 6 alvéoles qu'il montre également*). Est-ce que je peux ranger tous mes œufs dans la boîte ? ».

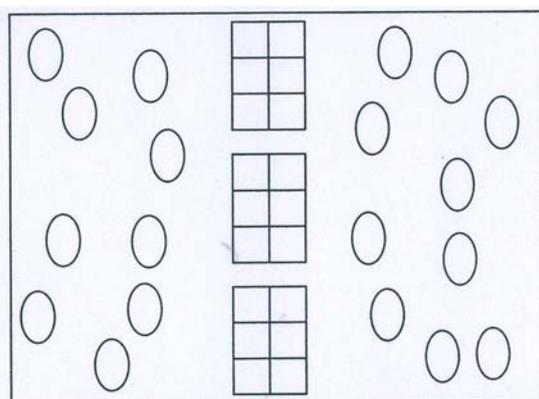
**Deuxième situation :** L'enseignant pose le problème au groupe : « Comme je n'ai pas assez d'œufs, on va représenter les œufs par des jetons. Vous allez travailler par deux. Je donnerai toujours le même nombre de jetons et de boîtes à chaque groupe de deux. Je vous donne ces boîtes (*il donne à chaque groupe 4 boîtes de 6 alvéoles*) et ces jetons (*il donne 25 jetons à chaque groupe*). Est-ce que je peux ranger tous mes œufs dans les boîtes ? Mettez-vous d'accord à deux et entourez votre réponse dans le petit tableau ».

PRENOMS :

OUI

NON

**Troisième situation :** L'enseignant pose le problème au groupe : « Cette fois j'ai dessiné les œufs et les boîtes sur une feuille (*il montre le schéma ci-dessous et en distribue un exemplaire à chacun des élèves*). Pourra-t-on ranger tous les œufs dans les boîtes ? Mettez-vous d'accord à deux et entourez votre réponse dans le petit tableau ».

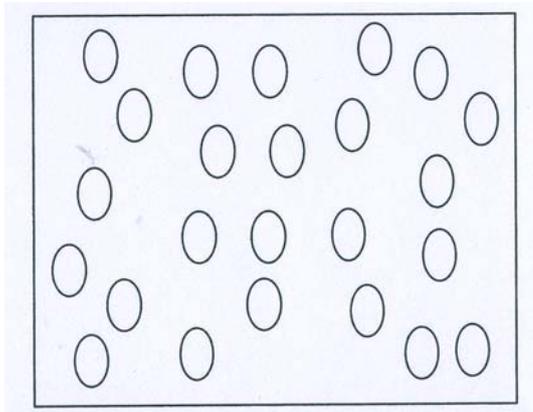


PRENOMS :

OUI

NON

**Quatrième situation** : L'enseignant pose le problème au groupe : « Cette fois, je n'ai dessiné que les œufs (il distribue un exemplaire à chaque élève). Il y a 4 boîtes, les voilà ; je les laisse sur la table pour que vous vous en rappeliez. La question est toujours la même. Pourra-t-on ranger tous les œufs dans les boîtes ? Mettez-vous d'accord à deux et entourez votre réponse dans le petit tableau ».



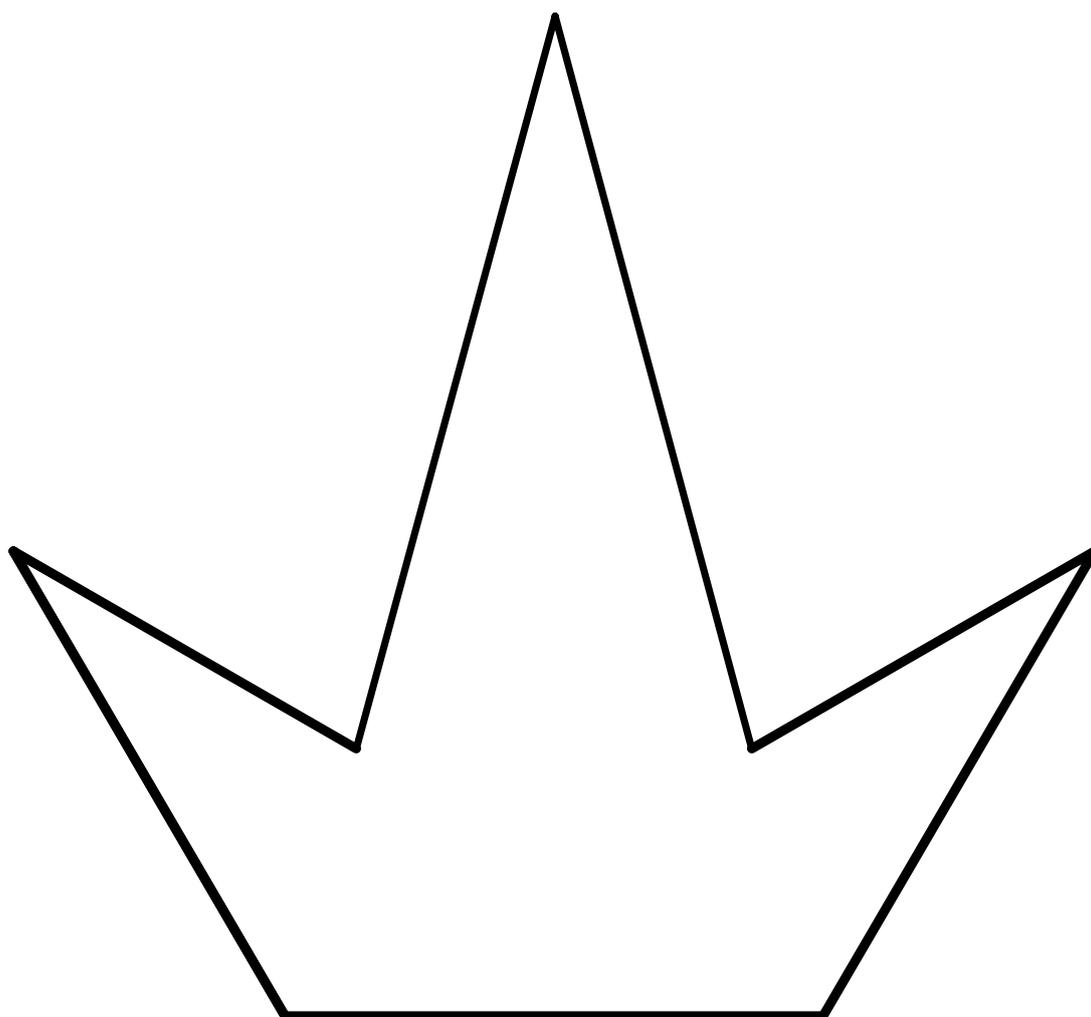
PRENOMS :	
OUI	NON

L'objectif de la séquence est « Comparer des quantités en utilisant des procédures non numériques ou numériques ». Elle est proposée en Moyenne Section.

1. Cette question se rapporte à la **deuxième situation**.
  - a) Décrire une procédure non numérique que peut mettre en œuvre un binôme d'élèves pour cette situation.
  - b) Pourquoi l'émergence de procédures numériques est-elle peu probable ? Donner deux arguments.
2. Cette question se rapporte à la **troisième situation**.
  - a) Donner deux procédures possibles pour traiter correctement cette situation.
  - b) En quoi cette situation permet-elle de faire évoluer la procédure décrite dans la réponse à la question 1.a) ? Expliciter cette évolution.
3. Cette question se rapporte à la **quatrième situation**.  
Donner une nouvelle procédure possible pour traiter correctement cette situation.
4. Le maître propose une **cinquième situation** à certains élèves. Il enlève le matériel (*boîtes, œufs, jetons*) et il leur dit : « J'ai 15 œufs et deux boîtes à œufs. Peut-on ranger tous ces œufs dans les boîtes ? ». Donner un critère pour choisir les élèves auxquels sera proposée cette situation. Justifier.

## ANNEXE 1

La figure à reproduire.



## ANNEXE 2

Les gabarits d'angles sont de cinq types :

- les gabarits bleus correspondent à des angles de  $120^\circ$  ;
- les gabarits rouges à des angles de  $30^\circ$  ;
- les gabarits verts à des angles de  $75^\circ$  ;
- les gabarits jaunes à des angles de  $45^\circ$  ;
- les gabarits orange à des angles de  $60^\circ$ .

Exemples de gabarits en carton coloré (la couleur est indiquée sur les gabarits) :

