1 Exercice

1. a)
$$\begin{cases} C_1 \in [AB] \\ BC_1 = 2.AC_1 \end{cases} \Rightarrow 2.\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{C_1B}$$
Or : $\overrightarrow{C_1B} = \overrightarrow{C_1A} + \overrightarrow{AB}$, d'après la relation de Chasles, et donc : $(2+1)\,\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB}$.
Ainsi : $\overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{3}.\overrightarrow{AB}$.
Donc : $AC_1 = \frac{1}{3}.AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2$cm.

   b) Puisque le cas précédent est exclue ($C_2 \neq C_1$), nécessairement : $\overrightarrow{BC_2} = 2.\overrightarrow{AC_2}$. Autrement dit A est le milieu du segment $[C_2B]$. Donc $AC_2 = AB = 6$cm.

   c)

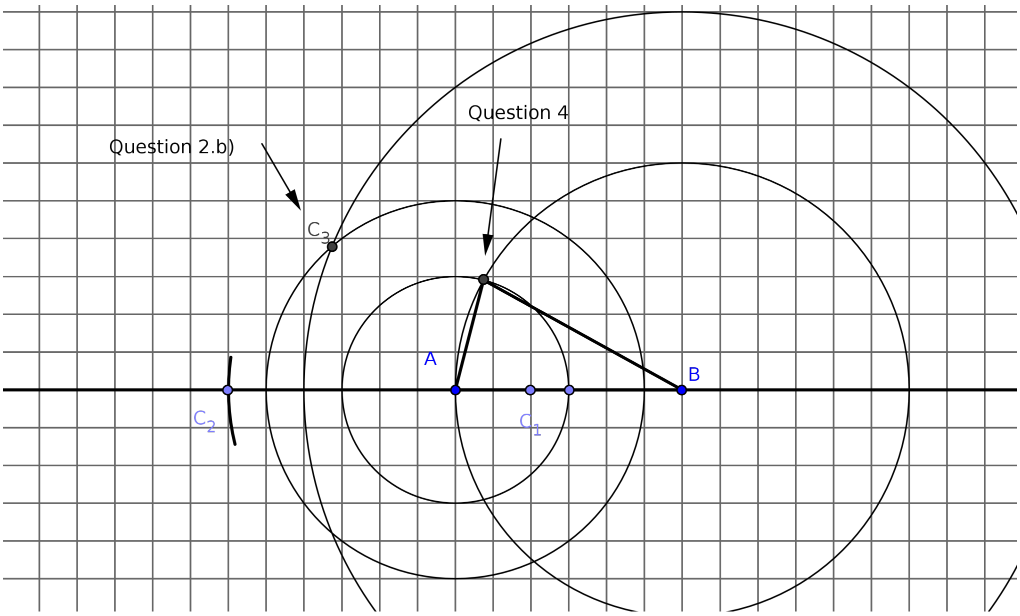

FIGURE 1 – Figure illustrant tout l'exercice.

2. (a) Montrons grâce à un raisonnement par l'absurde que $x = 9$ est impossible. Supposons construit un triangle dont les dimensions sont $AB = 6$, $AC = x = 9$ et $BC = 18$. Or on dispose de l'inégalité triangulaire : $BC \leq AC + AB$ et donc : $18 \leq 6 + 9 = 15$ ce qui est impossible.
On a donc montré par l'absurde qu'un tel triangle ne peut être construit.

   (b) De façon plus générale on pourra construire un triangle ABC vérifiant $2x = 2.AC = BC$ si et seulement si les trois inégalités triangulaires suivantes sont vérifiées :
$$\begin{cases} 6 \leq x + 2x \\ x \leq 6 + 2x \\ 2x \leq 6 + x \end{cases}$$
Ce qui équivaut, la seconde inégalité étant trivialement toujours vraie, à : $2 \leq x \leq 6$.
Ainsi le triangle ABC ne sera constructible que si $x \in [2;6]$. On peut d'après les questions précédentes exclure les bornes de l'intervalle qui correspondent à des triangles aplatis et donc à des cas pour lesquels $C \in (AB)$: $x \in]2;6[$.
Donc, en particulier, on peut construire le triangle ABC pour $x = 5$cm.

3. D'après le théorème de Pythagore ABC est rectangle en C si et seulement si : $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Cette dernière égalité peut encore s'écrire : $x^2 = \frac{36}{5}$. Comme $x \geq 0$: $x = \frac{6}{5}\sqrt{5}$.

4. $x = 2x \Leftrightarrow x = 0$ et comme $x \neq 0$ on en déduit que, soit $x = 6$, soit $2x = 6$. Puisque le cas $x = 6$ est à exclure ($C \notin (AB)$) nécessairement $x = 3$.

Réciproquement le triangle est effectivement constructible pour $x = 3$ et il est alors isocèle en B

2 Exercice

1. a) $20\text{cL} = 2\text{dL} = 2\text{dm}^3$. La brique a pour base un rectangle de dimensions $0,4$dm et $0,6$dm. Donc : $h = \frac{2}{0,4\times0,6} \simeq 8,33$dm.

   b) Le prix d'un litre de jus est : $\frac{2,89}{6\times0,2} \simeq 2,41$€.

   c) Calculons le prix au litre pour chaque option :

   option A Le coefficient multiplicateur correspondant à un baisse de 30% est 0,70. Le nouveau prix du lot est donc de : $2,89 \times 0,70 = 2,023$€. On en déduit le prix au litre : $\frac{2,023}{6\times0,2} = 1,69$€.

   option B Puisque deux briques sont rajoutées le volume de jus dans un lot est, en litres, de : $8 \times 0,2 = 1,6$. Donc le prix au litre est : $\frac{2,89}{1,6} \simeq 1,81$€.

   C'est donc l'option A qui donne le prix au litre le moins élevé.

2. a) Si la TVA est de $5,5\%$ le prix hors taxe a été multiplié par 1,055. En notant x le prix hors taxe on a : $x \times 1,055 = 42,55$; et donc : $x = \frac{42,55}{1,055} \simeq 40,33$€.

   b) En D2 on entre la formule : =B2/1,055. Et en D3 : =B3/1,196.

3 Exercice

1. (a) Développons l'expression $A(x)$ proposée : $A(x) = x^2 - 1 - (x^2 - 2^2)$ en usant d'une identité remarquable. Puis réduisons cette expression : $A(x) = 3$.

   (b) D'après la question précédente : $A(296) = 3$, autrement dit : $297 \times 295 - 298 \times 294 = 3$.

2. Soient a et b deux entiers consécutifs. Supposons par exemple : $b = a + 1$. Alors : $b^2 - a^2 = (a+1)^2 - a^2 = 2a + 1 = (a+1) + a = b + a$. Seule la propriété 2 est exacte.