1 Exercice

1. a) Puisqu'il s'agit d'un cône de révolution $(SA)\perp((AB)$. Or le triangle ABS est rectangle en A, donc, d'après le théorème de Pythagore $SA^2 + AB^2 = SB^2$. h étant une longueur (donc positive) on en déduit : $h = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{21^2 - 14^2} = \sqrt{245} = 7\sqrt{5} \simeq 15,6$cm.

   b) Le volume en cm^3 de la bougie est : $V = \frac{\pi\times 14\times 7\sqrt{5}}{3} \simeq 229,477$, en arrondissant au mm^3.

   c) $20L = 20\text{dm}^3 = 20.10^3\text{cm}^3$.
   Avec 20 litres de bougies on peut donc fabriquer :
   $$\frac{20.10^3}{\frac{\pi\times 14\times 7\sqrt{5}}{3}} = \simeq 87,15$$
   c'est-à-dire 87 bougies.

2. a) La longueur de l'arc de cercle BB' est le périmètre du disque formant la base de la bougie donc : $l(\overset{\frown}{BB'}) = 2\pi 14 = 28\pi$cm.

   b) La mesure en radiant de α est : $\frac{2\pi\times 14}{2\pi\times 21} \times 2\pi = \frac{2}{3}.2\pi$. Donc en degrés : $\alpha = \frac{2}{3} \times 360 = 240°$.

3. On remarque une configuration de Thalès.

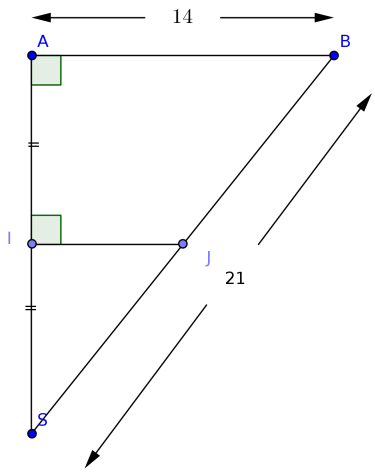

FIGURE 1 – Moule remplie à moitié.

Les droites (AB) et (IJ) étant parallèles, d'après le théorème de Thalès : $IJ = \frac{1}{2}.AB = 7$cm et $SJ = \frac{1}{2}.SB = 10,5$cm. Donc le volume de la partie blanche représente un quart du volume total de la bougie.

2 Exercice

1. Le chiffre des unités de A est 8 car $6 \times 8 = 48$. Donc le résultat affiché par la calculatrice n'est pas la valeur exacte de A.

2. $$\begin{cases} 50\ 000\ 000 < 50\ 000\ 006 \\ 70\ 000\ 000 < 70\ 000\ 008 \end{cases} \Rightarrow 5 \times 7.10^{7+7} < A$$
   Autrement dit : $35.10^14 < A$.
   De même :
   $$\begin{cases} 50000006 < 60000000 \\ 70000008 < 80000000 \end{cases} \Rightarrow A < 6 \times 8.10^{7+7}$$

Autrement dit : $A < 48.10^{14}$.
Donc : $35.10^14 < A < 48.10^{14}$.
A s'écrit donc avec 16 chiffres.

3. En développant : $A = 5 \times 7.10^14 = (5 \times 8 + 6 \times 7).10^7 + 6 \times 8 = 3\ 500\ 000\ 000\ 000\ 000 + 820\ 000\ 000 + 48 = 3\ 500\ 000\ 820\ 000\ 048$.
4. $B = 48\,506\,557 \times 505\,149 = (48\,506.10^3 + 557) \times (505.10^3 + 149) = 24\,495\,530.10^3 + 281\,285.10^3 + 7\,227\,394 + 82\,993 = 24\,794\,125\,387$

3 Exercice

1. $q \in \mathbb{Q}$ est un décimal si et seulement si : $\exists (n,p) \in \mathbb{Z}^2,\ q = n.10^{-p}$.

   Montrons que $\frac{1}{7}$ n'est pas décimal en raisonnant par l'absurde. Supposons donc qu'il est décimal ; donc : $(n,p) \in \mathbb{Z}^2,\ \frac{1}{7} = n.10^{-p}$. Autrement dit : $1 = 7 \times n.10^{-p}$. Ce qui est absurde car 1 est premier à tout nombre hormis lui-même.

   * $\frac{27}{8} = \frac{27}{2^3} = \frac{27 \times 5^3}{10^3} = 27 \times 5^3.10^{-3}$. Donc : $\frac{27}{8}$ est un décimal.
   * $\frac{91}{7} = 13 \in \mathbb{N} \subseteq \mathbb{D}$.
   * Raisonnons comme pour $\frac{1}{17}$: $\frac{42}{17} = \frac{2 \times 3 \times 7}{17}$ donc : $(n,p) \in \mathbb{Z}^2,\ 2 \times 3 \times 7 = 17.n.10^{-p}$. Comme 17 est premier à chacun des facteurs 2, 3 et 7 ceci est absurde.
2. a)

$$\begin{array}{r|l}
-\ 1 & 7 \\
\underline{0} & 0{,}1\ 4\ 2\ 8\ 5\ 7\ 1\ 4\ 2 \\
-\ 1\ 0 & \\
\underline{7} & \\
-\ 3\ 0 & \\
\underline{2\ 8} & \\
-\ 2\ 0 & \\
\underline{1\ 4} & \\
-\ 6\ 0 & \\
\underline{5\ 6} & \\
-\ 4\ 0 & \\
\underline{3\ 5} & \\
-\ 5\ 0 & \\
\underline{4\ 9} & \\
-\ 1\ 0 & \\
\underline{7} & \\
-\ 3\ 0 & \\
\underline{2\ 8} & \\
-\ 2\ 0 & \\
\underline{1\ 4} & \\
6 &
\end{array}$$

   La partie périodique est 142857.
   $\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}$.

   b) La partie périodique a une longueur de 6 et $32 = 6 \times 8$. Donc le $32^{\text{ième}}$ terme de la suite des décimales est le dernier de la période : 7.
3. (a) La $20^{\text{ième}}$ décimale de $\frac{42}{17}$ se lit sur la $22^{\text{ième}}$ ligne du tableur puisque la première décimale se lit sur la $3^{\text{ième}}$ ligne.

   (b) L'écriture décimale périodique est : $\frac{42}{17} = 2,\overline{470\ 588\ 235\ 294\ 117\ 6}$.

   (c) Je n'ai pas compris la question : $110 = 17 \times 6 + 8$.

4. $a = 1 + \sum_{k\geq 1} 23.10^{-2k}$ donc $100.a = 100 + 23 + \sum_{k\geq 1} 23.10^{-2k}$. Ainsi : $100.a - a = 122$ et finalement : $a = \frac{122}{99}$.